



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROYECTO FIN DE CARRERA

TÍTULO

**ANÁLISIS DE SEÑALES MEDIANTE
STFT Y WAVELET. APLICACIÓN A
DEFECTOLOGÍA EN RODAMIENTOS**

Autor: Miguel Zamorano Castaño

Tutor: Higinio Rubio Alonso

Leganés, diciembre de 2010

Título: Análisis de señales mediante STFT y Wavelet.
Aplicación a defectología en rodamientos.

Autor: Miguel Zamorano Castaño

Director: Higinio Rubio Alonso

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día __ de _____
de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de
Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer a mi tutor Higinio Rubio Alonso la oportunidad que me ha brindado para realizar este proyecto y aprender de él, no sólo ha sido un profesor, si no un compañero y un amigo; y agradecer también al Departamento de Ingeniería mecánica el permitirme realizarlo.

A mis padres, Miguel y Sagrario, y hermano, Alberto, que siempre me han apoyado a lo largo de todos estos años, y sus consejos me han servido de ayuda para mejorar como persona. Y por supuesto al resto de mi familia, mis abuelos, mis tios...por vuestra confianza en mí.

A todos mis compañeros y amigos de la universidad, porque todos ellos han hecho que mi travesía por la universidad sea unos de los periodos de mi vida que quedará siempre en mi recuerdo.

A todos mis amigos de siempre que siempre han estado ahí y me hacen feliz cada día

Y en especial a mi novia Mari Luz, porque su gran apoyo, su saber estar, sus alegrías, su paciencia a lo largo de toda mi carrera han hecho que luche hasta el final y siempre ha estado a mi lado durante todos estos años.

A todo el mundo, ¡GRACIAS!,

Sólo me queda decir que por fin:... ¡Soy Ingeriero Superior!



INDICE

INTRODUCCIÓN

I	INTRODUCCIÓN	14
II	OBJETIVOS DEL PROYECTO	17
III	FASES DEL PROYECTO	19
IV	ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	21

PARTE I: CONCEPTOS TEÓRICOS DEL PROYECTO

1. ANÁLISIS EN FRECUENCIA

1.	CONCEPTOS PREVIOS	29
1.1	Espacios de Hilbert	30
1.2	Ortogonalidad. Bases ortonormales	31
1.3	Análisis de Fourier. Séries de Fourier	31
1.3.1	Funciones periódicas	31
1.3.2	Coeficientes y Series de Fourier	32
2.	TRANSFORMADA DE FOURIER	37
2.1	Introducción	38
2.2	La transformada de Fourier discreta (DFT)	39
2.3	Algunas propiedades de la transformada De Fourier bidimensional discreta (DFT, TFD).....	42
2.3.1	La separabilidad.....	42
2.3.2	La linealidad.....	43
2.3.3	La translación.....	43
2.3.4	La simetría.....	44
2.3.5	La rotación.....	45
2.3.6	Valor medio.....	45
2.3.7	Teorema de convolución.....	46
3.	LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT).....	49
3.1	Introducción.....	50
3.2	Algoritmo para la FFT.....	52
3.3	La FFT inversa.....	54
3.4	Implementación de la FFT.....	56
4.	EJEMPLOS DE REPRESENTACIONES DE SEÑALES MEDIANTE TRANSFORMADAS DE FOURIER.....	61



2. ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

5. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA.....	69
6. VENTANEADO.....	71
6.1 ¿Qué son las funciones ventanas?.....	72
6.2 Operación del ventaneado.....	74
6.3 Principio de Incertidumbre.....	78
6.4 Análisis de filtros o ventanas.....	81
6.5 Tipos de ventanas.....	86
6.5.1 Ventana Rectangular.....	87
6.5.2 Ventana Hanning.....	91
6.5.3 Ventana Hamming.....	94
6.5.4 Ventana de Blackman.....	96
6.5.5 Comparativa entre ventanas.....	99
6.6 Otras ventanas de interés.....	101
7. LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO	
CORTO (STFT).....	107
7.1 Introducción. Funcionamiento básico de la STFT.....	108
7.2 Señales no estacionarias.....	109
7.3 STFT de tiempo continuo.....	110
7.4 STFT de tiempo discreto.....	110
7.5 STFT Inversa.....	111
7.6 Efecto del ventaneado en la STFT.....	113
8. ESPECTROGRAMAS.....	119
8.1 ¿Qué es un espectrograma?.....	120
8.2 Pasos a seguir para realizar el espectrograma de una señal.....	121
8.3 Influencia del ancho de la ventana.....	125
8.3.1 Espectrogramas en 2 dimensiones.....	125
8.3.2 Espectrogramas en 3 dimensiones.....	126
9. LIMITACIONES DE LA STFT.....	135
10. LA TRANSFORMADA WAVELET.....	139
10.1 Introducción.....	140
10.2 Aspectos básicos de la Transformada Wavelet.....	140
10.3 La transformada Wavelet Continua (CWT).....	144



10.3.1	Escala.....	144
10.3.2	Translación.....	145
10.4	Relación conjunta de la escala y la translación.....	146
10.5	Detección de la frecuencia central de la Wavelet.....	149
10.6	Clasificación y tipos de Wavelets Madre.....	153
10.6.1	Introducción y criterio de clasificación.....	153
10.6.2	Familia de las Daubechies.....	154
10.6.3	Morlets.....	157
10.6.4	Mexican Hat.....	158
10.6.5	Meyer.....	159
10.6.6	Familia de las Symlets.....	159
10.6.7	Familia de las Coiflets.....	160
10.6.8	Familia de las Biortogonales.....	161
10.7	Proceso de cálculo de la CWT.....	163
10.8	Ejemplo de aplicación de la CWT.....	165
10.9	La Transformada Wavelet Discreta (DWT).....	169
10.9.1	Filtración: aproximaciones y detalles.....	170
10.9.2	Descomposición en múltiples niveles.....	172
10.10	Análisis multirresolución.....	173
10.11	Aplicaciones de la transformada Wavelet.....	175

PARTE2: ESTUDIOS PRACTICOS DEL PROYECTO

1. ANÁLISIS Y ESTUDIO DE SEÑALES FUNDAMENTALES

1.	INTRODUCCIÓN DEL ESTUDIO FUNDAMENTAL.....	181
2.	ANÁLISIS 1: SEÑAL SENOIDAL DE 100 HZ.....	183
3.	ANÁLISIS 2: SEÑAL SENOIDAL DE BAJA FRECUENCIA Y BAJA AMPLITUD.....	189
4.	ANÁLISIS 3: SEÑAL SENOIDAL DE ALTA FRECUENCIA Y ALTA AMPLITUD.....	195
5.	ANÁLISIS 4: SEÑAL SENOIDAL ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES.....	201
5.1	Análisis 4.1. Frecuencias muy separadas [50Hz, 550Hz y 1250Hz].....	202

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



5.2 Análisis 4.2. Frecuencias muy juntas [550Hz, 600Hz y 650Hz].....	205
6. ANALISIS 5: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA DE AMPLITUD DIFERENTE Y MISMA FRECUENCIA.....	209
7. ANALISIS 6: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES.....	215
7.1 Análisis 6.1. Frecuencias muy separadas [100Hz, 300Hz, 1200Hz y 2000Hz].....	216
7.2 Análisis 6.2. Frecuencias muy juntas [500Hz, 525Hz, 575Hz y 600Hz].....	220
8. ANALISIS 7: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA CON PICOS DE ALTA FRECUENCIA.....	225

2. ANÁLISIS DE SEÑALES DE RODAMIENTOS CON DEFECTO

9. INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES DE RODAMIENTOS.....	233
10. PROGRAMA ADEVI 5.0.....	235
11. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA DE UN RODAMIENTO.....	237
12. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 10HZ.....	243
12.1 Estudio del espectrograma. Defecto interno 10 Hz.....	245
12.2 Estudio de la Transformada Wavelet. Defecto interno 10 Hz.....	260
13. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 20, 30, 40 y 50HZ.....	281
13.1 Estudio del espectrograma. Defecto interno 20, 30, 40, 50Hz.....	283
13.2 Estudio de la Transformada Wavelet. Defecto interno 20, 30, 40, 50Hz.....	289
14. SELECCIÓN FINAL DE LA WAVELET MADRE EN DEFECTO INTERNO.....	321
15. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO EXTERNO EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.....	331
15.1 Estudio del espectrograma. Defecto externo 10, 20, 30, 40, 50Hz	336



15.2	Estudio de la Transformada Wavelet. Defecto externo 10, 20, 30, 40, 50Hz.....	343
16.	SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO DE UN ELEMENTO RODANTE EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.....	373
16.1	Estudio del espectrograma. Defecto de bola 10, 20, 30, 40, 50Hz	377
16.2	Estudio de la Transformada Wavelet. Defecto de bola 10, 20, 30, 40, 50Hz.....	383
17.	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	413
17.1	Conclusiones del proyecto.....	414
17.2	Trabajos futuros,	424
	BIBLIOGRAFÍA.....	425





INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

Una justificación del estudio del análisis de señales reside en el mantenimiento de las máquinas y de las vibraciones que en ellas se producen. Antiguamente el mantenimiento que se realizaba era un mantenimiento correctivo, es decir se reemplazaba la pieza que se averiaba, dando lugar a grandes pérdidas de tiempo y dinero debidas a los tiempos muertos y los stocks. Posteriormente se optó por el mantenimiento preventivo, que es aquel que recambia las piezas antes de romperse para prevenir fallos inesperados, pero este mantenimiento cambiaba piezas aún con vida útil y suponía un gasto innecesario de dinero también.



Figura 1.-*Ejemplo de comprobación y análisis de unas bombas. Mantenimiento predictivo*

Por último, y es lo que sucede actualmente es la aplicación de un mantenimiento predictivo ver [figura 1], es decir prever el estado de fallo de una máquina para aguantar el mayor tiempo posible con los elementos de la misma, de esta manera se llevan acabo técnicas de fallos mecánicos mediante el análisis de vibraciones de las máquinas, y aquí es donde reside la importancia y la justificación de nuestro proyecto, el análisis de señales vibratorias y las diferentes técnicas utilizadas para la evaluación y el estudio de la señal.

En las ciencias y en las ingenierías es cada vez más importante la forma en la que se realiza el tratamiento de las señales a fin de lograr adecuados procesos de transmisión, compresión y reconstrucción de la información. Alrededor de unos 150 años, después de Isaac Newton (1642-1727), Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) brindó un análisis matemático para mostrar al mundo una perspectiva diferente a la del tiempo. Virtualmente cada vez que los científicos y los ingenieros hacen el modelado de sistemas y sus predicciones se hace uso del Análisis de Fourier. Los conceptos de Fourier se utilizan en la programación lineal y en el estudio de ondas del espectro electromagnético entre otras aplicaciones. La transformada de Fourier es “El prisma matemático que descompone una función en las frecuencias que la forman” de la misma forma que lo hace un prisma de cristal con la luz. Sin embargo, el análisis de Fourier presenta un gran problema al pretender determinar el instante en el que ocurre un evento

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



INTRODUCCIÓN

en particular, por lo que se hizo necesario la implementación o el mejoramiento de los procesos de análisis vigentes. En esta búsqueda aparece, en 1946, Dennis Gabor quien adapta la transformada de Fourier para permitir el análisis en el tiempo, aplicando la misma transformada de Fourier a pequeñas secciones de la señal desarrollando una técnica conocida como el ventaneado. Este procedimiento no resuelve todas las dificultades por lo que en algunas ocasiones se tiene la necesidad de efectuar análisis más detallados, debido a que la misma ventana se aplica para todas las frecuencias.

Posteriormente, el análisis Wavelets ha permitido resolver esta dificultad haciendo uso de intervalos de tiempo largos donde se requiere mejor información de baja frecuencia y regiones interválicas más cortas para altas frecuencias. El uso popular de las Wavelets se produce por un artículo publicado conjuntamente por Morlet y Grossmann quienes introdujeron por primera vez el término “Wavelet” en el lenguaje matemático en el año 1984. En la actualidad se consideran a las Wavelets la herramienta más poderosa para el análisis de señales, ya que ofrecen conocimiento del espectro tanto en frecuencia como en el tiempo; así como también brindan grandes aportes en los procesos de compresión y reconstrucción de señales.

En el estudio de una señal es necesario realizar el análisis frecuencial de la señal, esto nos lo proporciona la transformada de Fourier, que nos aporta un estudio del espectro y nos ofrece todas las frecuencias existentes en la señal analizada, es decir nos aporta un perfecto estudio frecuencial de la señal sin tener en cuenta el régimen temporal de la señal.

La transformada de Fourier nos presenta un problema muy importante y es la incapacidad de analizar señales no estacionarias en el tiempo, que son la mayoría de las señales, y para superar esta limitación hacemos referencia a su variante, la Short Time Fourier Transform (STFT) también llamada transformada de Fourier con ventaneado, en la que podemos analizar la señal y obtener tanto el espectro de la señal (frecuencias), como el instante de tiempo en que ocurre dichas frecuencias, ver [Figura 2], pero limitadas a un fenómeno de resolución que tiene su base en el principio de incertidumbre de Heisenberg, que establece que es imposible saber con exactitud la frecuencia y el instante de tiempo en el que ocurre la señal, y por esta razón se buscan nuevos horizontes en los que podamos solucionar dicho problema, y parece ser que con el estudio de la transformada Wavelet podemos resolver o por lo menos mejorar en gran cantidad el estudio tiempo-frecuencial de una señal.

El problema de resolución tiempo-frecuencia está presente en cualquier transformada sea cual sea, sin embargo con la utilización de la nueva herramienta de la transformada Wavelet se soluciona en arte dicho problema. La idea fundamental de dicha transformada es el estudio de señales a diferentes escalas y resoluciones; y está diseñada para darnos una muy buena resolución temporal y pobre resolución frecuencial para altas frecuencias, y viceversa, es decir, buena resolución frecuencial y pobre temporal para bajas frecuencias. Por esta definición podremos decir con antelación que la transformada Wavelet es un estudio muy valioso para aquellas señales que posean componentes a baja frecuencia en todo su espectro y componentes de alta frecuencia pero de muy corta duración en un instante dado; cosa que ocurre en la mayoría de las señales vibracionales, de ahí su gran importancia en el estudio del diagnóstico de señales y su posterior mantenimiento predictivo de la máquina.

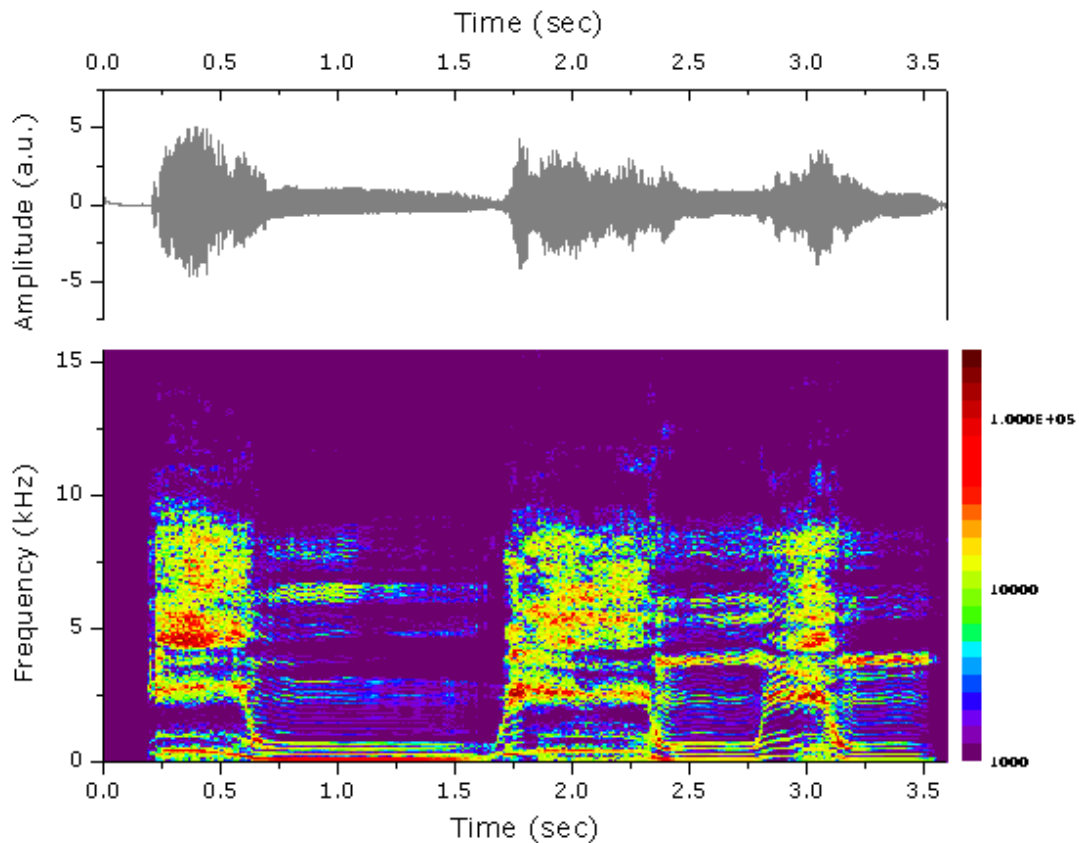


Figura 2.-*Ejemplo de la aplicación de la STFT a una señal vibratoria obtenida experimentalmente en el laboratorio*

En resumen la justificación de dicho proyecto es poder dar una solución al ámbito del mantenimiento predictivo mediante el análisis de señales vibratorias de elementos rotativos de las máquinas. Poder hacer estudios de señales vibracionales con el análisis de diferentes transformadas y observar el comportamiento de dichas señales para poder llevar a cabo un buen mantenimiento futuro de la máquina. Para ello hemos realizado este proyecto fin de carrera en el que se puede ver con mucho detalle las características de estas técnicas de análisis y cómo se utilizan a la hora del análisis de cualquier señal vibracional.



OBJETIVOS DEL PROYECTO

El objetivo fundamental de este proyecto es el análisis de señales con técnicas que trabajen en el campo tiempo-frecuencia, centrándose en el análisis de mapas derivados de las transformadas CWT (Continuous Wavelet Transform) y STFT (Short Time Fourier Transform). El análisis comenzará con el estudio de señales básicas y finalizará con un análisis detallado de señales generadas por rodamientos con fallos localizados.

Durante el proyecto se pretenden alcanzar cuatro objetivos principales que se detallarán como:

- El primer objetivo se fundamentará en un estudio teórico profundo de las transformadas utilizadas, tanto la Transformada de Fourier, la Transformada corta de Fourier (STFT), y la Transformada Wavelet.

El estudio consistirá en una explicación teórica y matemática de las mismas, y de sus características principales a la hora de la identificación de todo tipo de señales vibratorias, con sus ventajas y sus desventajas, en cada caso. Dentro de dichas explicaciones teóricas, se tendrá también como objetivo ofrecer una explicación muy detallada del proceso de ventaneado que se lleva a cabo en la STFT y de las diferentes tipos de ventanas analizadas en el proyecto. Para el caso de la transformada Wavelet, se dará una explicación a su funcionamiento computacional y a las diferentes Wavelets madre utilizadas en el proyecto con sus características.

- Una vez analizadas y descritas dichas transformadas, el segundo objetivo del proyecto consiste en realizar un análisis de diferentes tipos de señales vibratorias simuladas, con las transformadas descritas anteriormente, más concretamente con la STFT y la Transformada Wavelet, que son las transformadas que realmente nos interesan para el estudio de señales vibracionales, ya que el estudio importante será el estudio tiempo-frecuencia de la señal. Estas señales son señales fundamentales y sencillas que facilitarán un estudio previo, para posteriormente poder realizar el estudio de señales de rodamientos con defectos.

El objetivo de este análisis consiste en realizar un estudio profundo de dichas señales y poder establecer un criterio de selección de qué transformada es más conveniente en cada caso, si la STFT o la Transformada Wavelet. Para ello, se analizarán diferentes casos en los que se utilizarán ventanas diferentes, anchos de ventana grandes, pequeños y diferentes Wavelets madre a diferentes escalas para el análisis de dichas señales fundamentales.

- Un tercer objetivo del proyecto será el estudio comparativo de las dos transformadas que se va a hacer hincapié en el proyecto, la STFT y la transformada Wavelet. A la hora de la representación de cualquier señal vibratoria, y decir o establecer cuales son las ventajas y las desventajas de utilizar una u otra y de la utilización de diferentes tipos de ventana y de las anchuras de las mismas en el análisis de las señales fundamentales descritas anteriormente



OBJETIVOS DEL PROYECTO

- Por último, otro objetivo importante será el estudio exhaustivo de la transformada Wavelet a la hora de analizar las señales con defectos en rodamientos (defectos en pista interior, defectos en pista exterior y defectos en un elemento rodante) en el que se estudiarán qué Wavelets madre, de cada familia, se ajustan mejor al estudio de la señal correspondiente a un defecto concreto y de cualquier frecuencia o velocidad de giro del análisis. Para ello, se utilizará el programa ADEVI, aplicación implementada en MATLAB que permite simular señales y analizarlas con diferentes técnicas.

Se procederá a realizar una nueva versión del programa ADEVI, cambiando algunas herramientas y aportando otras nuevas, para poder conseguir los objetivos que se han establecido en los puntos anteriores y poder proponer un criterio para la selección de la mejor Wavelet madre, en el caso de análisis con la CWT de señales de rodamientos con defectos.

Además de dichos objetivos principales, cabe destacar algunos objetivos secundarios que también se llevarán a cabo en el proyecto como:

- Recopilar y establecer los principios matemáticos de las transformadas y sus principales aplicaciones.
- Diferenciar el estudio en frecuencia del estudio de tiempo-frecuencia
- Dar una explicación detallada del estudio en tiempo-frecuencia y analizar el fenómeno del ventaneado.
- Detallar las limitaciones del estudio tiempo-frecuencia
- Visualización gráfica de los resultados de la STFT y de la transformada Wavelet e interpretación de los mismos
- Estudio, simulación e implementación de diferentes señales fundamentales en MATLAB
- Interpretación de las diferentes señales de rodamientos con defectos en pista interna, pista externa o elemento rodante, con sus parámetros fundamentales a diferentes frecuencias de giro
- Aproximación a la programación en MATLAB y a su interfaz gráfico GUIDE y manejo del programa de análisis de señales vibracionales ADEVI 4.5 y actualización del mismo aportando nuevas herramientas y generando una nueva versión: el ADEVI 5.0



FASES DEL PROYECTO

Para poder llevar a cabo todos los objetivos anteriormente descritos y propuestos en el apartado anterior, se han realizado una serie de pasos o fases indispensables a la hora de la realización del proyecto.

Primero se hizo una recopilación de información y posterior lectura, tanto de libros, artículos, conferencias, cursos, revistas, etc. del estudio de señales vibracionales para poder saber de que estamos hablando y poder así entender mejor dichas señales y su análisis. Una vez visto, leído y recopilado toda la información se llevó a cabo una escrito muy detallado teórico del proyecto; ya que el proyecto lo hemos dividido en dos partes fundamentales; una parte teórica en el que se establece una información densa y matemática de los fundamentos de las transformadas, tanto de la transformada de Fourier, la STFT y la Transformada Wavelet; y una parte que podríamos llamarla práctica que consiste en el estudio de las señales aplicando dichas transformadas.

Como se ha mencionado primero se llevó a cabo el escrito teórico puro del proyecto, es decir se responden a preguntas tales como: ¿Qué son las transformadas?, ¿Para que sirven?, ¿Por qué el uso de las mismas?, ¿Qué ventajas y desventajas presentan?, etc. Y sobre todo centrarnos en la diferencia del análisis frecuencial y del análisis tiempo-frecuencia; ¿Por qué aparece dicho análisis?, ¿Qué ventajas presenta con el anterior?, ¿Qué limitaciones presenta?, ¿En que consiste en ventaneado de la señal?, etc.

Una vez que se haya echo un estudio y recopilación de la información teórica de las tres transformadas, de sus aplicaciones y sus formulaciones matemáticas, diciendo ventajas y desventajas de la utilización de las mismas, se llevó a cabo la parte experimental y práctica del proyecto.

Antes de comenzar con la parte práctica y de análisis de las señales debemos seleccionar el software matemático para llevar a cabo los cálculos y el estudio de las señales vibracionales. Se optó por el programa MATLAB® versión R2008a, ya que es un programa muy extendido en la ingeniería y su gran versatilidad en la programación nos permite dar numerosas posibilidades en nuestro proyecto.

Ya hemos seleccionado el programa informático con el cual realizaremos el estudio de las señales. Como ya hemos mencionado en los objetivos, el estudio práctico lo vamos a dividir en dos secciones, la primera sección es el análisis de señales fundamentales y una segunda sección es el estudio de señales de rodamientos con defectos.

Lo que primero se hizo fue realizar pequeños programas en Matlab que simulen diferentes señales fundamentales, tales como señales senoidales con altas frecuencias, bajas frecuencias, señales senoidales estacionarias, no estacionarias, y así se establece una serie de diferentes señales todas ellas para su posterior estudio con las transformadas.

Una vez que tenemos las señales programadas y simuladas, también en el programa Matlab, llevaremos a cabo la programación de la aplicación tanto de la STFT y de la Transformada Wavelet sobre dichas señales simuladas, y así podremos ver que resultados obtenemos y que conclusiones establecemos a la hora de la utilización de diferentes técnicas de análisis de señales.



Después de llevar a cabo el estudio del análisis de señales fundamentales pasamos a la segunda sección de la parte práctica del proyecto y es el estudio de las señales de rodamientos con diferentes defectos, que es uno de los estudios principales que se llevará cabo en dicho proyecto.

Antes de familiarizarnos con la simulación de dichos defectos, lo primero que se hizo fue la comprensión de un programa ya implementado en Matlab denominado ADEVI 4.5, dicho programa ya fue programado con anterioridad con compañeros de la carrera en anteriores proyectos de fin de carrera.

Como se dijo en el apartado anterior, uno de los objetivos era familiarizarse con el programa ADEVI y realizar una reprogramación del mismo, para ello fue falta un estudio previo de la programación y del interfaz GUIDE en Matlab y de comprender cómo funciona y cómo se realiza el diseño de programas interactivos en el Matlab. Una vez entendido y aprendido dicha programación lo que se lleva a cabo es una actualización del programa ADEVI 4.5 y así realizar el ADEVI 5.0. En dicha actualización se realizó una mejora de visualizaciones de los defectos y una mejora en el estudio tanto de la STFT y de la Transformada Wavelet. Para el caso de la Transformada Wavelet se realizó una programación interna de la transformada y se estableció un criterio de selección mediante coeficientes que se explicara más adelante en dicho proyecto.

Una vez realizada la programación y la nueva versión del ADEVI se lleva a cabo el estudio de los diferentes defectos en rodamientos, al igual que se hizo con la señales fundamentales se hace ahora con la simulación de los rodamientos con defectos. Se establece qué estudio es mejor en dichas señales, el STFT o la Transformada Wavelet con sus diferentes tipos de ventana y Wavelet madre y sus diferentes anchos de ventana y escalas respectivamente.

Por último se hizo un estudio exhaustivo de la Transformada Wavelet por sí sola y se llega a la conclusión de la elección de la mejor Wavelet madre en cada familia, para ello se utilizó el programa ADEVI 5.0, anteriormente reprogramado y un estudio estadístico realizado con Microsoft Excel que nos muestra tanto medias y gráficas en las que podemos visualizar cómo se comportan las diferentes Wavelets madre en las diferentes señales de defectos a diferentes frecuencias de giro del rodamiento.



ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

La Documento comienza con una introducción extensa del mismo, donde se mencionará el porqué de la realización de este proyecto. Posteriormente se realizará una breve exposición de los objetivos a realizar en dicho proyecto, y de las fases que se llevaron a cabo para la realización del mismo. Por último se elabora dicha estructura del documento para saber identificar que es lo que se está haciendo en cada capítulo.

La memoria central del Proyecto fin de carrera se divide en dos partes fundamentales; la primera parte es un *estudio teórico* de las señales, de las transformadas de Fourier, STFT y Wavelets que se presenta en 10 capítulos; y la segunda parte es un *estudio práctico* del análisis de diferentes tipos de señales que se presenta en 17 capítulos.

PARTE 1.

En ella se llevará todo lo referente al marco teórico del proyecto fin de carrera. Se divide a su vez en dos secciones, la primera sección consiste en el estudio y el análisis en frecuencia y la segunda parte en el estudio y análisis de tiempo-frecuencia.

SECCIÓN 1: Consiste en el estudio del análisis frecuencial solamente, y del estudio de la transformada de Fourier, que sólo es capaz de mostrarnos el espectro frecuencial de la señal.

Capítulo 1: Consiste en una serie de conceptos previos que son necesarios para el posterior estudio de las transformadas, en él se puede ver que son el espacio de Hilbert, las bases ortonormales, una introducción al análisis de Fourier y a las series de Fourier.

Capítulo 2: Consiste en una explicación teórica, matemática y detallada de la Transformada de Fourier discreta (DFT), algunas de sus propiedades más fundamentales y de la transformada bidimensional de Fourier.

Capítulo 3: En él vamos a ver en que consiste la variante de la Transformada de Fourier, la Transformada rápida de Fourier (FFT), el algoritmo que la implementa, a sí como las propiedades de su inversa.

Capítulo 4: Vamos a ver algunos ejemplos del estudio de señales mediante la Transformada rápida de Fourier (FFT), y en el comprobaremos la inutilidad de esta transformada a la hora de analizar señales no estacionarias en el tiempo.

SECCIÓN 2: Consiste en el estudio del análisis tiempo-frecuencial, y las diferencias existentes que hay con el anterior análisis. En este caso se puede obtener a la vez el estudio de la frecuencia y del tiempo de la señal, solamente limitado por un principio de resolución, el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Capítulo 5: Es un capítulo de introducción al análisis tiempo-frecuencia, y de sus principales características del mismo, y el por qué de este estudio.

Capítulo 6: En este capítulo se realiza un estudio exhaustivo del proceso de ventaneado y en que consiste dicho proceso. En él se van a ver las principales

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



características de las ventanas o filtros y los diferentes tipos con sus ventajas y desventajas y una comparativa de las mismas. También se analiza en qué consiste el principio de Incertidumbre de Heisenberg y su principal problema a la hora del estudio tiempo-frecuencia.

Capítulo 7: Se explica en qué consiste la Transformada Corta de Fourier (STFT). Se realiza una introducción de la STFT explicando su funcionamiento básico y matemático y su principal aplicación a las señales no estacionarias. Se lleva a cabo el estudio de la STFT de tiempo continuo y de tiempo discreto, así como de la inversa de la STFT. Y también se lleva a cabo el efecto del ventaneado en la STFT.

Capítulo 8: En él vamos a visualizar en qué consiste el Espectrograma, y los pasos a seguir en la realización del mismo. Se verá la influencia del ancho de ventana en los espectrogramas de 2 y 3 dimensiones.

Capítulo 9: En este capítulo resumiremos las principales limitaciones del estudio de señales con la STFT y las posibles soluciones que podemos dar a estas limitaciones.

Capítulo 10: Nos centraremos en la explicación teórica y matemática exhaustiva de la Transformada Wavelet, mencionando los aspectos básicos de la misma. Se llevará a cabo el estudio de la Transformada Wavelet continua (CWT) y el concepto de escala y translación así como su relación conjunta. También se realizará un estudio de las frecuencias centrales de las diferentes Wavelets madre y su clasificación en las diferentes familias. Posteriormente se realizará un estudio del proceso de cálculo de la CWT y un ejemplo de aplicación de la misma para señales en 3 dimensiones. Finalmente se realizará el estudio de la Transformada Wavelet Discreta (DWT), y los fenómenos de filtración, así como la introducción al análisis multirresolución.

PARTE 2.

En ella se llevará todo lo referente al marco práctico del proyecto fin de carrera. Se divide a su vez en dos secciones, la primera sección consiste en el estudio y el análisis de señales fundamentales simuladas, y la segunda sección consiste en el estudio y análisis de señales de rodamientos con defecto

SECCIÓN 1: Consiste en análisis de señales fundamentales senoidales simuladas con Matlab y realizar la comparativa de la utilización de la STFT y de la Transformada Wavelet a la hora de estudiar la señal. Dicha sección se divide en 8 capítulos en donde hay 7 análisis diferentes de señales.

Capítulo 1: Se realiza una introducción al estudio de las señales fundamentales senoidales.

Capítulo 2: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal sencilla de 100 Hz con la STFT y la Transformada Wavelet

Capítulo 3: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal sencilla de baja frecuencia y baja amplitud con la STFT y la Transformada Wavelet.



Capítulo 4: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal sencilla de alta frecuencia y alta amplitud con la STFT y la Transformada Wavelet.

Capítulo 5: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal estacionaria de frecuencias muy separadas y otro estudio de frecuencias muy juntas con la STFT y la Transformada Wavelet.

Capítulo 6: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal no estacionaria de amplitud diferente con la STFT y la Transformada Wavelet.

Capítulo 7: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal no estacionaria de frecuencias muy separadas y otro estudio de frecuencias muy juntas con la STFT y la Transformada Wavelet.

Capítulo 8: Se lleva a cabo el estudio de un análisis de una señal senoidal no estacionaria de picos temporales de muy alta frecuencia con la STFT y la Transformada Wavelet.

SECCIÓN 2: Consiste en análisis de señales de rodamientos con defectos utilizando la STFT y la Transformada Wavelet. Los defectos que se van a llevar a cabo son defectos de la pista interior, de pista exterior y de un elemento rodante del rodamiento.

Capítulo 9: En él se va a llevar a cabo una introducción de las señales de rodamientos y en que consiste el estudio que vamos a llevar a cabo.

Capítulo 10: En este capítulo explicaremos en qué consiste el programa ADEVI 5.0 y las reprogramaciones que se van a realizar para la mejora de dicho programa.

Capítulo 11: Se explica la señal vibratoria simulada de un rodamiento. En este capítulo se puede apreciar las características de la señal simulada y en que consiste y sus principales variables.

Capítulo 12: Se va a llevar a cabo el estudio muy detallado de la señal simulada con defecto interno a una velocidad baja de 10 Hz. Primero se realiza el estudio del espectrograma por separado y se observa que ventana es más conveniente y la anchura de la misma, y posteriormente se analiza el estudio de la Transformada Wavelet explicando el criterio que se ha llevado a cabo para la elección de la misma. Se ha utilizado un criterio de los coeficientes de la matriz de la Transformada Wavelet. Se obtienen las correspondientes gráficas para una mejor elección y visualización. Y por último se representan los mejores espectrogramas y los mejores gráficos Wavelets obtenidos.

Capítulo 13: Se realiza el mismo estudio que en el capítulo anterior, pero ahora con diferentes velocidades de giro de la pista interior, en este caso realizaremos análisis a 20 Hz, 30 Hz, 40 Hz y 50 Hz.

Capítulo 14: Una vez hecho el estudio a todas las frecuencias en el defecto de pista interior se lleva a cabo la selección final de la Wavelet madre en dicho defecto a cualquier velocidad. Se realizan cálculos de medias de coeficientes y gráficas en donde se comparan los resultados y se llega a una conclusión de que Wavelet es mejor.



Capítulo 15: Se hace el mismo estudio que en los capítulos anteriores, pero ahora con un defecto en la pista exterior del rodamiento, también a 10, 20, 30, 0, 50 Hz. Se establece la conclusión de que ventana es mejor y que Wavelet madre es la que mejor se ajusta.

Capítulo 16: Se vuelve a hacer el mismo estudio que antes, pero con el último defecto, el defecto en un elemento rodante del rodamiento, y se obtienen qué ventanas y Wavelets son las mejores en dicho caso a todas las frecuencias analizadas.

Capítulo 17: En el último capítulo del documento se establecen las conclusiones finales del proyecto. Y se elabora un resumen de todos los resultados obtenidos comprobando que se han cumplido los objetivos que se marcaron en le proyecto al inicio del documento.

Bibliografía: Se muestra un listado de todos los libros, conferencias, artículos, direcciones de Internet, programas, etc. Utilizados en la elaboración del Proyecto fin de Carrera.



PARTE1

CONCEPTOS *TEÓRICOS DEL* *PROYECTO*





SECCIÓN 1

ANÁLISIS EN FRECUENCIA

CAPITULO 1.CONCEPTOS PREVIOS

CAPITULO 2.TRANSFORMADA DE FOURIER

CAPITULO 3.LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE
FOURIER (FFT)

CAPITULO 4.EJEMPLOS DE REPRESENTACIONES
DE SEÑALES MEDIANTE TRANSFORMADAS DE
FOURIER





CAPITULO 1

CONCEPTOS PREVIOS



1. CONCEPTOS PREVIOS

Para una mejor comprensión de los capítulos siguientes desarrollaremos aquí algunos conceptos matemáticos necesarios para nuestro trabajo. Se definirán los conceptos de Espacio de Hilbert, Ortogonalidad y Bases Ortonormales, además de realizar una breve descripción del Análisis de Fourier, sus usos y aplicaciones así como también sus limitaciones

Por razones de claridad comenzaremos definiendo el espacio métrico sobre el que vamos a trabajar: el espacio $L^2[-\infty, +\infty]$ de Hilbert.

1.1 ESPACIOS DE HILBERT

El espacio H de Hilbert es un espacio vectorial cuyos elementos pertenecen al plano complejo C . Sea H el conjunto de elementos del espacio H . Los vectores complejos de este conjunto pueden ser sumados con las reglas usuales de la aritmética de vectores (propiedad aditiva) y multiplicados por escalares (números complejos).

El espacio H está dotado de una métrica y de un producto interno. Consideraremos en particular el espacio H formado por funciones vectoriales f_n . Si f y g son funciones del conjunto H de H , el producto interno para este conjunto de funciones es un escalar definido por:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x)g(x)dx \quad [1.1]$$

Donde $f^*(x)$ es el complejo conjugado de $f(x)$. El producto escalar o interno de la función f con sí misma es un número real no negativo. En particular, si la función $f \in C$, entonces satisface la condición:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 d(t) < \infty \quad [1.2]$$

Este espacio métrico recibe el nombre de Espacio de Hilbert $L^2[-\infty, +\infty]$



1.2 ORTOGONALIDAD. BASES ORTONORMALES

Se dice que dos vectores x e y son ortogonales en un Espacio Hilbert H si su producto interno es cero:

$$\langle x, y \rangle = 0 \quad [1.3]$$

Se le llama conjunto ortogonal a aquel conjunto de vectores en el cual cualquier par de sus elementos es ortogonal. Además, este conjunto es ortonormal si la norma de los vectores es igual a uno:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = 1 \quad [1.4]$$

También se define a la base ortonormal de H como un conjunto ortonormal maximal en H si cualquier vector en H puede ser representado como el límite de las combinaciones lineales de los elementos de una base ortonormal.

1.3 ANÁLISIS DE FOURIER. SERIES DE FOURIER

“Toda señal periódica, sin importar cuan complicada parezca, puede ser reconstruida a partir de sinusoides cuyas frecuencias son múltiplos enteros de una frecuencia fundamental, eligiendo las amplitudes y fases adecuadas.”

Matemático francés Joseph Fourier

(1768-1830)

En 1807, Jean B. Fourier demostró que una función podía ser desarrollada en términos de series trigonométricas, y que se podían obtener, por integración, fórmulas para los coeficientes del desarrollo. Para comprender mejor esto daremos algunas definiciones previas.

1.3.1 Funciones periódicas

Dado que los términos de las series trigonométricas son periódicos es lógico deducir que las funciones que se van a desarrollar mediante dichas series deben ser también periódicas.

Se dice que una función $f(x)$ tiene un período P o es periódica con un período P si para todo x , $f(x+P) = f(x)$, donde P es una constante positiva. El menor valor de $P > 0$ se llama el período mínimo o período de $f(x)$.



1.3.2 Coeficientes y Series de Fourier

Los desarrollos en Series de Fourier, [1.5], tienen dos aplicaciones fundamentales:

(a) representar una función $f(x)$ definida en el intervalo $(-c, c)$, para valores de x en ese intervalo, o

(b) representar una función periódica con período $2c$ para todos los valores de x .

La función $f(x)$ puede ser proyectada en una base ortonormal de funciones $\{\phi_k(x)\}$, de la siguiente forma:

$$f(x) = c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x) + \dots + c_k\phi_k(x) + \dots \quad (-c < x < c) \quad k = 1, 2, \dots \quad [1.5]$$

Se espera que el desarrollo de $f(x)$ converja a la función $f(x)$.

Se puede demostrar que los coeficientes c_k de la suma son los coeficientes de Fourier de $f(x)$ con respecto a la base ortonormal $\{\phi_k(x)\}$. Estos coeficientes pueden expresarse como:

$$c_k = \int_{-c}^c f(x)\phi_k^*(x)dx. \quad k = 1, 2, \dots \quad [1.6]$$

Siendo $\phi^*(x)$. el complejo conjugado de $\phi(x)$.

La serie de la [1.6] con estos coeficientes es la Serie de Fourier genérica correspondiente a la función $f(x)$, y se define como:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \phi_k. \quad [1.7]$$

Si $f(x)$ está definida en el intervalo $(0, 2c)$ y determinada fuera de ese intervalo por $f(x+2c) = f(x)$, esto es, $f(x)$ tiene período $2c$, la serie de Fourier que corresponde a $f(x)$ sobre la base ortogonal de senos y cósenos se define como:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_n \cos kx + b_n \operatorname{sen} kx) \quad [1.8]$$

Donde los coeficientes de Fourier a_k y b_k se definen como:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx \quad k = 1, 2, \dots \quad [1.9]$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \operatorname{sen} kx dx \quad k = 1, 2, \dots \quad [1.10]$$

Puede observarse que los coeficientes de Fourier de la función transformada representan la contribución de cada función seno y coseno para cada frecuencia.

Usando la identidad de Euler: $e^{ikx} = \cos kx + i \operatorname{sen} kx$ podemos escribir la serie de Fourier de $f(x)$ como combinación lineal de funciones exponenciales complejas:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikx} \quad [1.11]$$

Donde las funciones $e_k(x) = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\pi}}$ constituyen un conjunto ortonormal.

Los coeficientes de Fourier de $f(x)$, respecto de esta base, pueden expresarse como:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-ikx} dx \quad [1.12]$$

Es evidente que la Serie de Fourier, [1.8], no puede representar una función para todos los valores de x si la función no es periódica.

Fourier demostró que prácticamente cualquier función periódica puede representarse como suma de senos y cósenos asignándole a cada uno un coeficiente de ponderación.

Como ejemplo, hemos implementado una función cuadrada de periodo 2π y amplitud 1 con tres términos y seis coeficientes, cuya función se analiza a continuación:

Los coeficientes de la función periódica son 1, 0, $1/3$, 0, $1/5$, 0, $1/7$ generando la siguiente $f(t)$:

$$f(t) = \text{sen}t + \frac{1}{3}\text{sen}3t + \frac{1}{5}\text{sen}5t + \frac{1}{7}\text{sen}7t \quad [1.13]$$

Por lo que hemos obtenido una $f(t)$ aproximada de la señal cuadrada de periodo 2π . [Figura 1.2]

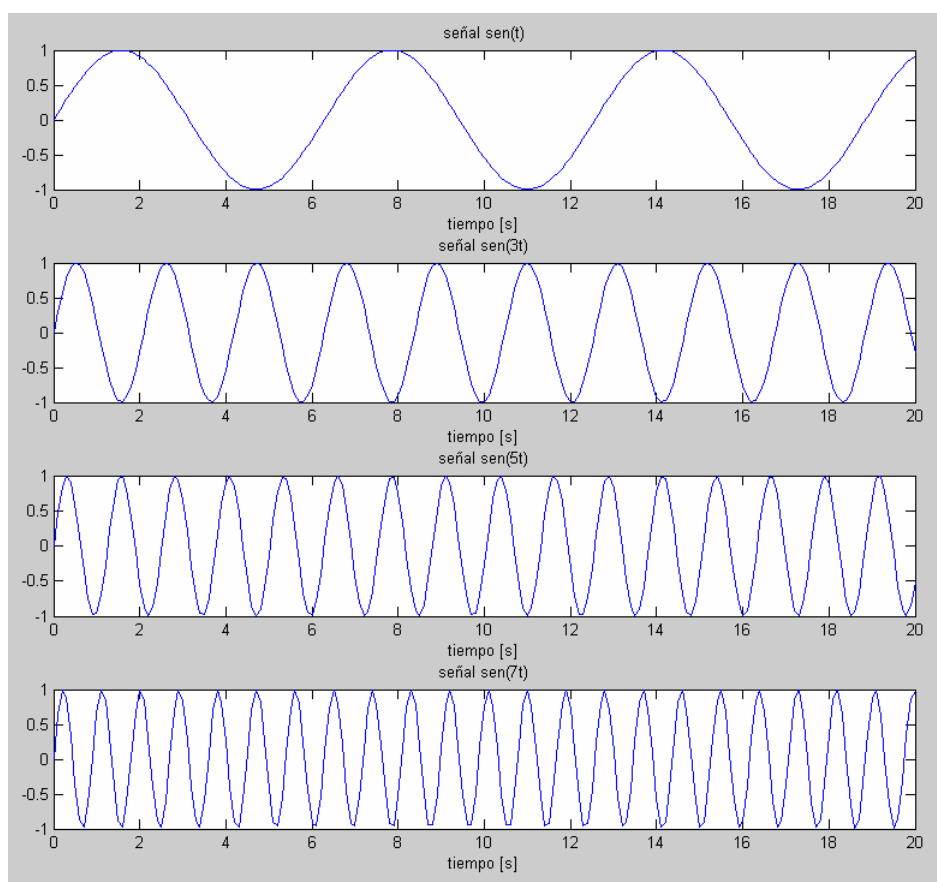


Figura 1.1.- Representación de senos con diferentes frecuencias

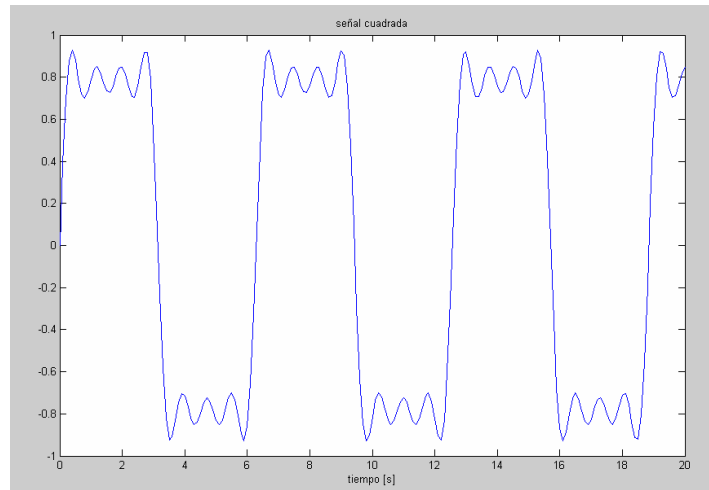


Figura 1.2.- Señal cuadrada con 6 coeficientes





CAPITULO 2

LA TRANSFORMADA DE FOURIER



2. LA TRANSFORMADA DE FOURIER

2.1 INTRODUCCIÓN

Para obtener una representación que pueda ser válida para todos los valores de x cuando $f(x)$ no es periódica, es natural intentar extender la representación anterior dejando que c tienda a infinito, lo que da lugar a la Transformada de Fourier.

Sea una función $f(x)$ continua de la variable real x . La Transformada de Fourier de una función no periódica $f(x)$ está definida por:

$$F\{f(x)\} = F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx \quad [2.1]$$

Donde k es una variable real continua.

También se puede escribir de la forma:

$$F\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad [2.2]$$

Donde $u = k$, y $j = \sqrt{-1}$

La función puede ser reconstruida a partir de sus componentes de Fourier, por medio de la transformada inversa de Fourier:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{ikx} dk \quad [2.3]$$

O como hemos dicho también de la forma:

$$F^{-1}\{F(u)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du \quad [2.4]$$

La Transformada de Fourier en $L^2[-\infty, +\infty]$ satisface las siguientes propiedades:

- Es una transformación de Fourier uno-a-uno de $L^2[-\infty, +\infty]$ en sí mismo.
- Preserva la norma,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(k)|^2 dk \quad [2.5]$$

- Preserva el producto interno,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g^*(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(k) G^*(k) dk \quad [2.6]$$

2.2 LA TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (DFT)

Supongamos que una función continua $f(x)$ la escribimos de forma discreta de la forma:

$$\{f(x_0), f(x_0 + \Delta x), f(x_0 + 2\Delta x), \dots, f(x_0 + [N-1]\Delta x)\} \quad [2.7]$$

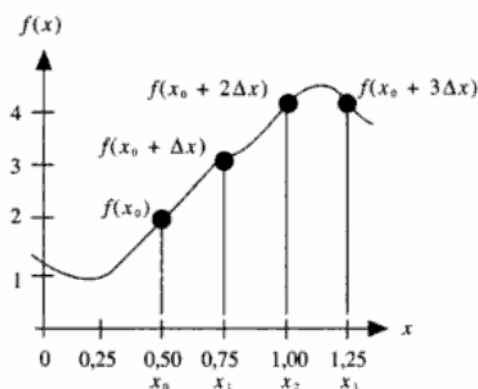


Figura 2.1.- Ejemplo de discretización de una sucesión

Se utilizará la variable x como discreta o continua, dependiendo del contexto, por lo que se define:



$$f(x) = f(x + x\Delta x) \quad [2.8]$$

Donde x toma los valores discretos $0, 1, 2, \dots, N-1$. La sucesión $f(0), f(1), f(2), \dots, f(N-1)$ representa cualquier conjunto de N muestras uniformemente espaciadas tomadas de la correspondiente función continua.

Por lo que el par de funciones discretas de Fourier que se aplica para las funciones muestreadas está dado por:

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{\frac{-j2\pi ux}{N}} \quad \text{Para } u=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad [2.9]$$

Y también:

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} F(u) e^{\frac{j2\pi ux}{N}} \quad \text{Para } x=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad [2.10]$$

Los valores Para $u=0, 1, 2, \dots, N-1$; de la transformada discreta de Fourier en la ecuación [2.9] corresponden a las muestras de la transformación continua en los valores $0, \Delta u, 2\Delta u, \dots, (N-1)\Delta u$. Los términos Δu y Δx están relacionados por la expresión:

$$\Delta u = \frac{1}{N\Delta x} \quad [2.11]$$

Para el caso de tener dos variables el par de la transformada de Fourier viene dado por:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \quad [2.12]$$

Para $u=0, 1, 2, \dots, M-1$; y $v=0, 1, 2, \dots, N-1$

Y también:



$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \quad [2.13]$$

Para $x=0, 1, 2, \dots, M-1$; y $y=0, 1, 2, \dots, N-1$

El muestreo de la función continua está ahora en una cuadrícula bidimensional, con divisores de ancho Δx e Δy en los ejes x e y respectivamente. Los incrementos de muestreo en los dominios espacial y frecuencial se relacionan por una expresión similar a la del caso unidimensional. Cuando se hace un muestreo con distribución cuadrada, las expresiones se vuelven más sencillas, ya que $N=M$.

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux+vy}{N} \right)} \quad [2.14]$$

Para $u=0, 1, 2, \dots, M-1$; y $v=0, 1, 2, \dots, N-1$

Y también:

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi \left(\frac{ux+vy}{N} \right)} \quad [2.15]$$

Para $x=0, 1, 2, \dots, M-1$; y $y=0, 1, 2, \dots, N-1$

Algunos ejemplos de los espectros de Fourier de funciones bidimensionales
[Figura 2.2]

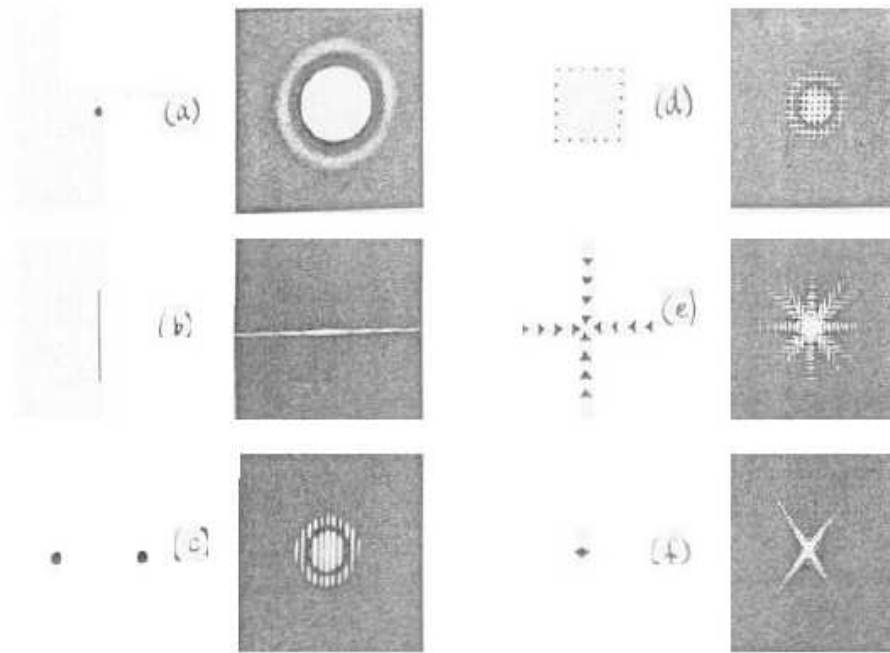


Figura 2.2.- Funciones bidimensionales y su espectro de Fourier

2.3 ALGUNAS PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER BIDIMENSIONAL DISCRETA (DFT,TFD)

En este apartado, nos vamos a centrar en las propiedades de la transformada de Fourier discreta bidimensional (TFD).

2.3.1 La Separabilidad

Esta propiedad de la TFD esta relacionada con la posibilidad de calcular la TFD de una función bidimensional como una combinación de dos transformadas Fourier discretas, calculando primero una TFD sobre la variable de uno de los ejes y al resultado aplicarle de nuevo la TFD sobre la variable del otro eje.

La ventaja que aporta esta propiedad es el hecho de poder obtener la transformada $F(x,y)$ o la inversa $f(x,y)$ en dos pasos, mediante la aplicación de la Transformada de Fourier 1-D o su inversa:



$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} F(x, v) e^{\frac{-j2\pi ux}{N}} \quad [2.16]$$

Donde

$$F(x, v) = \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{\frac{-j2\pi vy}{N}} \quad [2.17]$$

Por tanto, la transformada de la matriz $f(x, y)$ se ha realizado, calculando primero la transformada unidimensional a cada una de sus filas y multiplicando el resultado por N . Posteriormente, se calcula la transformada a cada una de las columnas de la matriz $F(x, v)$

2.3.2 La linealidad

La transformada de Fourier y su inversa son transformaciones lineales, es decir, poseen la propiedad distributiva respecto de la suma.

2.3.3 La traslación

Tanto la transformada discreta de Fourier como la transformada inversa, son periódicas de periodo N .

Un caso particular de esta propiedad consiste en mover el origen de la transformada de Fourier de $f(x, y)$ al centro de la matriz $N \times N$ que le corresponda, es decir al punto $(N/2, N/2)$. Para ello, podemos hacer uso de que:

$$f(x, y)(-1)^{x+y} \text{ se hace corresponder con } F\left(u - \frac{n}{2}, v - \frac{N}{2}\right)$$

También cabe resaltar, que un desplazamiento en la función $f(x, y)$, no provocará un cambio en la magnitud de su transformada de Fourier. Véase esto matemáticamente en la siguiente expresión:

$$\left| F(u, v) e^{\frac{-j2\pi(ux_0 + vy_0)}{N}} \right| = |F(u, v)| \quad [2.18]$$

2.3.4 La Simetría

La transformada de Fourier de una función $f(x, y)$ es real y es simétrica conjugada. Esto provoca que:

$$|F(u, v)| = |F(-u, -v)| \quad [2.19]$$

Por tanto, gracias a esta propiedad de simetría, para calcular la magnitud de los puntos de un periodo completo, tan sólo necesitamos calcular los $(N/2)+1$ primeros puntos, siempre y cuando el origen de la transformada este centrado en el punto $(N/2, N/2)$. Para conseguir este movimiento del origen en la transformada, podemos aplicar la propiedad de traslación.

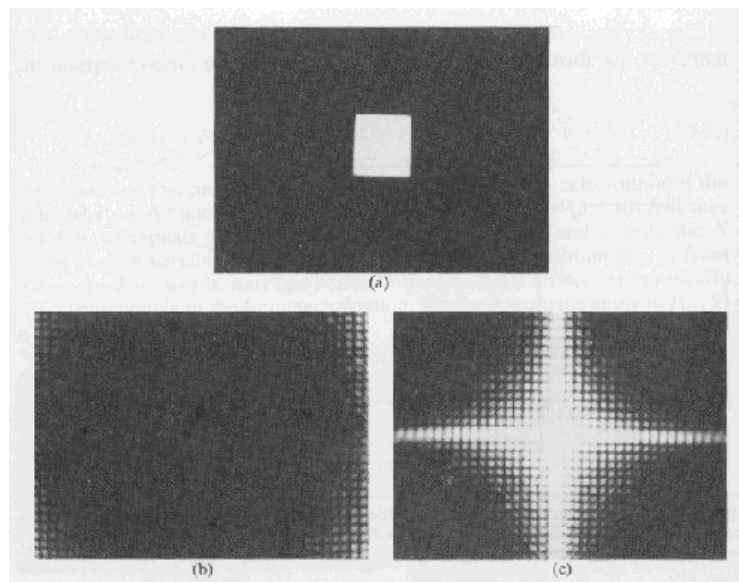


Figura 2.3.- a) A simple image, b) Fourier spectrum without shifting, c) Fourier spectrum shifted to the center of the frequency square

2.3.5 La rotación

Si rotamos la función $f(x,y)$ un ángulo determinado, la transformada de Fourier también será afectada por una rotación del mismo ángulo. Esta propiedad también se da a la inversa, es decir, si la transformada se rota en un determinado ángulo, la transformada inversa también se verá rotada ese mismo ángulo.

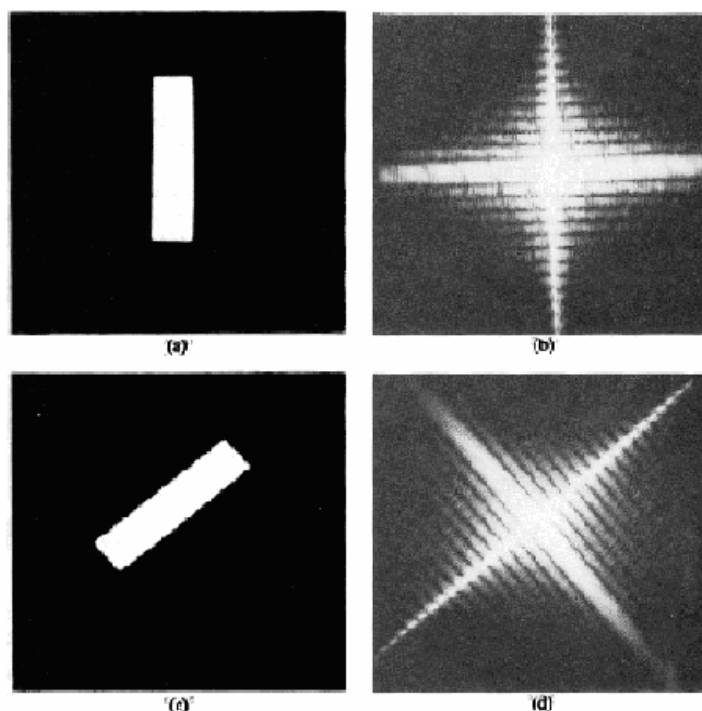


Figura 2.4.- Rotación de una imagen con su espectro de Fourier

2.3.6 Valor promedio

Una definición ampliamente utilizada del valor promedio de una función discreta de dos dimensiones es:

$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \quad [2.20]$$

Esta expresión se puede calcular a partir de la transformada de Fourier, sin más que sustituir en la función $F(u,v)$ para el punto $(0,0)$. Por tanto, el valor promedio se puede expresar matemáticamente en función de la transformada de Fourier, como sigue:



$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{N} F(0,0) \quad [2.21]$$

2.3.7 Teorema de convolución

Una herramienta de gran utilidad en la obtención de la transformada de Fourier, tanto directa como inversa, es el producto de convolución de dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ que analíticamente se puede definir como:

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) g(x - \alpha) d\alpha \quad [2.22]$$

Donde α es una variable ficticia para la integración.

La importancia de la convolución en el análisis en el dominio de frecuencias radica en el hecho de que $f(x) * g(x)$ y $F(u)G(u)$ constituyen un par de transformadas de Fourier, es decir, si $f(x)$ tiene como Transformada de Fourier $F(u)$ y $g(x)$ tiene como Transformada de Fourier $G(u)$, entonces $f(x) * g(x)$ tiene como transformada de Fourier $F(u)G(u)$. Un resultado análogo es que la convolución en el dominio de frecuencias se reduce a la multiplicación en el dominio de las x (en nuestro caso será el tiempo). Matemáticamente esto se expresa así:

$$f(x) * g(x) \Leftrightarrow F(u)G(u) \quad [2.23]$$

$$F(u) * G(u) \Leftrightarrow f(x)g(x) \quad [2.24]$$

La convolución bidimensional en el caso de tener dos funciones $f(x,y)$ y $g(x,y)$ es de la forma:

$$f(x, y) * g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad [2.25]$$

El teorema de convolución en dos dimensiones se expresa entonces por las siguientes relaciones:



$$\begin{aligned} f(x, y) * g(x, y) &\Leftrightarrow F(u, v)G(u, v) \\ F(u, v) * G(u, v) &\Leftrightarrow f(x, y)g(x, y) \end{aligned} \quad [2.26]$$

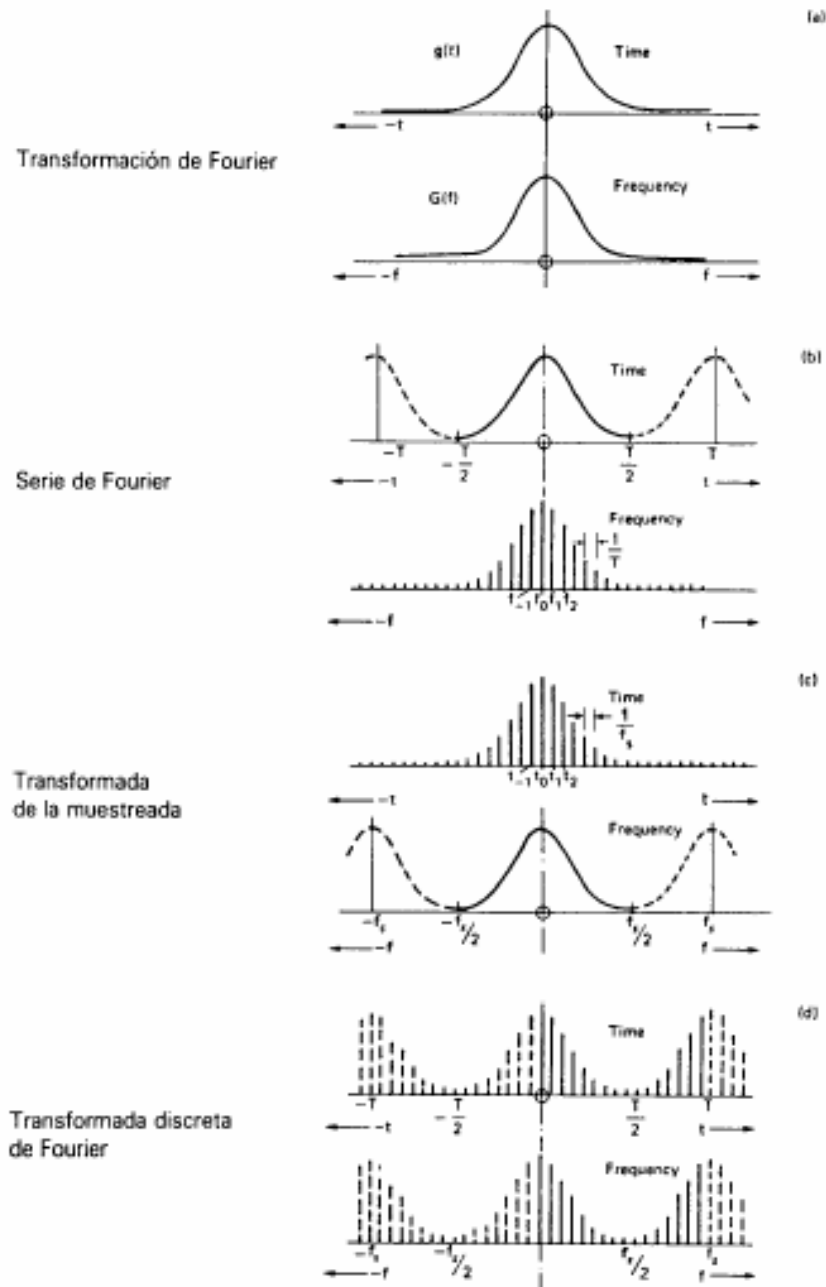


Figura 2.5.- Representación gráfica de la transformada discreta de Fourier aplicada sobre una señal temporal $g(t)$ al efectuar la convolución con diferentes señales temporales.

En la gráfica se pueden ver las transformaciones correspondientes aplicadas a una señal $x(t)$ al efectuar la convolución con diferentes señales temporales. En cada caso, la



CAPITULO 2. LA TRANSFORMADA DE FOURIER

transformada de Fourier va sufriendo diversas transformaciones hasta llegar al caso de la señal temporal muestreada periódica.

- a) Se puede ver una señal temporal $g(t)$ y su correspondiente transformada de Fourier $G(f)$
- b) Se puede ver una señal temporal truncada en el tiempo y replicada a derechas y a izquierdas (se observa que la serie de Fourier asociada es discreta en el dominio de la frecuencia).
- c) Se puede ver la transformada de Fourier obtenida del muestreo de la función sin trincar. Dicho muestreo genera una transformada de periodo igual al periodo de muestreo
- d) Se puede ver la transformada de Fourier obtenida a partir de una señal temporal truncada, replicada a derechas y a izquierdas y muestreada en el tiempo.



CAPITULO 3

LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT)



3. LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER **(FFT)**

3.1 INTRODUCCIÓN

Una vez expuestas las transformadas de Fourier continuas y discretas hay que mencionar que el proceso normal es comenzar haciendo una estimación de la función de correlación correspondiente y, posteriormente, obtener su transformada de Fourier, para de esta manera obtener el espectro deseado. Sin embargo, esto no es así ya que se dispone de la Transformada Rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform), que permite, de una manera más rápida y precisa obtener la estimación espectral directamente de la serie temporal original.

La implementación de la ecuación [2.9] DFT involucra un número de sumas y multiplicaciones complejas que es proporcional a N^2 .

Lo anterior se puede apreciar fácilmente ya que para cada uno de los N valores de u , la expansión de la sumatoria requiere N multiplicaciones complejas de $f(x)$ por $e^{\frac{-j2\pi ux}{N}}$ y $(N-1)$ sumas de resultados.

El término $e^{\frac{-j2\pi ux}{N}}$ puede ser calculado de una vez y almacenado en una tabla para las aplicaciones subsecuentes; por tal razón, la multiplicación de u por x en este término no se contabiliza normalmente como parte de la implementación.

Se demuestra en lo que sigue que la descomposición de la ecuación [3.1] (se reitera para mayor comodidad):

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{\frac{-j2\pi ux}{N}} \quad [3.1]$$

Permite reducir el número de sumas y multiplicaciones a un valor proporcional a $N \log_2 N$.

El procedimiento de descomposición se denomina Algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT)



CAPITULO 3. LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER

En la siguiente tabla se muestra un ejemplo donde se observa la reducción llevada a cabo para diferentes elementos:

Números de elementos (N)	Relación entre DFT y FFT $\frac{N}{N \log_2 N}$
2	2
16	4
64	10.7
256	32
1024	102.4
4096	341.3
16384	1170.3

El ahorro o reducción en el número de operaciones es significativo para valores de N como los que es doble esperar en imágenes prácticas, por ejemplo, en el tratamiento de imágenes, para una imagen de 1024×1024 píxeles, $N = 1024$, se tendría:

$$N^2 = 1.048.576 \text{ operaciones complejas,}$$

En cambio con la implementación FFT

$$N \log_2 N = 10.240 \text{ operaciones complejas}$$

Con una reducción de 102.4:1, el tiempo de cómputo, empleando máquinas equivalentes, se reduce a menos del 1%.

**3.2 ALGORITMO PARA LA FFT**

El algoritmo que se plantea está basado en el método denominado “doblamiento sucesivo”.

Para simplificar las expresiones, la ecuación [3.1] se reescribe:

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) W_N^{ux} \quad [3.2]$$

Donde

$$W_N^{ux} = e^{\frac{-j2\pi}{N} ux} \quad [3.3]$$

Y N se supone de la forma:

$$N = 2^n \quad [3.4]$$

Con N entero positivo. Entonces puede expresarse:

$$N = 2M \quad [3.5]$$

Con M también entero positivo. Sustituyendo [3.5] en [3.2] se tiene:

$$F(u) = \frac{1}{2M} \sum_{x=0}^{2M-1} f(x) W_{2M}^{ux} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) W_{2M}^{u(2x)} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_{2M}^{u(2x+1)} \right\}$$

[3.6]

Puesto que, $W_{2M}^{2ux} = W_M^{ux}$ la [3.6] puede expresarse:



$$F(u) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) W_M^{ux} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} W_{2M}^u \right\} \quad [3.7]$$

Si se define:

$$F_{par}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_M^{ux} \quad \text{para } u = 0, 1, \dots, M-1 \quad [3.8]$$

$$F_{impar}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} \quad \text{para } u = 0, 1, \dots, M-1, \quad [3.9]$$

Entonces la ecuación [3.7] se hace:

$$F(u) = \frac{1}{2} \{ F_{par}(u) + F_{impar}(u) W_{2M}^u \} \quad [3.10]$$

También, dado que $W_M^{u+M} = W_M^u$ y $W_{2M}^{u+M} = -W_{2M}^u$;

$$F(u+M) = \frac{1}{2} \{ F_{par}(u) - F_{impar}(u) W_{2M}^u \} \quad [3.11]$$

Un análisis cuidadoso de las ecuaciones [3.8] a [3.11] muestra algunas propiedades interesantes de dichas expresiones. Nótese que una transformada de N puntos puede ser calculada dividiendo la expresión original en dos partes, como se indica en las ecuaciones [3.10] y [3.11]

El cálculo de la primera mitad de $F(u)$ requiere de la evaluación de las dos transformadas de $N/2$ puntos según las ecuaciones [3.8] y [3.9]. Los valores resultantes de $F_{impar}(u)$ y $F_{par}(u)$ se sustituyen en la ecuación [3.10] para obtener $F(u)$ para $u = 0, 1, 2, \dots, (N/2-1)$. La otra mitad se obtiene mediante la ecuación [3.11] sin requerir evaluaciones adicionales de la transformada.

Considerando un número de muestras igual a $2n$, con n entero positivo, se puede demostrar que el número de operaciones complejas (multiplicaciones y sumas) está dado por:



$$m(n) = 2m(n-1) + 2^{n-1} \quad n \geq 1 \quad [3.12]$$

$$a(n) = 2a(n-1) + 2^n \quad n \geq 1 \quad [3.13]$$

Expresiones recursivas que indican el número de multiplicaciones (ecuación [3.12]) y de sumas (ecuación [3.13]) para las que $m(0)$ y $a(0)$ son iguales a cero, puesto que la transformada de un punto no requiere operación alguna

Por lo tanto es posible concluir, por inducción, que el número de operaciones, sumas y multiplicaciones complejas, que se requiere para implementar un algoritmo para FFT como el recién descrito está dado por:

$$m(n) = \frac{1}{2} 2^n \log_2 2^n = \frac{1}{2} N \log_2 N = \frac{1}{2} Nn \quad n \geq 1 \quad [3.14]$$

$$a(n) = 2^n \log_2 2^n = N \log_2 N = Nn \quad n \geq 1 \quad [3.15]$$

Para multiplicaciones [3.14] y sumas [3.15]

3.3 LA FFT INVERSA

Resulta que todo algoritmo que se implemente para calcular la FFT discreta con modificaciones simples en sus entradas, puede ser utilizado para el cálculo de la inversa.

La ecuación de la directa:

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{\frac{-j2\pi ux}{N}} \quad [3.16]$$

Y

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) e^{\frac{j2\pi ux}{N}} \quad [3.17]$$

Para la inversa, permiten el siguiente procedimiento:

Tomando la ecuación [3.17] en su conjugada y dividiendo ambos lados por N , resulta:

$$\frac{1}{N} f^*(x) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} F^*(u) e^{-j2\pi \frac{ux}{N}} \quad [3.18]$$

Al comparar se aprecia que el lado derecho tiene la misma forma que la ecuación [3.16].

Entonces, usando $F^*(u)$ como entrada para el algoritmo empleado en el cálculo de la FFT directa, el resultado que se obtiene es $\frac{f^*(x)}{N}$.

Al resultado obtenido se le conjuga (se obtiene su complejo conjugado) y se multiplica por N , resultando la inversa deseada $f(x)$.

Para el caso bidimensional corresponde obtener el complejo conjugado de la ecuación [2.15], resultando:

$$f^*(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F^*(u, v) e^{-j2\pi \left(\frac{ux+vy}{N} \right)} \quad [3.19]$$

Que tiene la misma forma que la FFT directa para dos dimensiones de la ecuación [2.14].

Entonces, aplicando $F^*(u, v)$ a un algoritmo desarrollado para el cálculo de la transformada directa, el resultado obtenido será $f^*(x, y)$; tomando el complejo conjugado de este resultado se obtendrá $f(x, y)$.

Naturalmente, si $f(x)$ o $f(x, y)$ son reales, la operación de complejo conjugado es innecesaria.



3.4 IMPLEMENTACIÓN DE LA FFT

El algoritmo planteado en [3.2] es directo; la cuestión relevante es que los datos de entrada deben ser reordenados para la aplicación sucesiva de las ecuaciones [3.8] y [3.9]

Un ejemplo simple: cálculo de la FFT, por el algoritmo de doblamiento sucesivo, de una función de 8 puntos $\{f(0), f(1), \dots, f(7)\}$.

La ecuación [3.8] usa los argumentos de tipo par: $\{f(0), f(2), f(4), f(6)\}$; La ecuación [3.9] los de tipo impar: $\{f(1), f(3), f(5), f(7)\}$.

Cada transformada de 4 puntos se calcula como 2 transformadas de 2 puntos; esto utiliza también las ecuaciones [3.8] y [3.9], con su nuevo carácter de par/impar para los argumentos de cada grupo.

Así, para el primer conjunto la subdivisión genera $\{f(0), f(4)\}$ como parte par y $\{f(2), f(6)\}$ como parte impar. Igualmente $\{f(1), f(5)\}$ para la parte par y $\{f(3), f(7)\}$ para parte impar.

De acuerdo a lo anterior, el ordenamiento requerido para aplicar directamente el algoritmo es:

$$\{f(0), f(4), f(2), f(6), f(1), f(5), f(3), f(7)\}$$

En la [figura 3.2] siguiente se ilustra la forma en que opera el algoritmo:

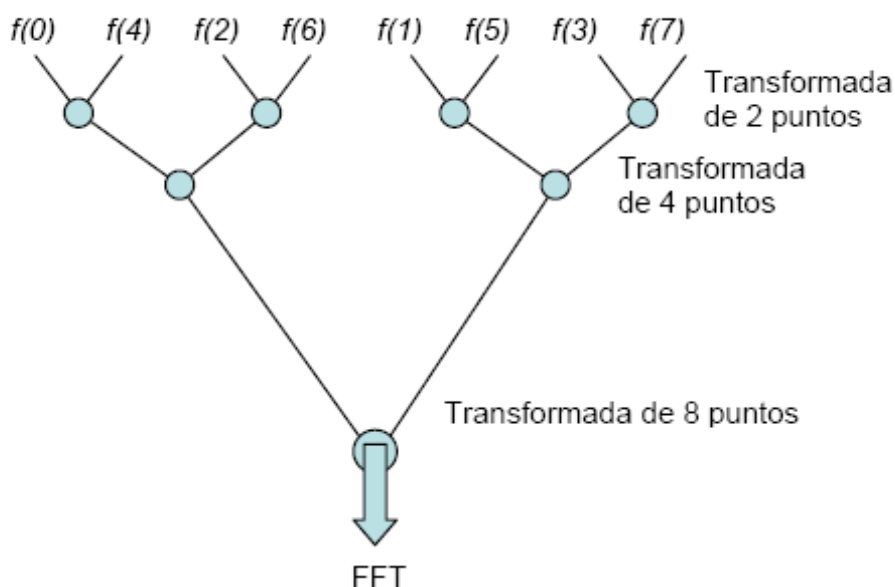


Figura 3.1.- Algoritmo operativo de la FFT

El primer nivel de cálculo incluye 4 transformadas de 2 puntos. Estos 4 resultados se utilizan para el segundo nivel formando dos transformadas de 4 puntos cuyos resultados llegan al último nivel donde el cálculo produce la transformada deseada.

Al observar el reordenamiento generado para el cálculo, se aprecia que (felizmente) éste sigue una regla simple: reversión de los bits. Para el ejemplo de 8 puntos, son tres los bits que identifican cada elemento: 000, 001,..., 111.

Orden Inicial	Argumento	Orden Modificado	Argumento
f(0)	000	f(0)	000
f(1)	001	f(4)	100
f(2)	010	f(2)	010
f(3)	011	f(6)	110
f(4)	100	f(1)	001
f(5)	101	f(5)	101
f(6)	110	f(3)	011
f(7)	111	f(7)	111

A continuación se representa el proceso de discretización que sigue para la obtención de un espectro de frecuencias a través de la transformada rápida de Fourier (FFT). **[Figura 3.2]**

- Señal temporal $g(t)$ y su espectro o transformada de Fourier $G(f)$
- La primera etapa es discretizar la señal temporal como se observa en la figura. Esta discretización se puede considerar como el equivalente a la multiplicación de la señal temporal por un tren de impulsos de $\Delta_1(t)$ (llamado muestreo) con un intervalo de muestreo Δt . La transformada de Fourier de este tren de impulsos $\Delta_1(f)$, se corresponde con otro tren de impulsos a todos los múltiplos de la frecuencia de muestreo $f_s = \frac{1}{\Delta t}$
- Se muestra el resultado de la multiplicación en el dominio del tiempo, que corresponde con la convolución de las dos transformadas (señal temporal y señal de muestreo), en el dominio de la frecuencia. Podemos observar la señal ya discretizada y su transformada correspondiente.
- Posteriormente se limita la señal temporal a una longitud en el tiempo adecuada para obtener un registro temporal finito. Esto es equivalente a la multiplicación en el dominio del tiempo de la señal temporal por una función que se denomina “ventana”. Aquí podemos observar la representación de una ventana rectangular con su espectro.
- Podemos observar la multiplicación de lo anteriormente dicho



f) Finalmente no es posible representar un espectro continuo como el de la figura (e) en una memoria digital, por ello es necesario la discretización de forma similar a la realizada con la función temporal a la que se le ha aplicado la ventana por el tren de impulsos o muestras $\Delta_2(f)$, separados por el intervalo Δf , cuya transformación al dominio temporal es otro tren de impulsos separados

un periodo $T = \frac{1}{\Delta f}$

g) Se expresa el resultado de dicha multiplicación en el dominio de la frecuencia (convolución en el dominio temporal).

De todo lo dicho y expuesto se puede deducir que el análisis a través de la FFT opera con todos los valores de la señal temporal simultáneamente, a diferencia del análisis por filtrado.

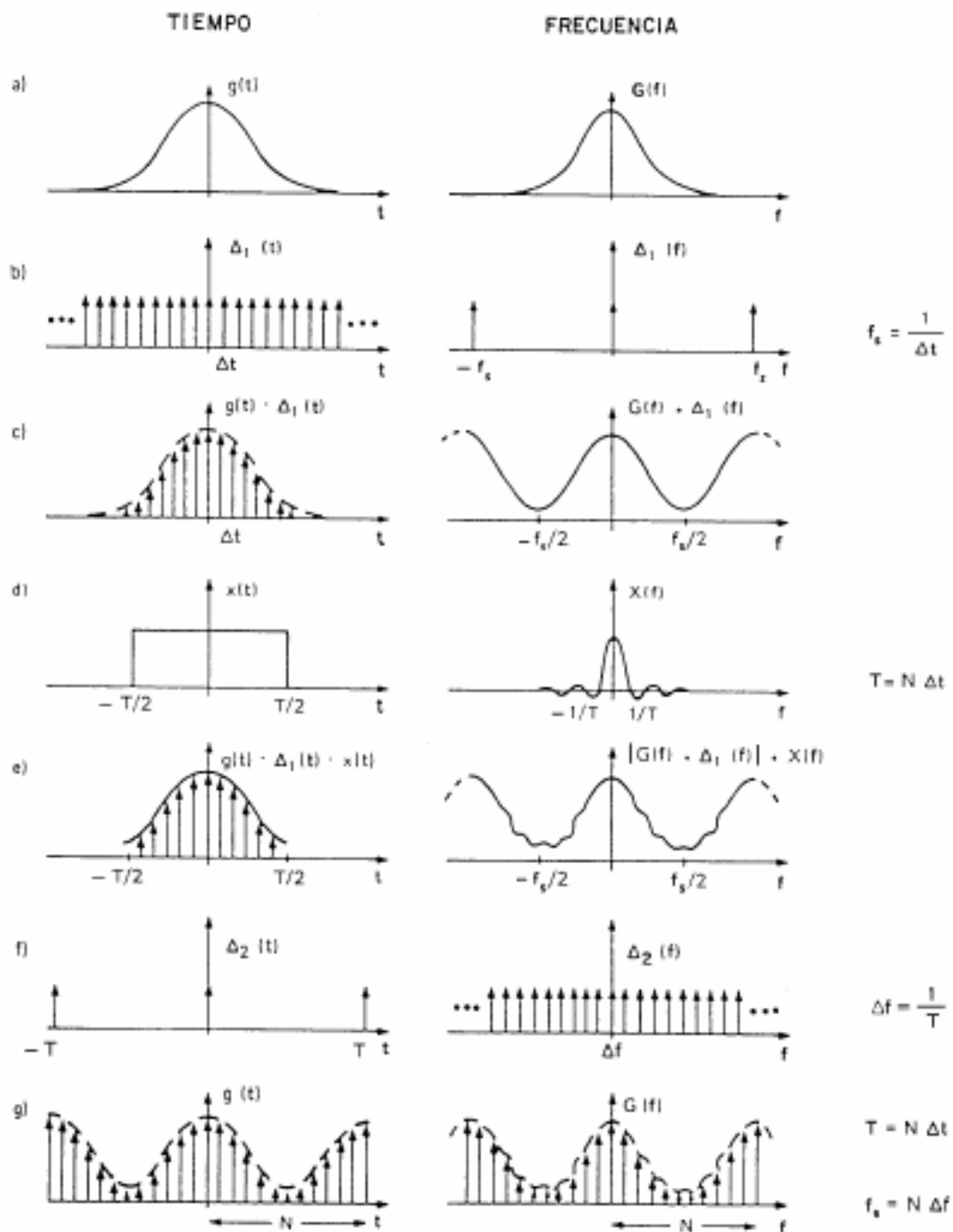


Figura 3.2.- Representación gráfica del proceso seguido para la obtención de un espectro de frecuencias a través de la transformada rápida de Fourier.





CAPITULO 4

EJEMPLOS DE REPRESENTACIONES DE SEÑALES MEDIANTE TRANSFORMADAS DE FOURIER



4. EJEMPLOS DE REPRESENTACIONES DE SEÑALES MEDIANTE TRANSFORMADAS DE FOURIER

A continuación vamos a mostrar una serie de ejemplos de señales con su respectiva transformada de Fourier para analizar los resultados que obtenemos con la misma.

Primero vamos a representar dos señales sinusoidales con diferentes frecuencias, y aplicaremos su transformada de Fourier. **[Figura 4.1]**

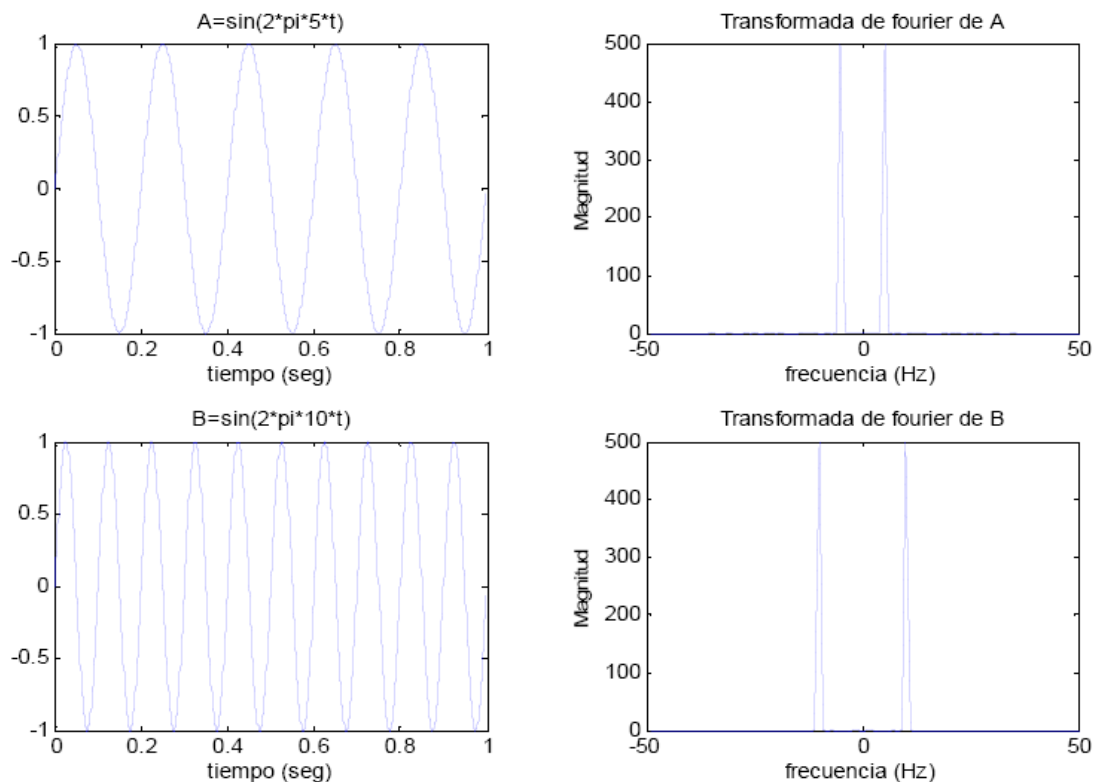


Figura 4.1.- Representación de dos señales sinusoidales A y B de 5 y 10 Hz respectivamente y su transformada de Fourier.

Cómo se puede observar la representación gráfica de la transformada sólo nos permite identificar las frecuencias del espectro, pero no el instante de tiempo en el que se producen.

Nota: Se observa que la gráfica de la transformada de Fourier se obtienen dos frecuencias simétricas (-5 y 5 Hz) y (-10 y 10Hz), ya que la transformada de Fourier es una función simétrica

A continuación vamos a representar dos señales **[Figura 4.2]** durante el periodo de tiempo de 2s; la primera señal (C) es la combinación de la señal A durante el primer segundo con la señal B durante el siguiente segundo, en cambio en la señal (D) sucede



lo contrario; vamos a ver qué sucede cuando realizamos la transformada de Fourier de esas señales.

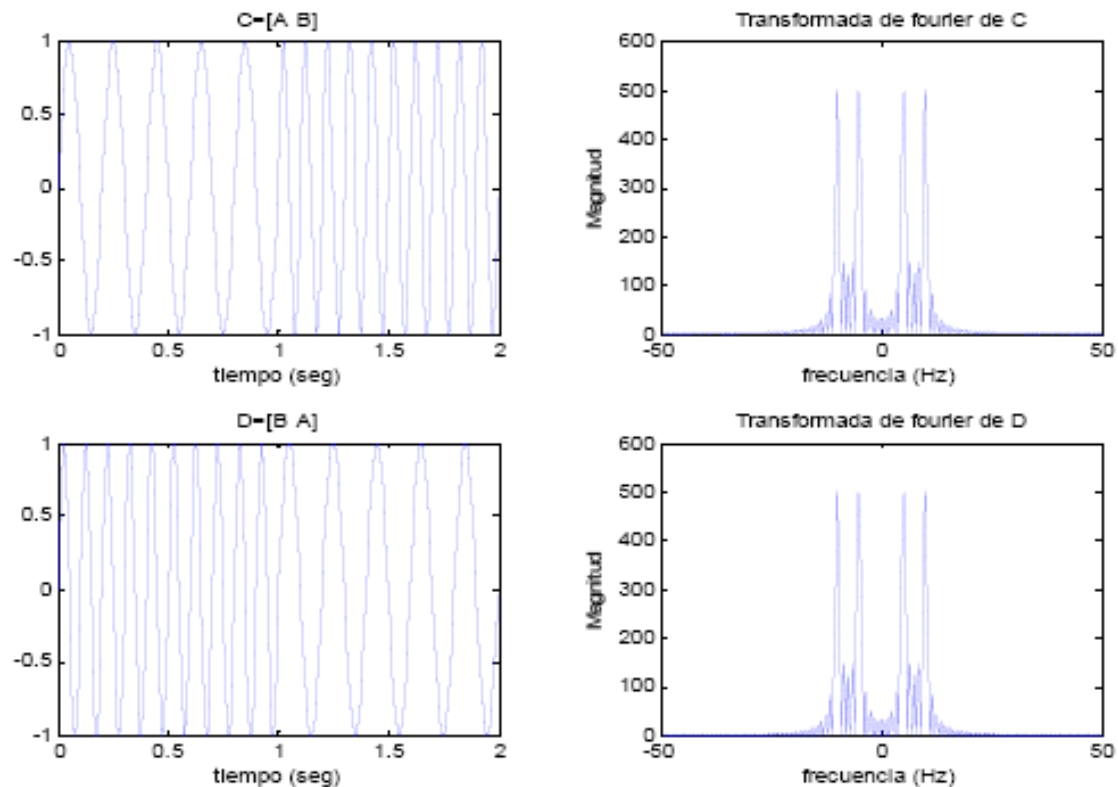


Figura 4.2.- Representación de dos señales sinusoidales C y D y su transformada de Fourier.

Se observa en el análisis que aunque tenemos señales iguales en frecuencia, pero diferentes a lo largo del tiempo, el espectro de Fourier o transformada de Fourier es el mismo para ambas señales, se observa que tenemos dos frecuencias a 5 y 10 Hz en los dos gráficos, que no son más que las frecuencias dominantes de las señales C y D .

A continuación representaremos otros dos ejemplos más para observar mejor el fenómeno. [Figura 4.3]

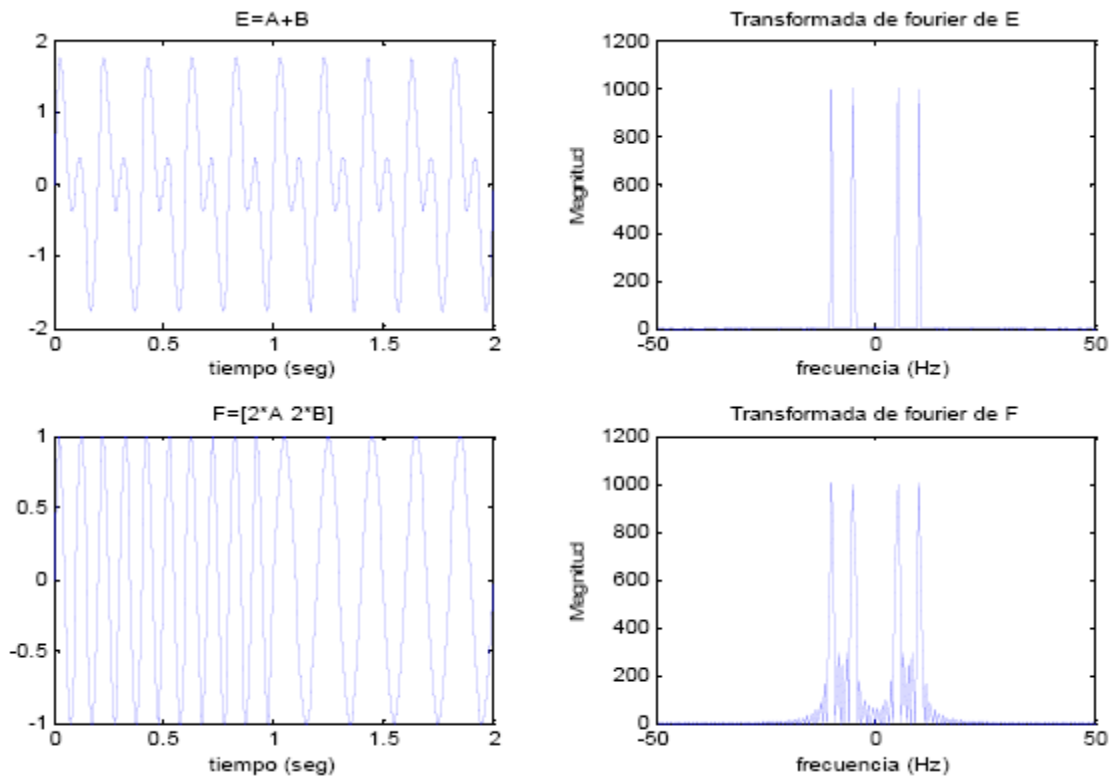


Figura 4.3.- Representación de dos señales sinusoidales E y F y su transformada de Fourier.

Ahora tenemos dos señales totalmente diferentes la señal E no es más que la suma de la señal A y la B ($E=A+B$); y la señal F no es más que la señal C con el doble de amplitud.

Seguimos viendo como las señales frecuentemente son iguales en los 4 casos, ya que como sabemos el análisis de Fourier identifica las frecuencias de la señal pero no el instante de tiempo en el que ocurren.

Vemos otros ejemplos en los que señales totalmente diferentes en el tiempo poseen la misma transformada de Fourier. **[Figura 4.4]**

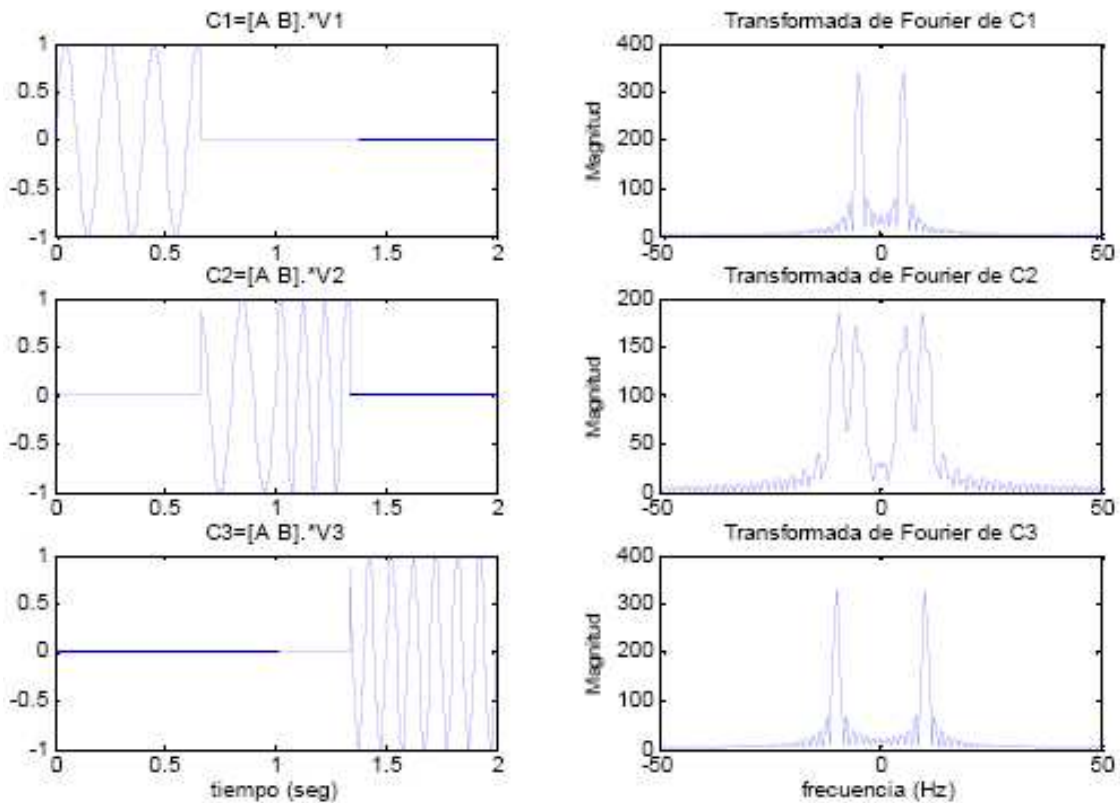


Figura 4.4.- Representación de señales sinusoidales $C1$, $C2$ y $C3$ y su transformada de Fourier.

Como hemos visto con ejemplos claros la transformada de Fourier es una herramienta de vital importancia a la hora del análisis de las frecuencias de una señal, pero posee carencias temporales, es decir con la transformada de Fourier no podemos saber el instante de tiempo en el que se producen dichas frecuencias, por eso se precisa realizar un análisis diferente, un análisis tiempo-frecuencia cuyo principio básico consiente en realizar el ventaneo o ventaneado de la señal.





SECCIÓN 2

ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

CAPITULO 5. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

CAPITULO 6. VENTANEADO

CAPITULO 7. LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO (STFT)

CAPITULO 8. ESPECTROGRAMAS

CAPITULO 9. LIMITACIONES DE LA STFT

CAPITULO 10. LA TRANSFORMADA WAVELET





CAPITULO 5

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS **TIEMPO-FRECUENCIA**



5. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA

La mayoría de las señales no son estacionarias. La amplitud y el espectro de una señal pueden variar en el espacio temporal. Un ejemplo es la emisión acústica de un barco, con variaciones debidas a los cambios de velocidad y el encendido y apagado de la maquinaria de a bordo. Las señales de radar con modulación frecuencial tienen un tiempo dependiente del espectro. Al Hablar, las frecuencias también son distintas en los diferentes segmentos de la palabra hablada. Una completa caracterización de las señales no estacionarias en el dominio de la frecuencia debe además incluir el aspecto temporal, con el que se obtiene el análisis tiempo frecuencia de una señal.

Si el espectro de una señal es dependiente del tiempo, es necesario usar elementos suficientemente cortos de ella (con la certeza de que el espectro es constante sobre cada segmento), para analizar el espectro. Coger un segmento función del tiempo se conoce como trabajar con ventanas.

La ventana se mueve a lo largo del eje temporal, para producir segmentos de $S(t)$ para analizar. Por ejemplo, podemos tener un plot de 3D de magnitud del espectro con la frecuencia y el tiempo o un 2D de frecuencia contra el tiempo, con magnitudes espectrales representadas por una escala de grises. Cada plot se denomina espectrograma en el análisis de la voz, en el que más adelante estudiaremos las propiedades de los espectrogramas y su estudio analítico de interés.



CAPITULO 6

VENTANEADO



6. VENTANEADO

6.1 ¿QUE SON LAS FUNCIONES VENTANA?

Las ventanas son funciones matemáticas usadas con frecuencia en el análisis y el procesamiento de señales para evitar las discontinuidades al principio y al final de los bloques analizados.

En procesamiento de señales, una ventana se utiliza cuando nos interesa una señal de longitud voluntariamente limitada. En efecto, una señal real tiene que ser de tiempo finito; además, un cálculo sólo es posible a partir de un número finito de puntos. Para observar una señal en un tiempo finito, la multiplicamos por una función ventana.

Se divide la señal en fragmentos cortos (short time) delimitados en el tiempo por una función ventana. Una ventana no es nada más que un tipo específico de envolvente que se aplica para un análisis espectral. La duración de la ventana está normalmente comprendida entre 1 ms y 1 s , y los segmentos a veces se solapan. A través del análisis espectral individual de cada segmento enventanado, se obtiene una secuencia de medidas (de espectros) que constituyen el espectro variable a lo largo del tiempo o sonograma. La **[Figura 6.1]** muestra un ejemplo de enventanado de un sonido, que aproximadamente se comporta como una especie de filtrado de la señal.

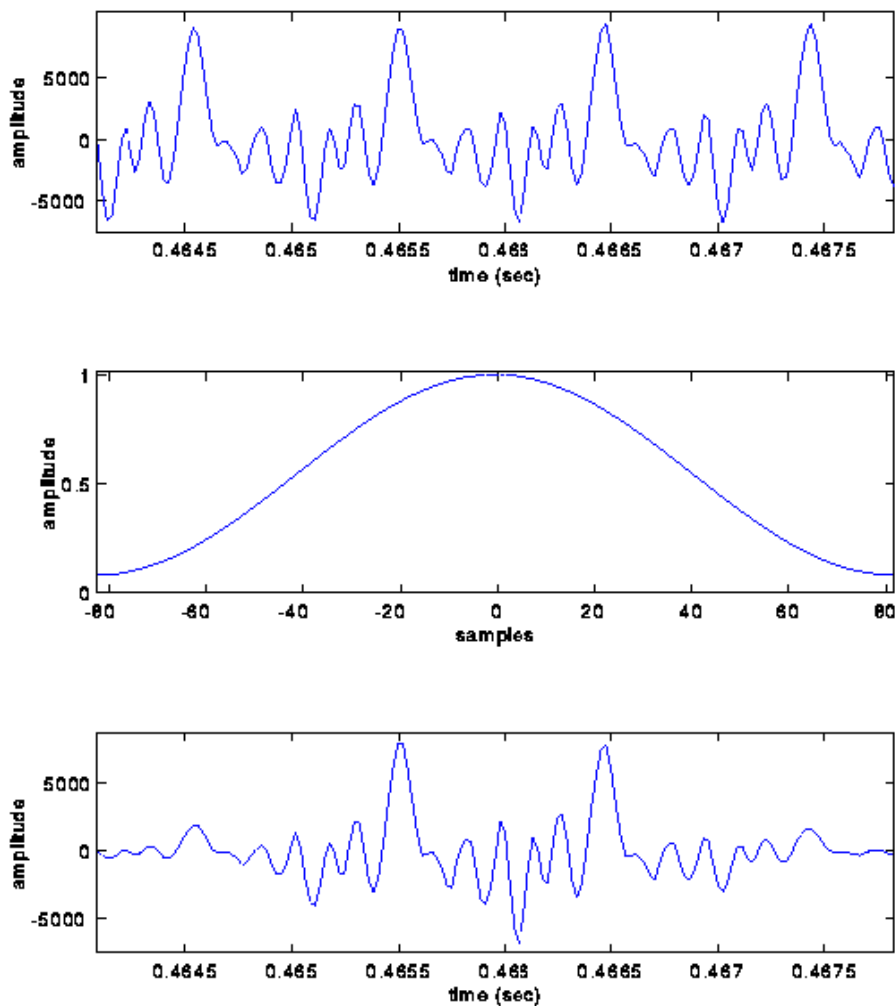


Figura 6.1.- Ejemplo de enventanado de un sonido

El proceso de enventanado es la fuente del adjetivo short time en la Short Time Fourier Transform (STFT), que veremos más adelante. Desafortunadamente, tiene la desventaja de producir distorsiones en la medida del espectro, ya que el analizador de espectro no mide sólo la señal de entrada sino el producto de la misma por la ventana. El espectro que resulta es la convolución del espectro de la señal de entrada y el espectro de la ventana. Veremos más adelante las implicaciones de este hecho.

6.2 OPERACIÓN DEL VENTANEADO

Un segmento de longitud T de la señal es:

$$\tilde{s}(t) = s(t)\gamma(t) \quad [6.1]$$

Y la transformada de Fourier de $\tilde{s}(t)$ es, por el teorema de convolución:

$$\tilde{S}(\omega) = S(\omega) * \Gamma(\omega) \quad [6.2]$$

Donde $S(\omega)$ y $\Gamma(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $s(t)$ y $\gamma(t)$.

A continuación se muestra en la **[Figura 6.2]** la operación del ventaneado

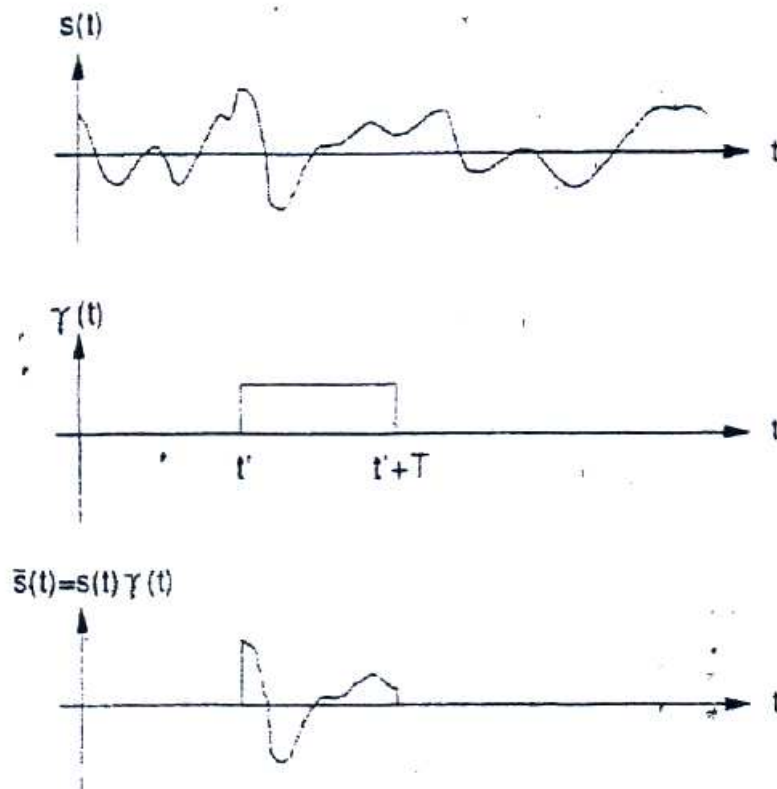


Figura 6.2.- La operación del ventaneado

Si suponemos que $s(t)$ es estacionario y de una infinita duración sinusoidal de frecuencia ω_1 , entonces la transformada $|S(\omega)|$, $|\Gamma(\omega)|$, $|\tilde{S}(\omega)|$, son como los mostrados en la siguiente **[Figura 6.3]**

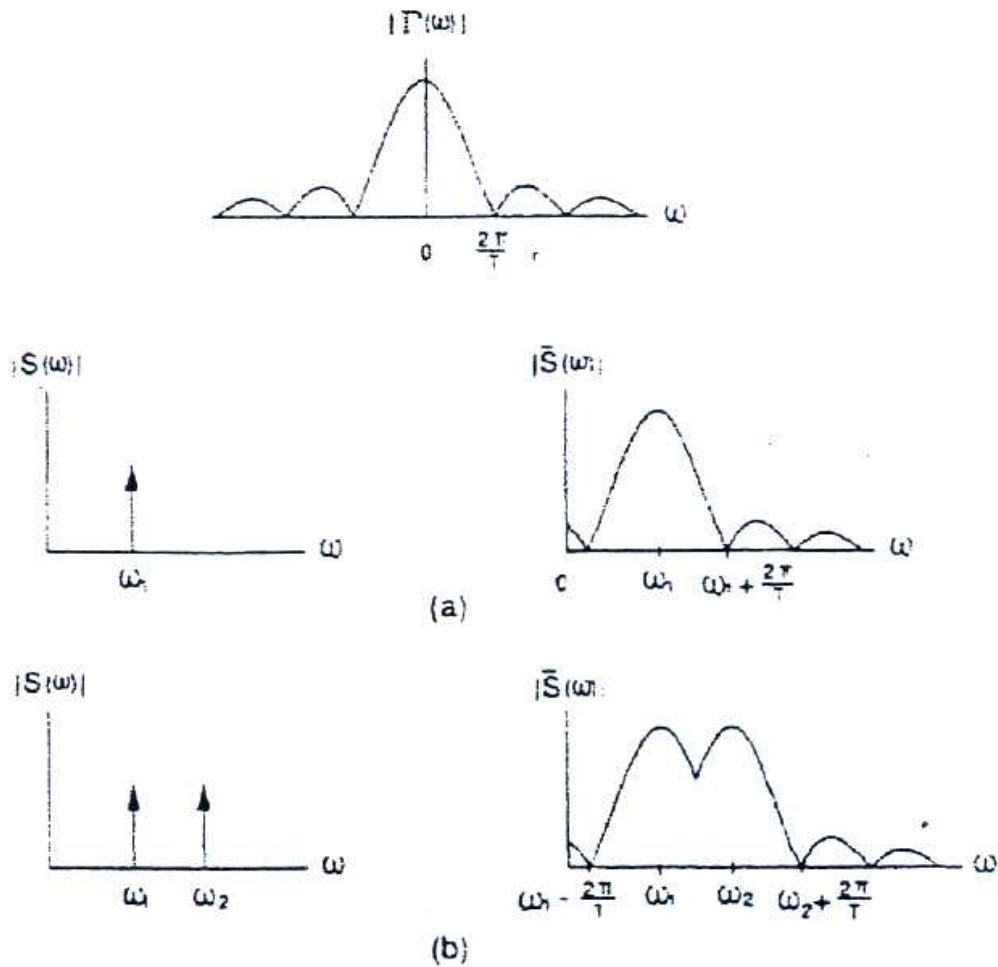


Figura 6.3.- Espectro enventanado de (a) una onda simple; y de (b) dos ondas

A causa del enventanamiento, $|\tilde{S}(\omega)|$ es $|S(\omega)|$, expandido en la ventana $|\Gamma(\omega)|$. Ahora si $s(t)$ contiene dos sinusoidales de igual magnitud y de frecuencia ω_1 y ω_2 , entonces $|\tilde{S}(\omega)|$ es como se muestra en la [Figura 6.3 (b)] de arriba, donde la forma del espectro depende de la separación $|\omega_2 - \omega_1|$. Si $|\omega_2 - \omega_1| \gg \frac{2\pi}{T}$, $|\tilde{S}(\omega)|$ tiene dos picos distintos en ω_1 y ω_2 . Como $|\omega_2 - \omega_1|$ es bastante pequeño, aparecerá eventualmente un solo pico. Una regla para la resolución de las dos sinusoidales, es que al observar el tiempo T , cubra al menos un ciclo de cada golpe de frecuencia, por ejemplo:

$$|\omega_2 - \omega_1| \geq \frac{2\pi}{T} \quad [6.3]$$

De esta forma la resolución frecuencial alcanzada $\Delta f = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{2\pi}$ de un segmento de longitud T es $1/T$. Viendo la ecuación anterior de otra forma, y considerando Δf como el ancho de banda de la señal, el ancho de banda temporal producto de un segmento de la señal debe ser más grande que la unidad proveniente de la resolución Δf . Para una información contenida en el contexto, los anchos de banda grandes productos son una propiedad deseable. Para poder diferenciar la presencia de dos sinusoides en una señal, es necesario observar la señal durante un periodo de tiempo suficientemente grande. Si fuésemos a estimar la frecuencia de una senoide, desde el espectro de un segmento inventanado, habría una gran estimación de error si el segmento sólo contiene una pequeña fracción del ciclo, especialmente si hay ruido en ese tramo.

En el análisis tiempo-frecuencia de una señal no estacionaria, hay dos requerimientos conflictivos a la que se refiere en el análisis de la ventana a estudiar. El ancho de la ventana T debe ser suficientemente grande para dar la resolución frecuencial deseada, pero también debe ser lo suficientemente pequeña como para no empañar la dependencia del tiempo e identificar correctamente el instante de tiempo en el que ocurre el fenómeno. Si una señal contiene dos impulsos de separación d segundos, T debe ser menor de d segundos, para resolver los dos impulsos, si no se podría distinguir uno de ellos en el análisis.

Una buena resolución en el tiempo o en la frecuencia implica una buena localización en el tiempo o en la frecuencia. Por lo que una ventana de pequeño espesor, representada idealmente por un impulso, da una perfecta resolución temporal, pero una pobre resolución frecuencial, debido a que tiene infinitos anchos de banda; en cambio un filtro de ancho de banda muy estrecho consigue una buena localización frecuencial, pero una mala localización en el tiempo, porque su impulso de respuesta cae rápidamente con el tiempo.

Las sinusoides son perfectamente localizadas en la frecuencia, pero son globales en el tiempo. Tienen soporte no-compacto, por ejemplo, infinita duración. Usadas como bases de funciones en el análisis de Fourier, cuentan en la cancelación para representar discontinuidades en el tiempo (fenómeno de Gibbs). Las sinusoides no son por ello adecuadas para representar funciones que tienen soporte compacto, por ejemplo las que son distintas de cero solo para una duración finita, comparadas con bases de funciones que tienen soporte compacto. La eficiencia aquí se mide por el número de coeficientes necesarios en el dominio de la transformada para representar una función dada.

Mientras es posible diseñar la forma de la ventana para optimizar la resolución del tiempo y la frecuencia, hay una limitación fundamental en lo que se puede hacer para un tiempo T dado. Esto se saca del principio de incertidumbre que permanece para cada par de transformadas $s(t)$ y $S(\omega)$;

$$\Delta_t \Delta_\omega \geq \frac{1}{2} \quad [6.4]$$



Donde:

$$\Delta_t^2 = \frac{\int t^2 |s(t)|^2 dt}{\int |s(t)|^2 dt} \quad [6.5]$$

Y

$$\Delta_\omega^2 = \frac{\int \omega^2 |S(\omega)|^2 d\omega}{\int |S(\omega)|^2 d\omega} \quad [6.6]$$

Y son medidores de las variaciones o la extensión de $s(t)$ y $S(\omega)$.

Consideraremos $\frac{s(t)^2}{\int |s(t)|^2 dt}$ como la función densidad de probabilidad en la variable aleatoria t , entonces la ecuación [6.5] continua inmediatamente con Δ_t^2 como el segundo momento de t . Una interpretación de la ecuación [6.4], con Δ_t y Δ_ω con la duración efectiva y ancho de banda de la señal, es si una señal tiene un ancho de banda Δ_ω , entonces su duración debe ser mayor que $\frac{1}{2\Delta_\omega}$ y viceversa.

La función que encuentra el límite en [6.4] es la función Gaussiana.

Consideramos:

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} \quad [6.7]$$

Entonces

$$S(\omega) = e^{-\frac{\omega^2}{2\sigma_\omega^2}} \quad [6.8]$$

Por ejemplo, la transformada de Fourier de $s(t)$ es también Gaussiana con $\sigma_\omega^2 = \frac{1}{\sigma_t^2}$. Poniendo $|s(t)|^2$ y $|S(\omega)|^2$ en las ecuaciones [6.5] y [6.6]; obtenemos:

$$\Delta_t^2 = \frac{\sigma_t^2}{2} \quad [6.9]$$

$$\Delta_\omega^2 = \frac{\sigma_\omega^2}{2} \quad [6.10]$$

Por esa razón:

$$\Delta_t \Delta_\omega = \frac{\sigma_t}{\sqrt{2}} \frac{\sigma_\omega}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \quad [6.11]$$

Y además $s(t)$ se encuentra en el límite.

6.3 PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE

Puede parecer que el análisis tiempo-frecuencia determina exactamente el espectro tanto en frecuencia como en tiempo, pero existe un problema que tiene su base en el principio de incertidumbre de Heisenberg; que en este caso se traduce en que no es posible la representación exacta tiempo-frecuencia de una señal, si no tan sólo los intervalos de tiempo en los cuales existen determinadas bandas de frecuencia, por lo que aparece un problema de resolución.

En el análisis de la transformada de Fourier no existe el problema de resolución en el dominio de la frecuencia, ya que se sabe exactamente que frecuencias existen, y tampoco existe problema de resolución en el dominio del tiempo, ya que se conoce el valor de la señal para cada instante de tiempo, pero el análisis debe ser por separado no podemos hacer un análisis conjunto de tiempo-frecuencia. La perfecta resolución en frecuencia de la transformada de Fourier es el hecho de que la ventana empleada en el análisis es la función exponencial $e^{j\omega t}$, la cual existe en todo instante de tiempo $[-\infty, +\infty]$. Cuando empleamos el fenómeno del ventaneado la ventana es de longitud finita, es decir sólo se aplica a una parte de la señal, causando una disminución de la resolución en frecuencia, por lo que sólo es posible localizar una banda de frecuencias y no un valor exacto de las frecuencias.



Podemos enumerar dichas consideraciones a la hora de realizar el análisis tiempo-frecuencia:

- La anchura y forma de la ventana tienen una gran importancia en las propiedades del análisis tiempo- frecuencia
- Grandes duraciones de la ventana contradicen el objetivo de análisis localizado
- Duraciones cortas de la ventana introducen una suavización excesiva en el espectro variante con el tiempo
- Para obtener un análisis frecuencial fiel de la señal $x(t)$, la ventana debe equivaler a un impulso en frecuencia:
 $W^*(\theta) = \delta(\theta)$
- Debemos establecer un compromiso entre resolución en el dominio de la frecuencia y capacidad de análisis localizado

A la hora de establecer la ventana debemos tener en cuenta consideraciones y características de las mismas.

- Utilización de dos parámetros: caracterización del ancho temporal y caracterización del ancho de banda

-Caracterización del ancho temporal

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |w(t)|^2 dt \quad [6.12]$$

-Caracterización del ancho de banda

$$\sigma_\Omega^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega^2 |W(\Omega)|^2 d\Omega \quad [6.13]$$

- Propiedades exigibles a la ventana

-Simetría par



$$w = \int_{-\infty}^{+\infty} t |w(t)|^2 dt = 0 \quad [6.14]$$

-Normalizada en energía

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W(\Omega)|^2 d\Omega = 1 \quad [6.15]$$

-Concentración de la energía en torno al punto de localización

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{|t|} w(t) = 0 \quad [6.16]$$

El principio de incertidumbre viene expresado por la relación:

$$\sigma_t \sigma_\Omega \geq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad [6.17]$$

Vamos a ver la demostración de este principio, partiendo de la desigualdad de Schwartz:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g(t) dt \right|^2 \leq \left| \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \right| \left| \int_{-\infty}^{+\infty} |g(t)|^2 dt \right| \quad [6.18]$$

Sabiendo e identificando que

$$\begin{aligned} f(t) &= t \cdot w(t) \\ g(t) &= \frac{dw^*(t)}{dt} = w^{*'}(t) \end{aligned} \quad [6.19]$$

Las integrales tienen los valores:



$$\int_{-\infty}^{+\infty} tw(t) \frac{dw^*(t)}{dt} dt = -\frac{1}{2} \quad [6.20]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |w(t)|^2 dt = \sigma_t^2 \quad [6.21]$$

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} |g(t)|^2 dt \right| = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{dw^*(t)}{dt} \right|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Omega W'(\Omega)|^2 d\omega = \frac{\sigma_\Omega^2}{2\pi} \quad [6.22]$$

Por lo que se puede demostrar que obtenemos la ecuación:

$$\sigma_t \sigma_\Omega \geq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad [6.23]$$

Una vez explicado en que consiste la operación de ventaneado y sus propiedades vamos a identificar los tipos de ventanas que existen para el análisis de las señales.

6.4 ANÁLISIS DE FILTROS O VENTANAS

Vamos a describir con más detalle las características de un filtro o ventana y veremos algunos ejemplos de tipos de ventanas.

Un filtro es un aparato que transmite una señal de tal manera que su salida es el resultado de convolver la señal de entrada con el impulso de respuesta de la función $h(t)$ del filtro. En el dominio de la frecuencia este corresponde a una multiplicación del espectro de la frecuencia de la señal por la respuesta de la función del filtro $H(f)$. El filtro se caracteriza por su pulso de respuesta en el dominio del tiempo y por su respuesta en frecuencia en el dominio de la frecuencia. Ambas caracterizaciones contienen la misma información sobre el filtro y son relacionadas vía la transformada de Fourier:

$$H(f) = F[h(t)] \quad [6.24]$$

La señal transmitida tendrá una amplitud del espectro igual al producto de la amplitud de la señal de entrada del espectro y la amplitud del filtro de respuesta en frecuencia $|H(f)|$ (la amplitud del filtro característico). Consecuentemente la potencia del espectro, de la señal transmitida, es el producto del poder de entrada del espectro y

el cuadrado del filtro de la amplitud característica $|H(f)|^2$. Esto es ilustrado en la [Figura 6.4]

La salida del filtro es alimentado con un detector el cual detecta la potencia (el cuadrado de la media) de la señal de salida, representada por el área bajo el espectro de amplitud cuadrado, mostrado en la [Figura 6.4] como la curva de puntos. La raíz principal de esto, la raíz cuadrada significativa (RMS), es la estimada de la amplitud del espectro de la señal de entrada en este ancho de banda del filtro. El análisis de la frecuencia es después realizada por barrido o paso a paso, el filtro por el rango de frecuencia de interés o por uso de una grupo de filtros paralelos.

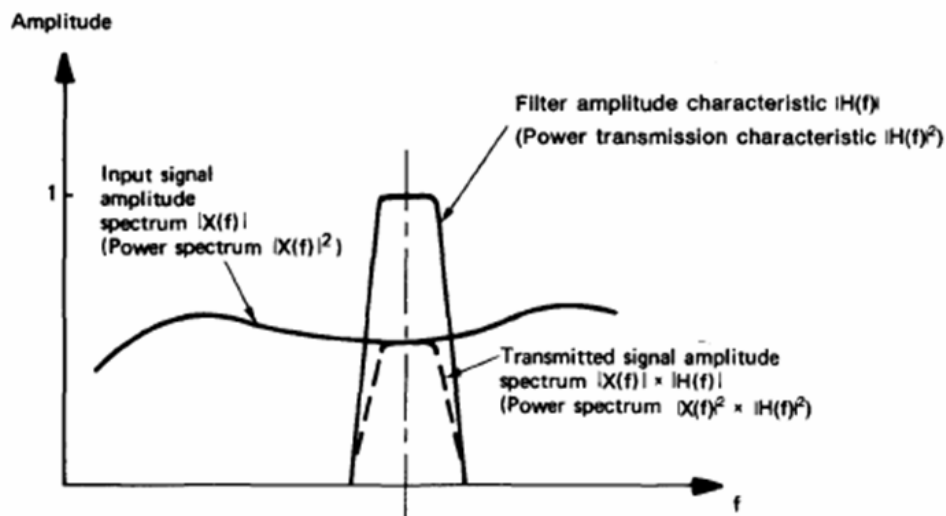


Figura 6.4.- Amplitud de un espectro para una señal filtrada

Un filtro es generalmente caracterizado en el dominio de la frecuencia por cuatro parámetros: centro de frecuencia, ancho de banda, onda y selectividad.

Un filtro ideal filtro paso banda transmitirá todos los componentes dentro de su paso banda de ancho B Hz y completamente atenúa todos los componentes de otras frecuencias; ver [Figura 6.5]

El centro de la frecuencia f_0 de un filtro es definido como cualquiera de las dos formas, la geometría o el significado del valor aritmético de los más altos y bajos límites de frecuencia. El significado geométrico se usa para un porcentaje constante de ancho de banda de los filtros. El significado aritmético se usa para constantes anchos de banda de filtros; ver [Figura 6.5]

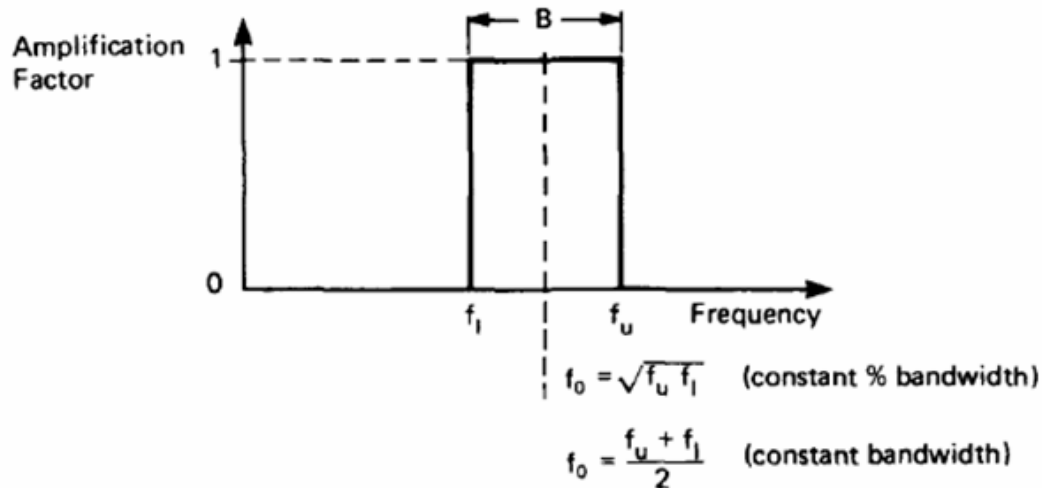


Figura 6.5.- Filtro ideal

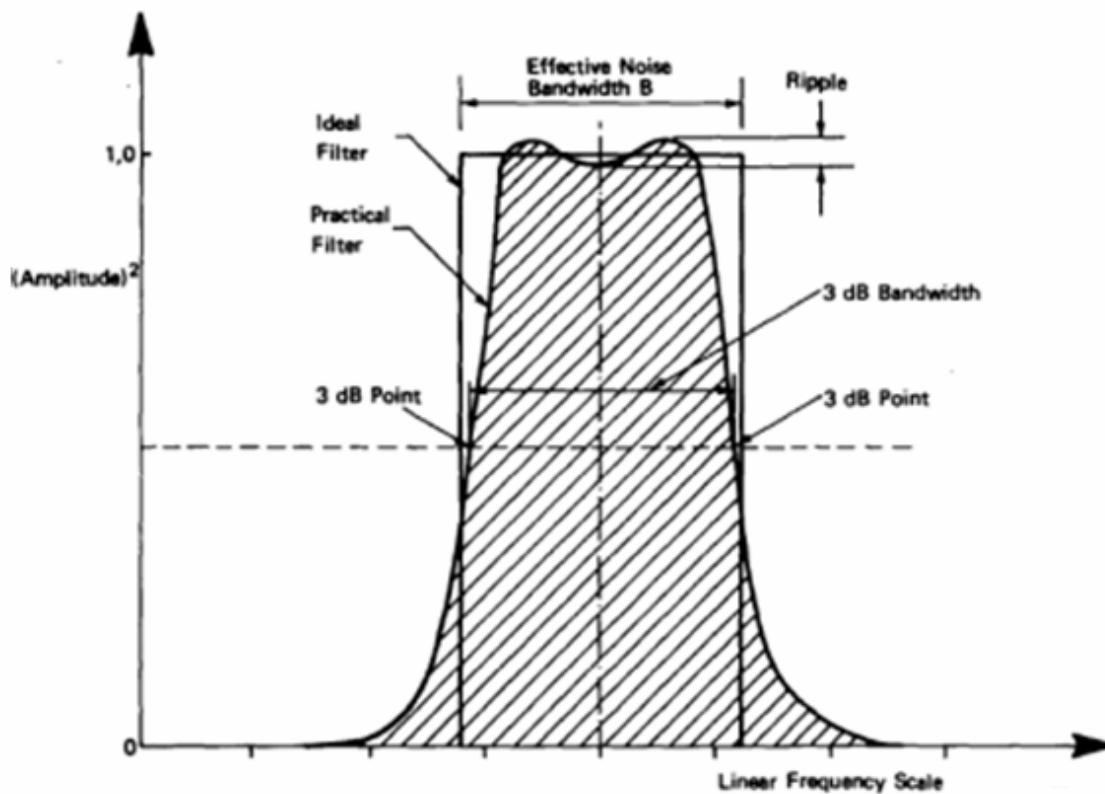


Figura 6.6.- Filtro ideal frente al práctico

El centro de frecuencias para el análisis DFT/FFT se dan por la elección del rango de frecuencias y el número de filtros/líneas en el análisis.

Filtros prácticos se desvían del ideal en varios caminos como se ilustra en la [Figura 6.6]. El llamado ruido efectivo del ancho de banda es definido como el ancho de un filtro ideal el cual, con una idéntica ganancia de la amplitud de referencia, transmitiría el mismo poder de una fuente de ruido blanco.

Otra amplitud de banda asociada con un filtro es su ancho de banda de 3 dB , esto es la diferencia en Hz o Rad/s en puntos de media potencia de la amplitud característica (es decir el punto donde el nivel son 3 dB debajo del nivel de amplitud de referencia)

En la mayoría de los filtros prácticos, la diferencia entre los 3 dB del ancho de banda y el ruido efectivo del ancho de banda es relativamente pequeña.

Los 3 dB del ancho de banda son por lo general especificados, antes que el ruido del ancho de banda, porque esto fácilmente puede ser medido usando un generador de seno variable.

El ancho de banda de un filtro da la información sobre su capacidad de separar los componentes de amplitudes similares, y así determina la resolución del análisis.

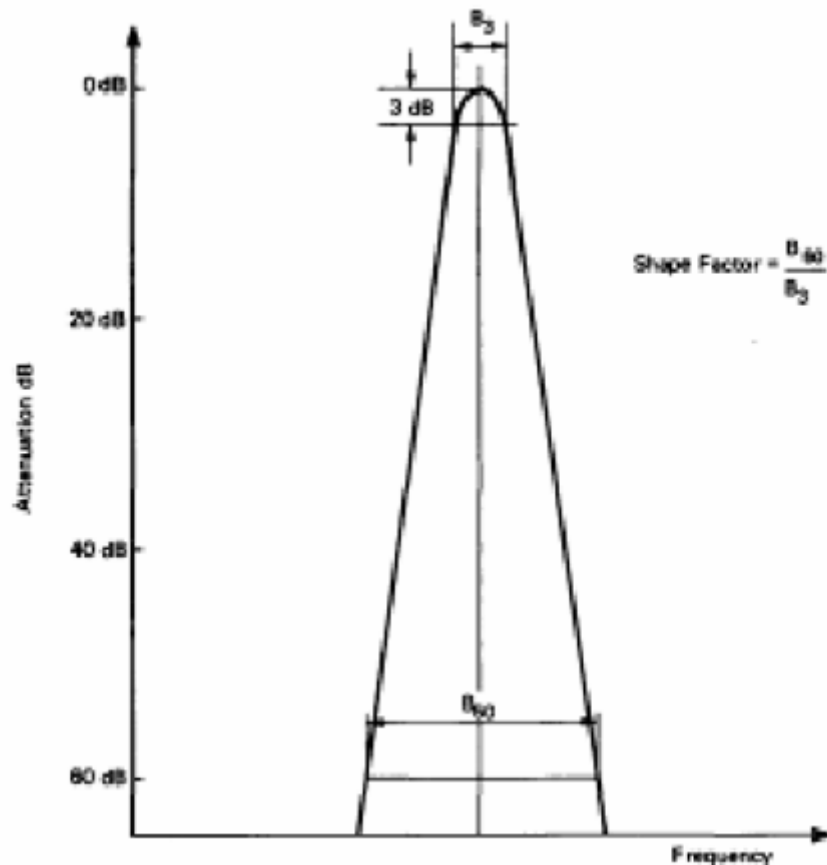


Figura 6.7.- Factor de Forma

La *selectividad* es una medida de la angostura de un *filtro* de paso de banda. El parámetro básico para la selectividad es el factor de forma, la proporción del ancho de banda del filtro en una atenuación de 60 dB , a sus 3 dB de ancho de banda, el factor de forma normalmente es usado para filtros de ancho de banda constante, que tienen características simétricas por una escala de frecuencia lineal; ver [Figura 6.7]. Para filtros con porcentaje constante del ancho de banda, los cuales tienen características simétricas para una escala de frecuencia logarítmica, es más habituales de usar



selectividad de octava, la cual da la atenuación de un filtro característico de una octava o cualquiera de los dos lados del centro de frecuencia.

La cantidad de ondulación en el filtro paso-banda, caracteriza la incertidumbre con la que la amplitud de una señal dada puede ser determinada; ver [*Figura 6.6*].



6.5 TIPOS DE VENTANAS

El análisis DFT/FFT es hecho en bloques (registros de tiempo) de datos es decir cada cálculo DFT/FFT es una transformación de un registro de tiempo de longitud finita. La señal así es limitada (truncada) por el tiempo-ventana. Lo que ocurre a la señal antes, y después, el tiempo-ventana no es observado por el analizador. Tipos de ventanas individuales acentuarán las partes de la señal de formas diferentes, y así darán resultados diferentes (espectros).

Existen distintos tipos de ventana que permiten obtener distintos resultados en el dominio de las frecuencias. Vamos a realizar un análisis más detallado de cada una de ellas y posteriormente mostrar una comparativa de las ventanas más usuales.

En general, las ventanas tendrán 3 propiedades que son las que nos interesan y en las que basaremos nuestra elección:

- Ancho del lóbulo principal (main lobe width)
- Nivel de lóbulos laterales (sidelobe level)
- Pendiente de caída (rolloff)

Lo que pasa en general es que ventanas con ancho del lóbulo principal mayor tienen menores niveles de lóbulos laterales.

Los cuatro tipos de ventanas más importantes son la ventana *Rectangular*, la ventana *Hanning*, la ventana *Hamming* y la ventana *Blackman*. Partiremos de una señal de prueba para analizar el comportamiento de las diferentes ventanas.

Para realizar este análisis, vamos a tomar una señal compuesta de 2 senoides así:

$$A_1 \cos(\omega_1) + A_2 \cos(\omega_2) \quad [6.25]$$

Idealmente al tener una señal continua como la anterior, el espectro resultante estaría dado por 2 pulsos, ubicados en ω_1 y ω_2 , con amplitudes A_1 y A_2 . Desafortunadamente al realizar la FFT con la ayuda de un sistema digital, se puede obtener resultados erróneos, como resultado del muestreo, del tipo de ventana utilizada, etc.

Para realizar las pruebas correspondientes, establezcamos los parámetros:

$$A_1 = 1 \quad \text{Amplitud del primer pulso}$$

$$A_2 = 2 \quad \text{Amplitud del segundo pulso}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{10} \quad \text{Frecuencia 1}$$

$$\omega_2 = \frac{9\pi}{10} \quad \text{Frecuencia 2}$$

La forma de onda de la señal definida anteriormente es **[Figura 6.8]:**

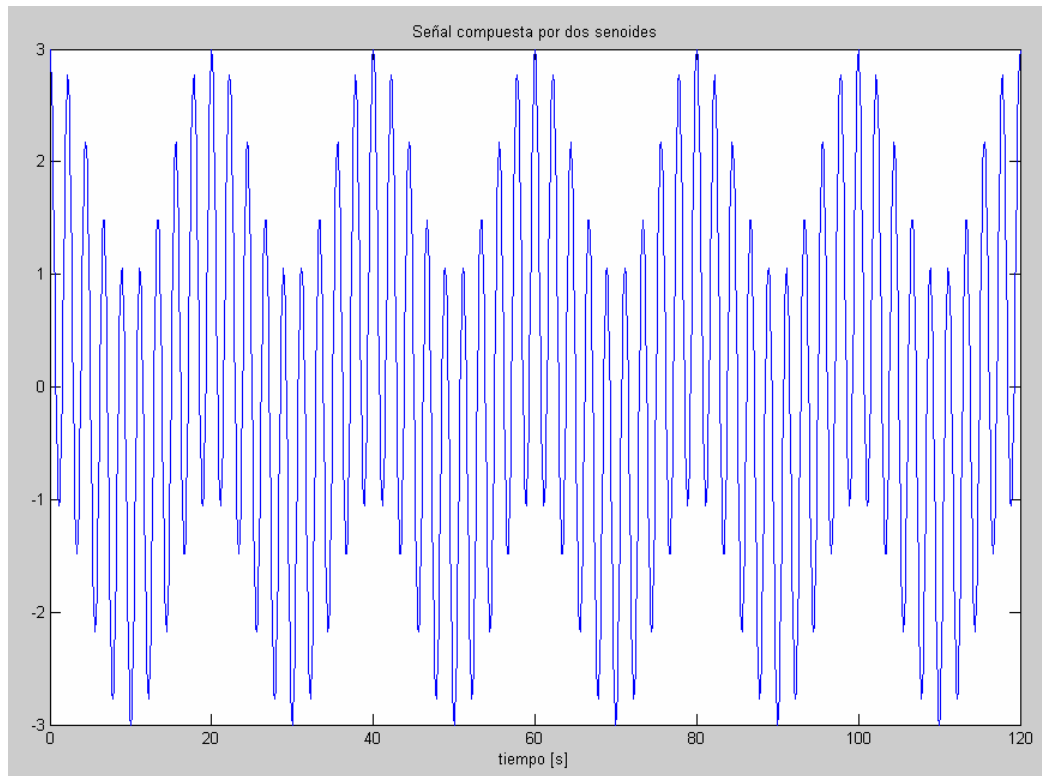


Figura 6.8.- Forma de onda de la señal de prueba

6.5.1 Ventana Rectangular

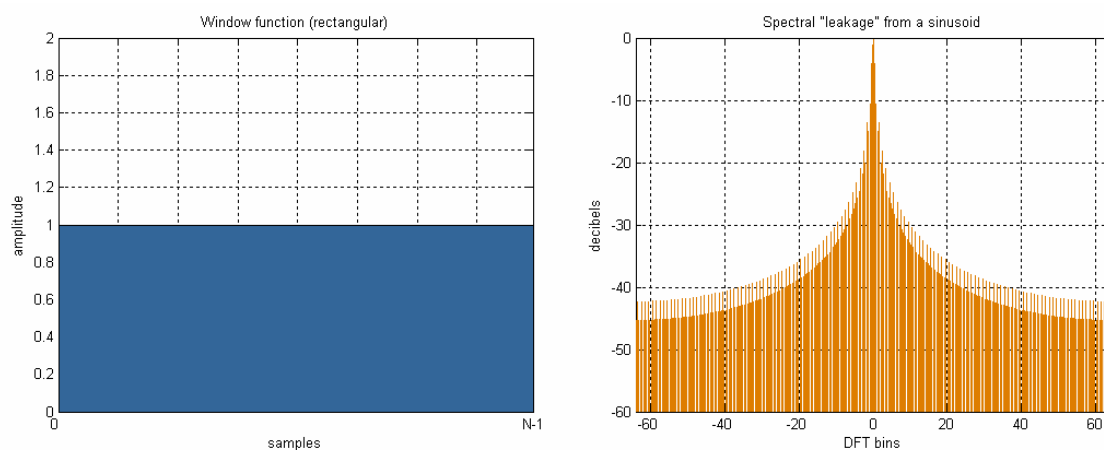


Figura 6.9.- Representación de la ventana rectangular

Una ventana rectangular es aquella que posee un valor de 1 en todo el intervalo de la ventana, y de 0 para cualquier otro valor.

$$v(n) = 1 \quad [6.26]$$

En la [Figura 6.10 (a)] podemos observar la ventana rectangular continua, la misma que posee una amplitud constante, por lo que al utilizar una ventana de este tipo la señal no se verá afectada. En la [Figura 6.10 (b)] encontramos el equivalente de esta señal para señales muestreadas, es decir la ventana rectangular discreta.

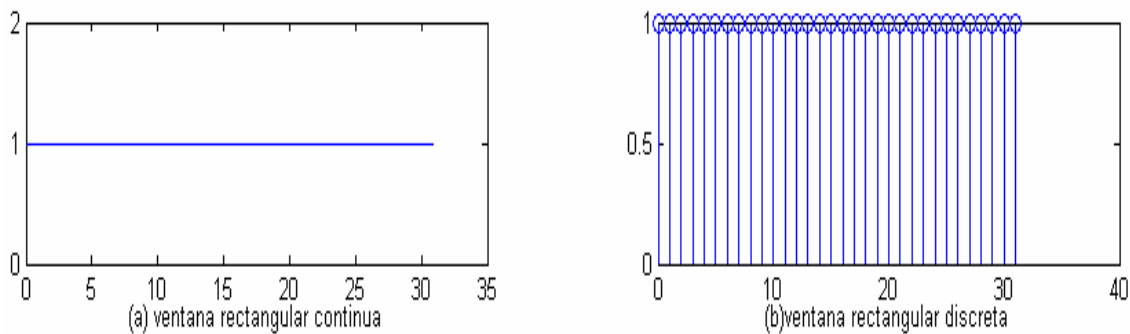


Figura 6.10.- Representación de la ventana rectangular continua y discreta

El espectro de la ventana rectangular es [Figura 6.11]:

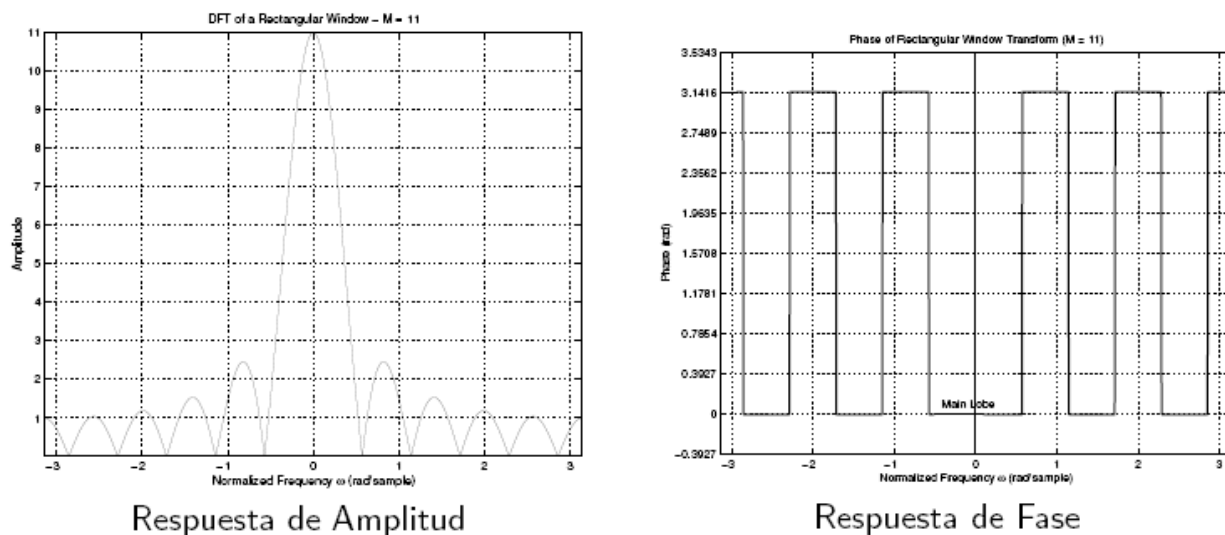


Figura 6.11.- Espectros de la ventana rectangular

El filtro característico dado por la integral de la transformada de Fourier de la ventana Rectangular se muestra en la [Figura 6.13]. El filtro tiene un lóbulo que es dos veces la anchura del espaciado línea/filtro Δf .

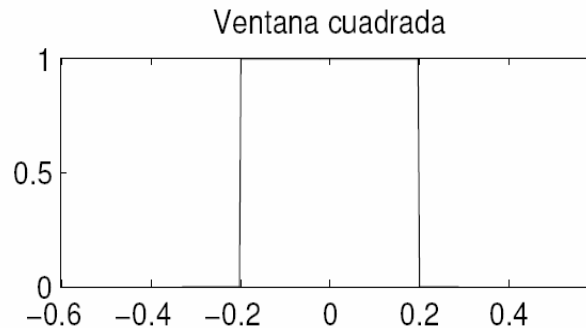
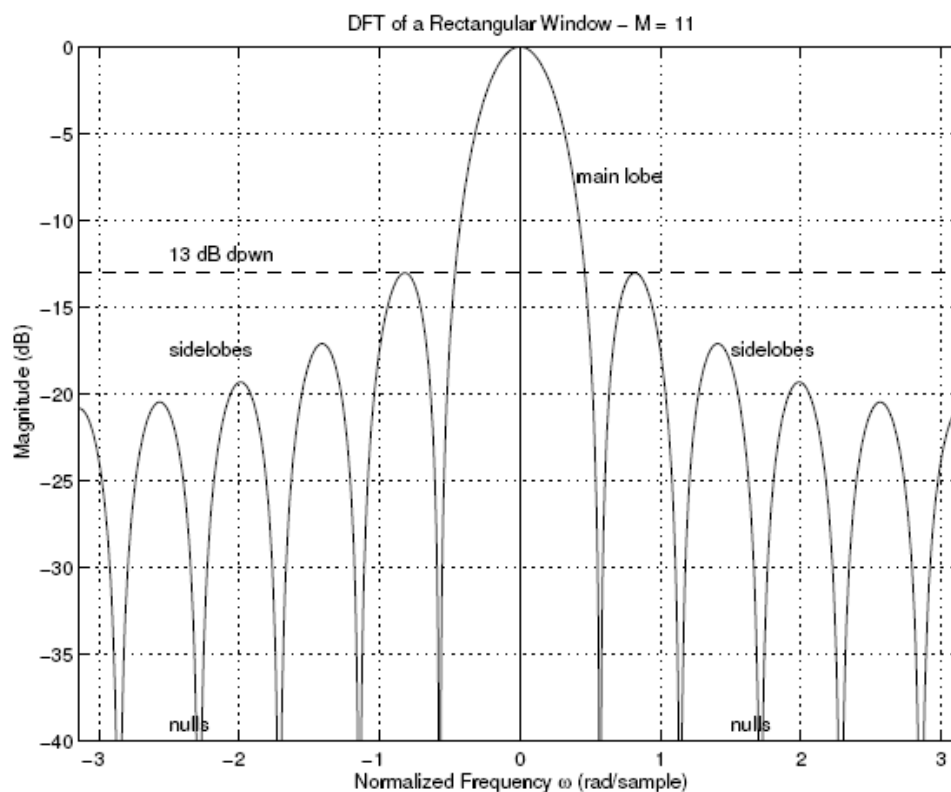


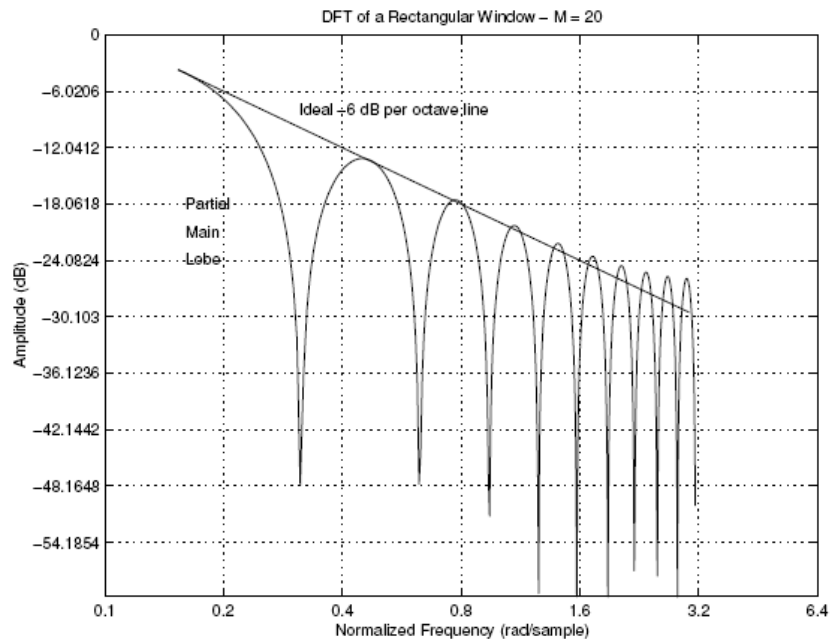
Figura 6.12.- Representación de la ventana cuadrada

En las [Figuras 6.13 y 6.14] se muestra la interpretación en audio de la ventana rectangular



Respuesta de Amplitud en dB

Figura 6.13.- Filtro característico de la ventana rectangular



“Rolloff” de 6 dB por octava

Figura 6.14.- Pendiente de caída de la ventana rectangular

Si analizamos la señal con una ventana rectangular tenemos una señal que en el dominio del tiempo no cambia, esto se debe a la característica de la ventana, ya definida con anterioridad.

En la [Figura 6.15 (a)] podemos observar la forma de onda de la señal sin enventanar, y en [Figura 6.15 (b)] el espectro correspondiente a dicha figura. Es importante hacer notar que al utilizar una ventana rectangular como la de la figura [Figura 6.15 (c)], la señal no se ve afectada de mayor manera, por lo que al obtener la señal enventanada en la [Figura 6.15 (e)], podemos ver que es idéntica tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

Hay que hacer hincapié, en que las gráficas de la [Figuras 6.15 (a) y (b)], no corresponden a una señal continua en el tiempo, ya que han sido muestreadas, y por lo tanto inducen una determinada distorsión. No debe pensarse en ningún caso que cualquier espectro obtenido en la [Figura 6.15] es el espectro real de la señal, debido a que estamos aproximando el espectro de Fourier, al utilizar una porción de la señal, y enventanarla, además que estamos utilizando muestras de dicha señal, y no su función para obtener el espectro.

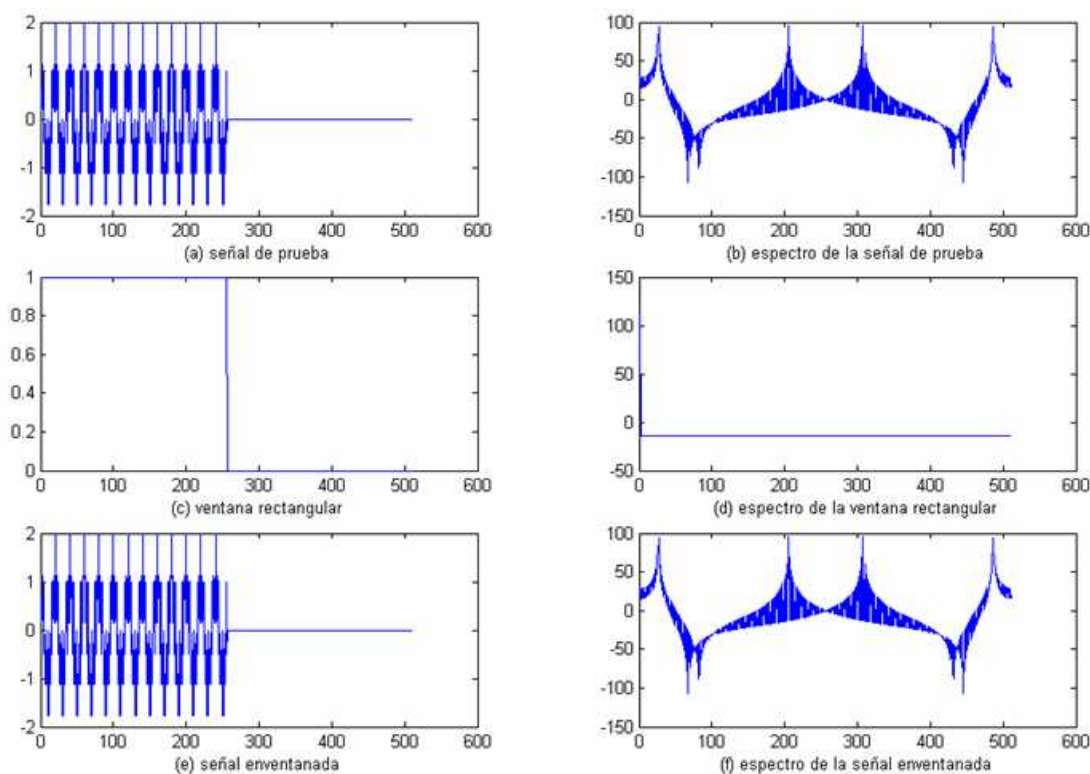


Figura 6.15.- (a) forma de onda de la señal original (b) espectro de la señal de prueba (c) forma de onda de la ventana rectangular (d) espectro de la ventana (e) señal enventanada (f) espectro de la señal enventanada

**Nota: los espectros tienen escala logarítmica.*

6.5.2 Ventana de Hanning

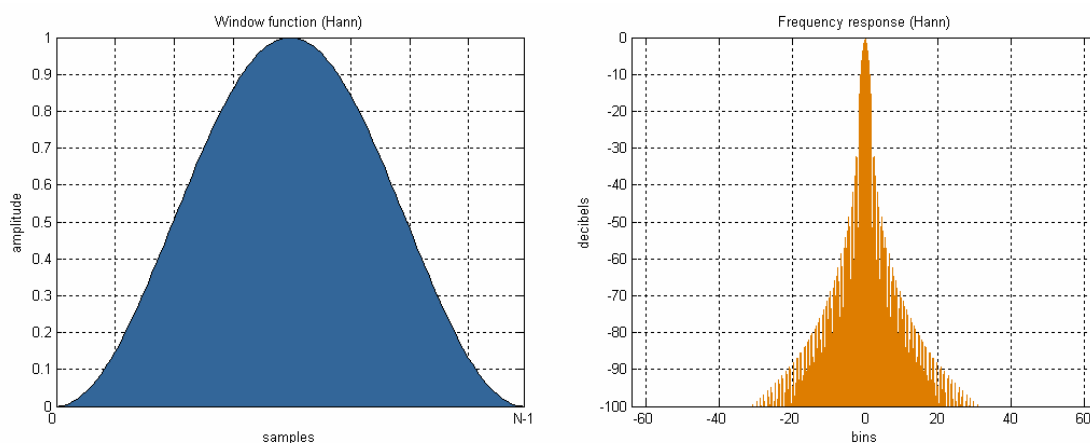


Figura 6.16.- Representación de la ventana Hanning o Hann

La ventana de Hanning se define a través de la función:

$$v(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad N = 1, \dots, n \quad [6.27]$$

Para valores fuera del rango $N=1, \dots, n$ tenemos una amplitud de 0.

En la **[Figura 6.17 (c)]** podemos observar la ventana de Hanning continua, la misma que posee características especiales con respecto a la ventana rectangular, ya que atenúa la señal en los bordes de la misma. En la **[Figura 6.17 (d)]** encontramos la ventana de Hanning discreta, la que ha sido muestreada a con una factor de 32 muestras.

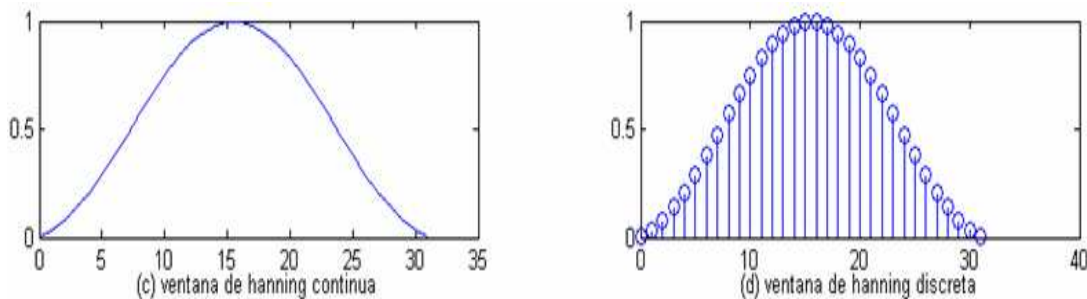


Figura 6.17.- Representación de la ventana Hanning continua y discreta

Sus filtros característicos se muestran en la **[Figura 6.18]**. El lóbulo es $4 \Delta f$, doble del ancho de la ventana Rectangular. El número de filtros / líneas excitado siempre será mayor o igual a tres. El primer lóbulo es mucho más atenuado, y la caída de la tasa es mucho más rápida que la ponderación rectangular.

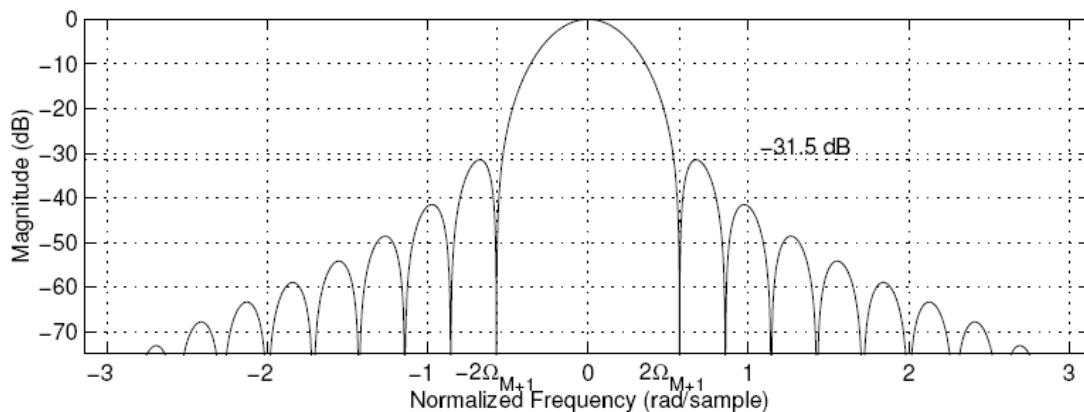


Figura 6.18.- Filtro característico de la ventana Hanning

Al realizar un análisis similar, pero esta vez cambiando el tipo de ventana rectangular por otro tipo de ventana como la de Hanning, podemos ver que el espectro de la señal enventanada se asemeja, aunque no de gran manera a la ideal que es tener 2 pulsos ubicados en ω_1 y ω_2 .

En la [Figura 6.19] podemos observar que ahora el efecto de la ventana es evidente sobre la señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. En el dominio del tiempo podemos observar que la ventana hace disminuir la amplitud de la señal hacia los bordes de la ventana, lo que ayuda a eliminar las discontinuidades. En el dominio de la frecuencia podemos observar que tenemos una copia del espectro de la ventana tanto en ω_1 como en ω_2 . De ahí que el espectro de la ventana tendrá gran influencia, ya que será quien defina la forma de representar los pulsos en las frecuencias que se requieran.

Las [Figuras 6.19 (a) y (b)] muestran la señal en el dominio del tiempo, mientras que las [Figuras 6.19 (c) y (d)] la forma de onda de la ventana y su espectro, en las [Figuras 6.19 (e) y (f)] tenemos la señal enventanada, se nota claramente como la ventana afecta a la señal original en el tiempo y en la frecuencia.

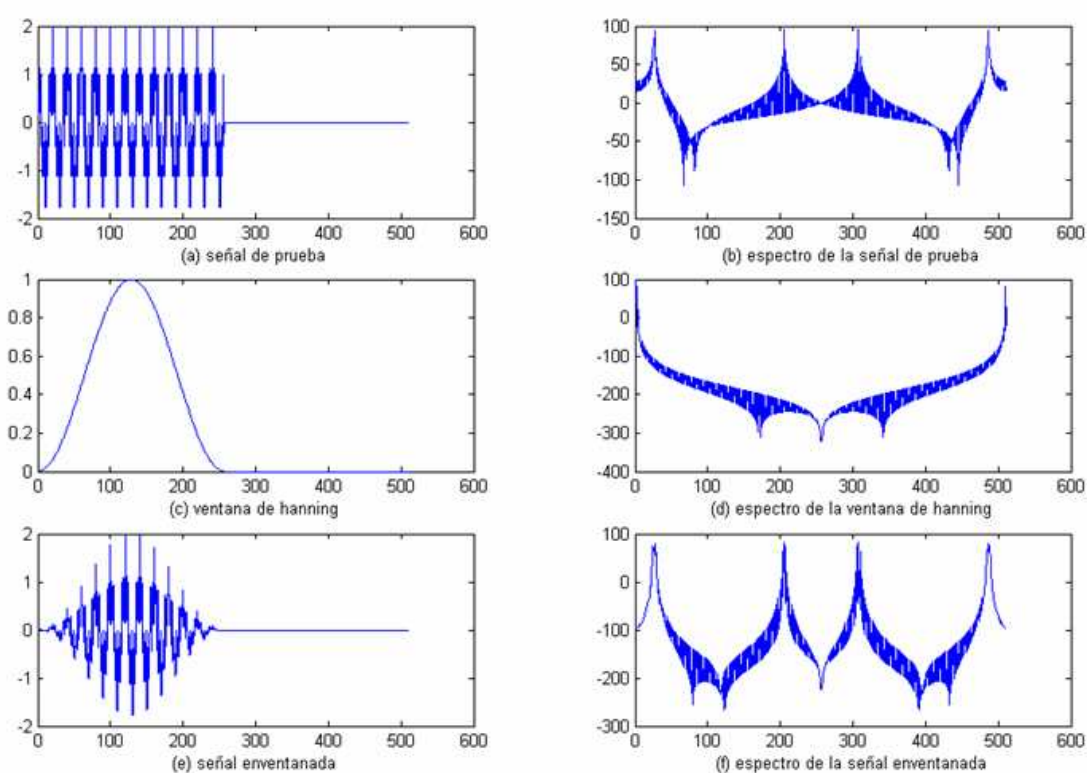


Figura 6.19.- (a) forma de onda de la señal original (b) espectro de la señal de prueba (c) forma de onda de la ventana Hanning (d) espectro de la ventana (e) señal enventanada (f) espectro de la señal enventanada

**Nota: los espectros tienen escala logarítmica.*

6.5.3 Ventana de Hamming

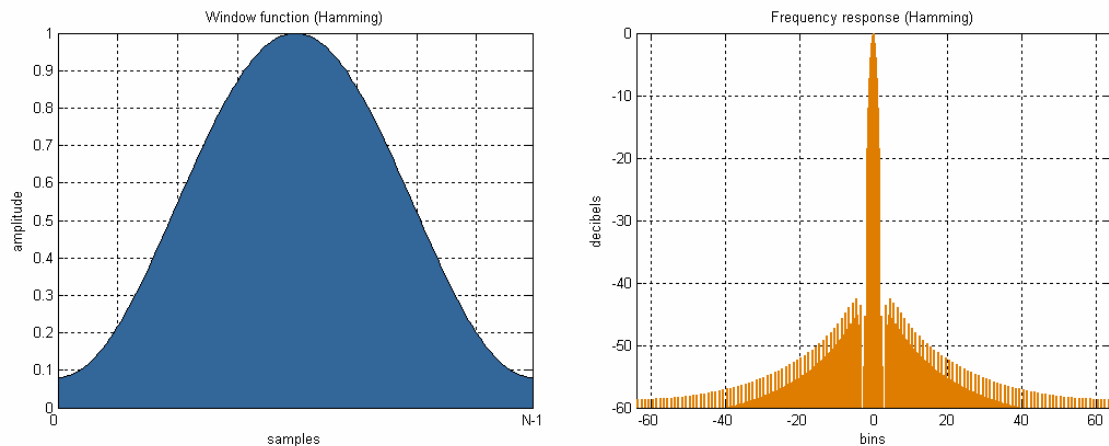


Figura 6.20.- Representación de la ventana Hamming

La función para definir esta ventana es:

$$v(n) = \frac{27}{50} - \frac{23}{50} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad N = 1, \dots, n \quad [6.28]$$

De manera similar, se tiene que para valores fuera del rango $N=1, \dots, n$ tenemos una amplitud de 0.

En la [Figura 6.21 (e)] observamos la grafica de la ventana de Hamming continua. Podemos observar que es muy similar a la de Hanning, pero su respuesta en frecuencia variará. En la [Figura 6.21 (f)] podemos observar la ventana de Hamming discreta, la misma que se ha obtenido a partir de 32 muestras.

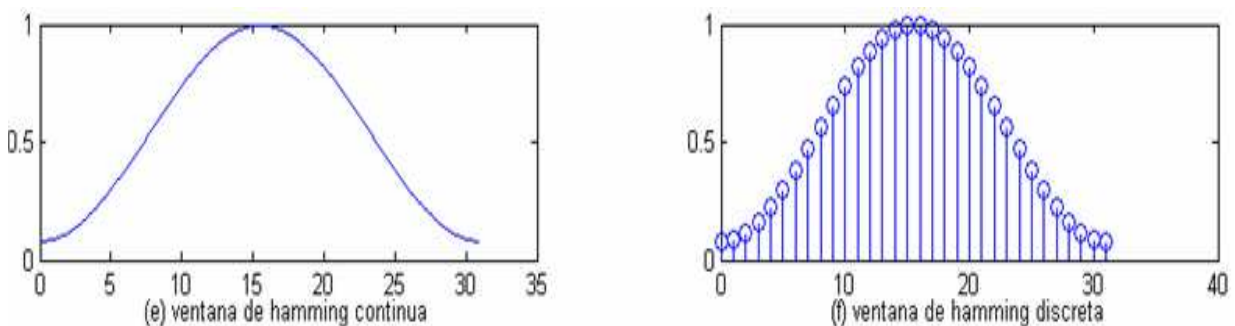


Figura 6.21.- Representación de la ventana Hamming continua y discreta

Sus filtros característicos se muestran en la [Figura 6.23].

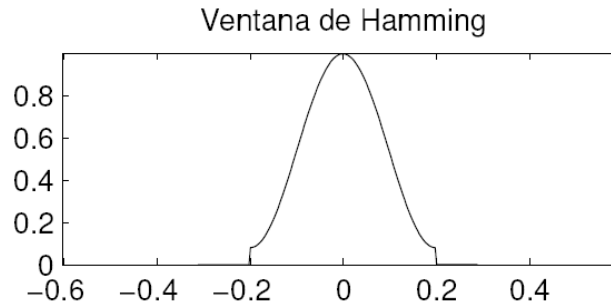


Figura 6.22.- Representación de la ventana Hamming

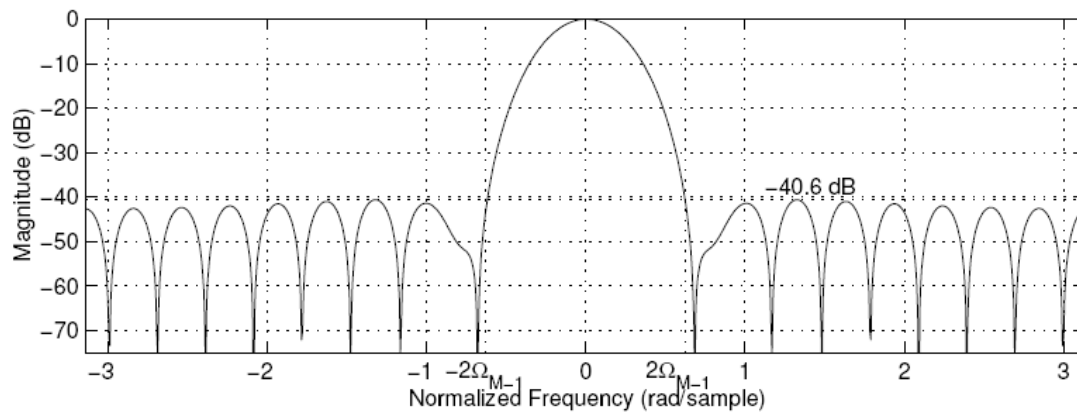


Figura 6.23.- Filtro característico de la ventana Hamming

Los resultados al utilizar una ventana tipo Hamming podemos apreciarlos en la [Figura 6.24]. El ancho de banda de el pulso en ω_1 y ω_2 a aumentado como resultado del uso de este tipo de ventana, pero en comparación con el resultado obtenido con la ventana rectangular, vemos que la distorsión producida por las discontinuidades a sido atenuada, hasta con valores de -150dB .

Al fijarnos detenidamente en la [Figura 6.24 (c)] podemos observar que hay una pequeña discontinuidad alrededor del punto 250, discontinuidades como esta son las que producen que aparezcan distorsiones en el espectro, que hasta ahora solo es una aproximación.

En las [Figuras 6.24 (a) y (b)] podemos observar la señal sin ventanear, y su espectro (aproximación), en las [Figuras 6.24 (c) y (d)] observamos la señal y su espectro después de haber sido ventaneada. El espectro posee menos distorsiones y la relación de las amplitudes de los pulsos se mantiene. Aun hay zonas en las que la distorsión es considerable y solo se atenúa a -20 dB .

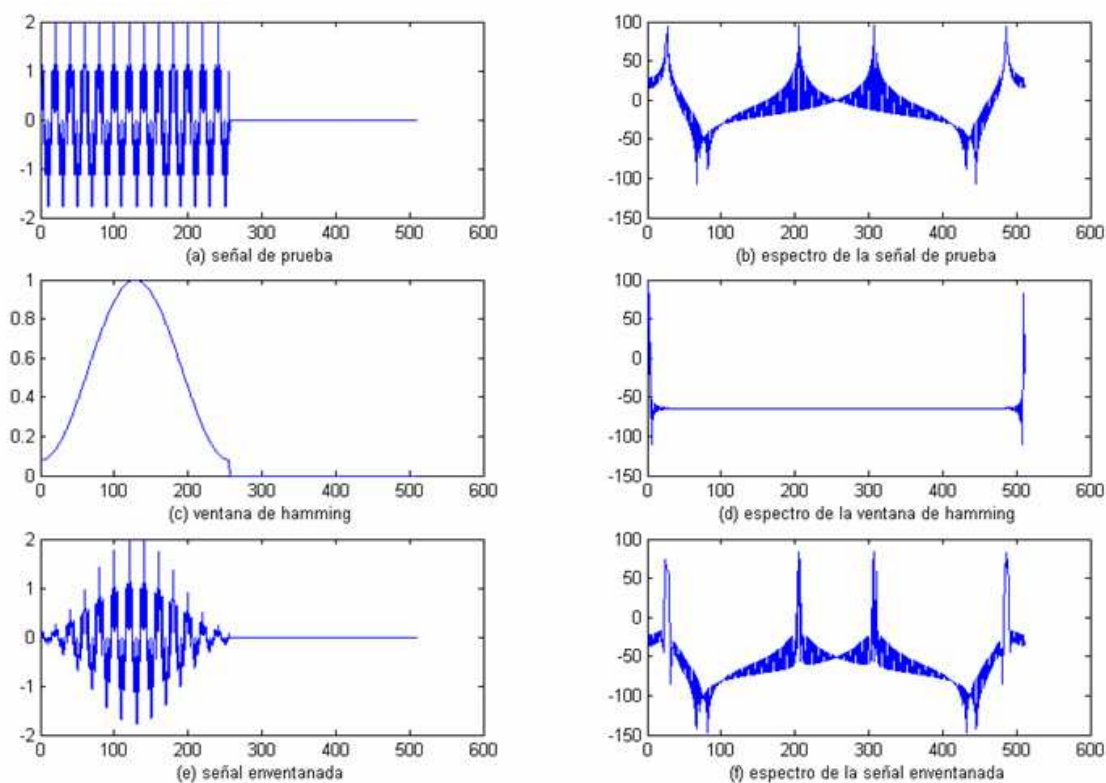


Figura 6.24.- (a) forma de onda de la señal original (b) espectro de la señal de prueba (c) forma de onda de la ventana Hamming (d) espectro de la ventana (e) señal enventanada (f) espectro de la señal enventanada

**Nota: los espectros tienen escala logarítmica.*

6.5.4 Ventana de Blackman

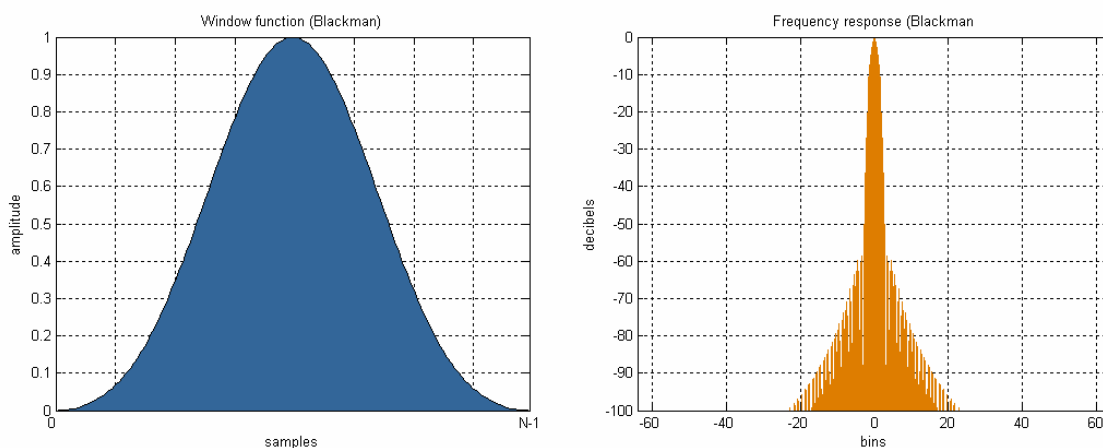


Figura 6.25.- Representación de la ventana Blackman

La ventana de Blackman se define mediante:

$$v(n) = \frac{21}{50} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + \frac{2}{25} \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) \quad N = 1, \dots, n \quad [6.29]$$

En la [Figuras 6.26 (g)] podemos observar la ventana de Blackman continua, mientras que en la [Figuras 6.26 (h)] podemos observar la ventana de Blackman discreta.

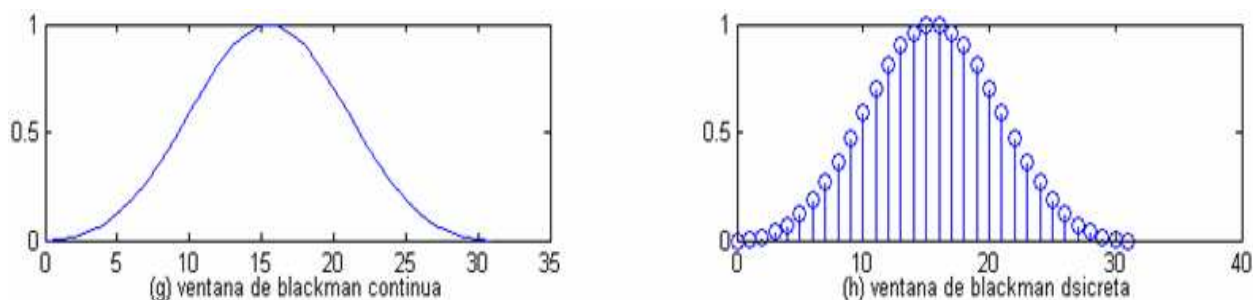


Figura 6.26.- Representación de la ventana Blackman continua y discreta

Sus filtros característicos se muestran en la [Figura 6.28]

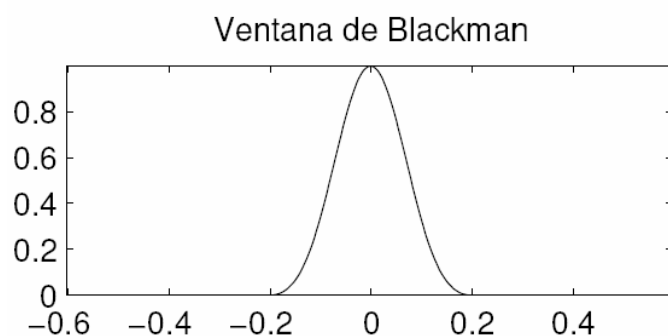


Figura 6.27.- Representación de la ventana Blackman

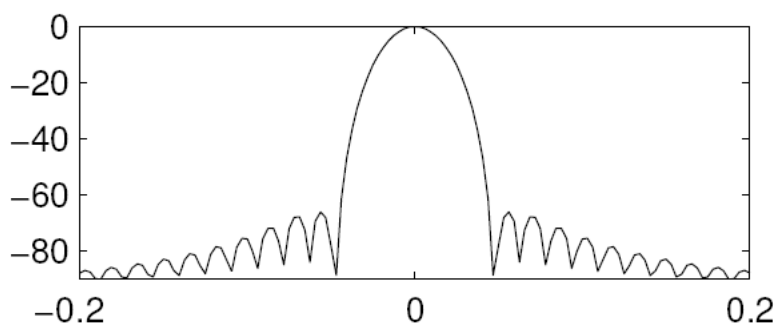


Figura 6.28.- Filtro característico de la ventana Blackman

Es una ventana que se debe tener especial atención. A continuación se analiza los efectos de usar esta ventana.

En el análisis en el dominio del tiempo, no encontramos mayores diferencias con respecto a los tipos de enventanado anteriores, ahora veamos el efecto que tiene el uso de este tipo de ventana en el dominio de la frecuencia. Las **[Figuras 6.29 (c) y (d)]** contiene la ventana de Blackman, y su espectro. Es notorio que la pequeña discontinuidad ha desaparecido, lo que le da una ventaja a esta ventana al momento de obtener el espectro discreto de Fourier.

La aparición de frecuencias parásitas, en este caso es menor, pero en contraste, tenemos un ancho de banda mayor en cada pulso de frecuencia. De igual forma las amplitudes de las señales mantienen su proporción. Ver **[Figura 6.29 (f)]**.

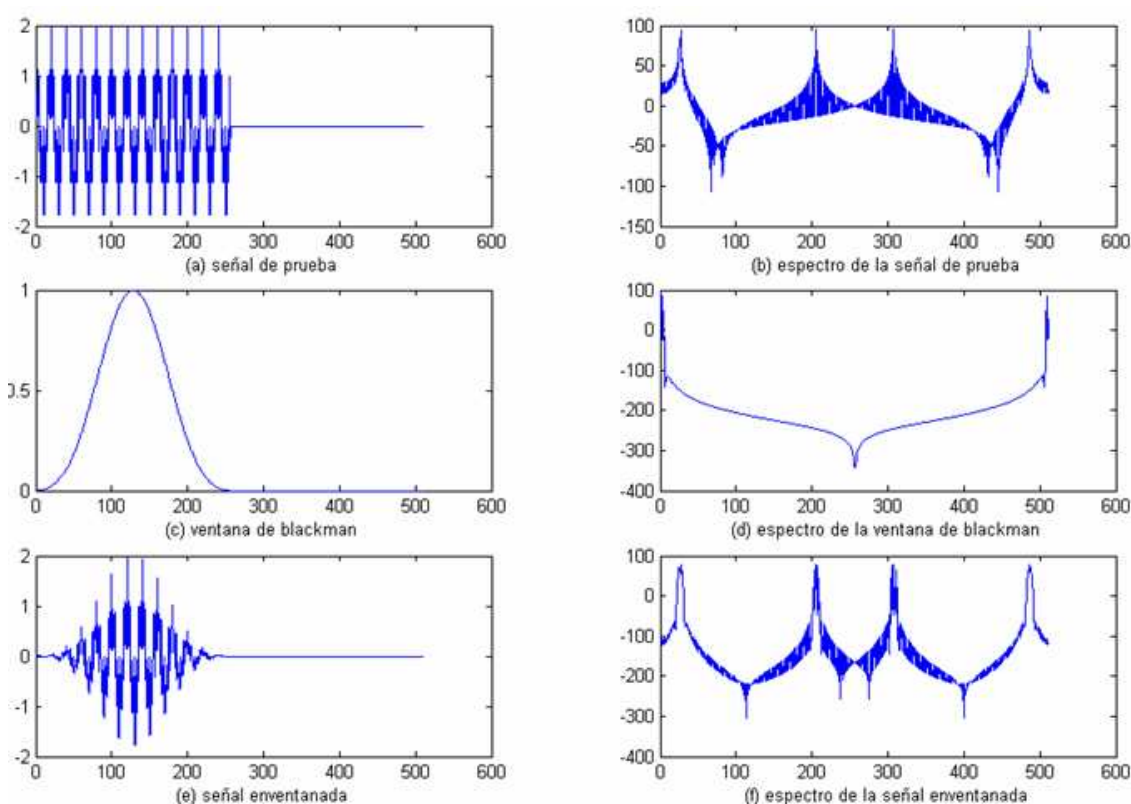


Figura 6.29.- (a) forma de onda de la señal original (b) espectro de la señal de prueba (c) forma de onda de la ventana Blackman (d) espectro de la ventana (e) señal enventanada (f) espectro de la señal enventanada

**Nota: los espectros tienen escala logarítmica.*

El efecto de usar escala logarítmica es que nos permite apreciar de mejor manera las distorsiones del espectro. Si utilizásemos una escala lineal, los efectos de la distorsión no serían tan notorios como se muestra en las **[Figuras 6.15, 6.19, 6.24 y 6.29]**.

6.5.5 Comparativa entre ventanas

A continuación en la [Figuras 6.30] hay una gráfica comparativa entre ambos tipos de escalas:

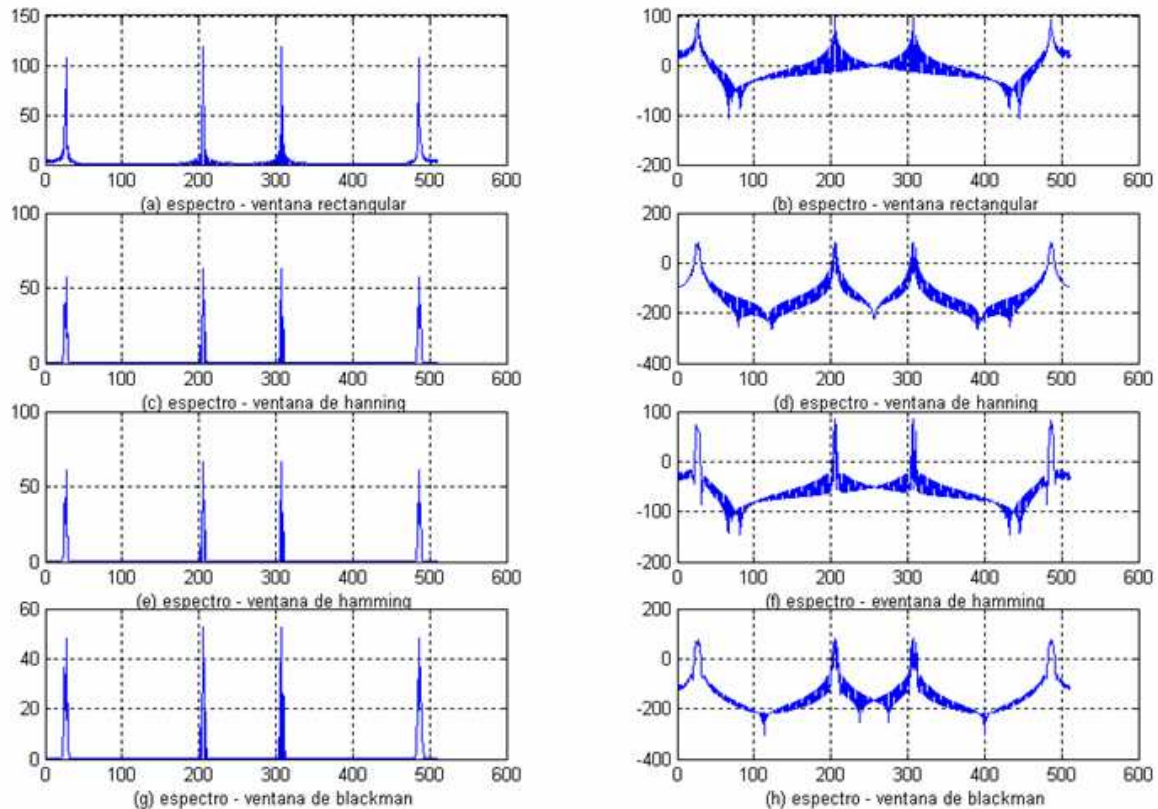


Figura 6.30.-Espectro al utilizar una (a-b)ventana rectangular; (c-d) ventana de Hanning; (e-f) ventana de Hamming; (g-h) ventana de Blackman

**Nota: La columna de la izquierda es la representación en la escala normal, en cambio la columna de la derecha es la representación en escala logarítmica*

Este cuadro comparativo muestra de mejor manera la eficiencia de cada una de las ventanas. En primera instancia vemos que todas las gráficas presentan errores en cuanto a la relación de las amplitudes, ya que como recordamos, las amplitudes tanto para el primer pulso como para el segundo eran de 1 unidad. Aunque el error no es muy notorio, es un parámetro que se debe tener en cuenta. También podemos observar que las amplitudes alcanzan una magnitud similar.

En cuanto a otros parámetros como el ancho de banda del lóbulo principal, será mejor apreciar en las gráficas que tienen escala logarítmica, de ahí determinamos que las ventanas de Hamming y rectangular tienen un lóbulo principal muy definido, pero la atenuación de las frecuencias parásitas no es tan eficiente como con otras ventanas, en las ventanas de Hamming apenas sobrepasa los -100dB , mientras que con otras como la de Blackman y Hanning, lo hace sobre los -200dB . Por lo que obtenemos una importante conclusión:

Las ventanas de Hamming y rectangular, a pesar de poseer un lóbulo principal muy definido, producen frecuencias parásitas (lóbulos secundarios), no tan atenuadas como otras ventanas similares (Hanning y Blackman).

Al comparar, las otras dos ventanas restantes; Hanning y Blackman, vamos a encontrar que existen resultados similares en cuanto a atenuación de frecuencias parásitas, amplitud y ancho de banda del lóbulo principal, por lo que para la elección de cada una de ellas se deberá tener en cuenta la aplicación correspondiente.

Se muestra un gráfico comparativo de los filtros de las ventanas rectangulares, Hanning y Hamming; ver [Figura 6.31]

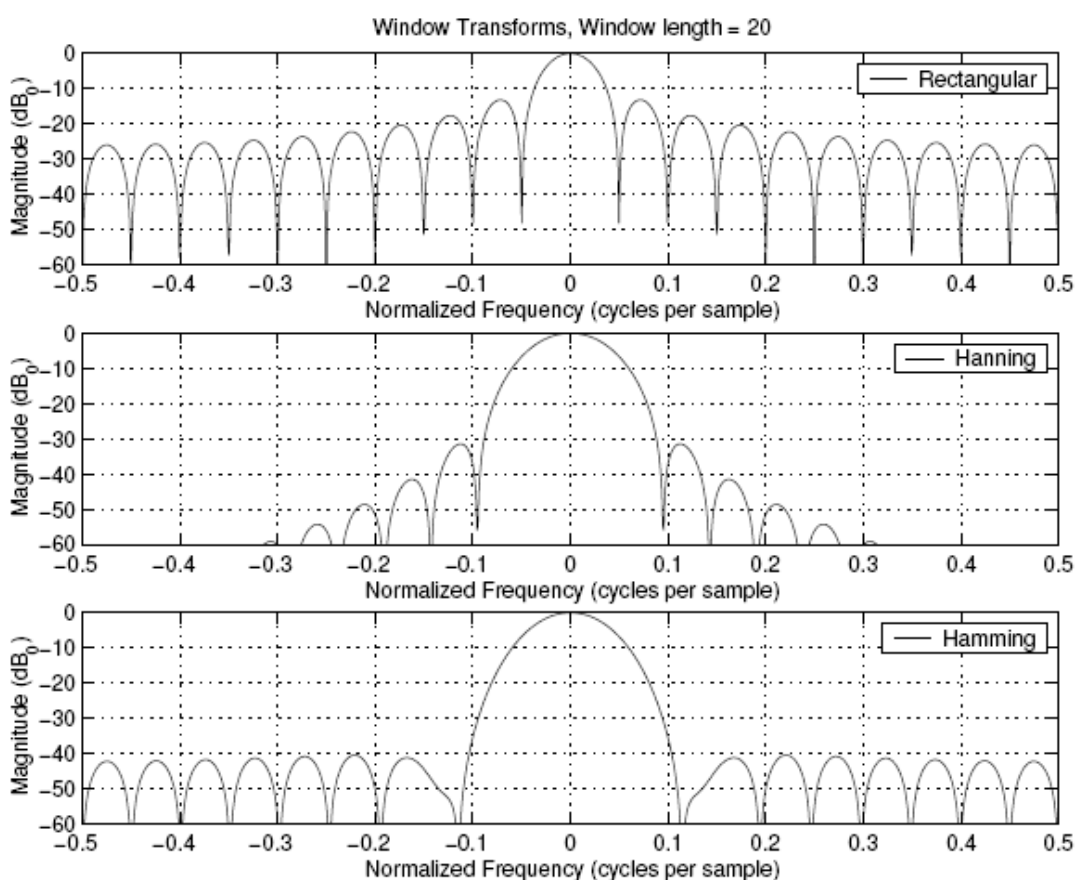


Figura 6.31.- Representación comparativa de 3 filtros; Rectangular, Hanning y Hamming.

6.6 OTRAS VENTANAS DE INTERÉS

Una vez mencionado las principales ventanas y sus características, vamos a mencionar algunas ventanas más que hemos utilizado en el análisis del proyecto, mostrando su representación y la ecuación que rige dicha ventana

- Blackman-Harris

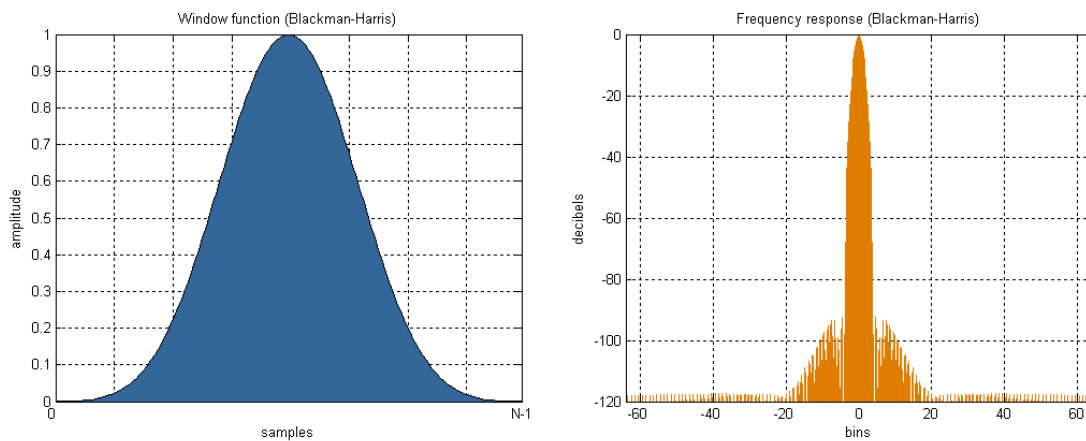


Figura 6.32.- Representación de la ventana Blackman-Harris

Su ecuación es:

$$v(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right) \quad [6.29]$$

$$a_0 = 0,35875; \quad a_1 = 0,48829; \quad a_2 = 0,14128; \quad a_3 = 0,01168$$

- Blackman-Nuttall

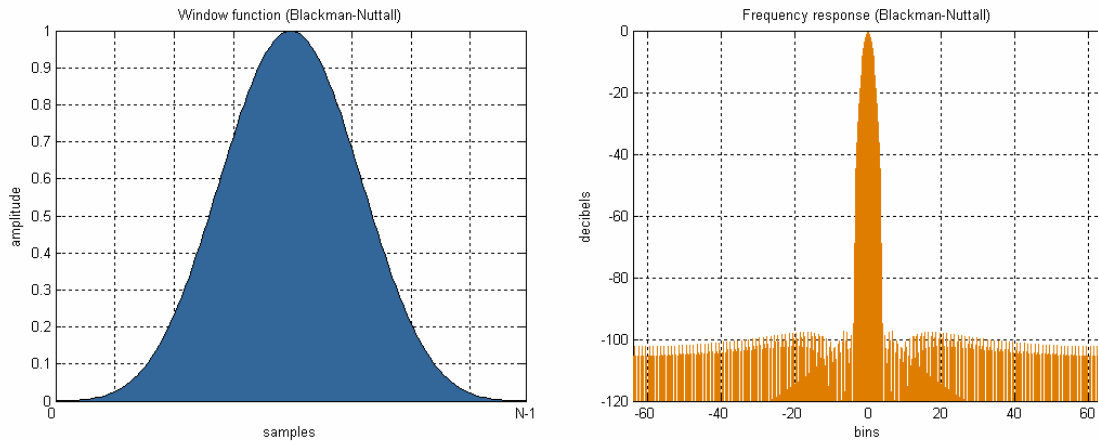


Figura 6.33.- Representación de la ventana Blackman-Nuttall

Su ecuación es:

$$v(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right) \quad [6.30]$$

$$a_0 = 0,3635819; \quad a_1 = 0,4891775; \quad a_2 = 0,1365995; \quad a_3 = 0,0106411$$

- Flat top

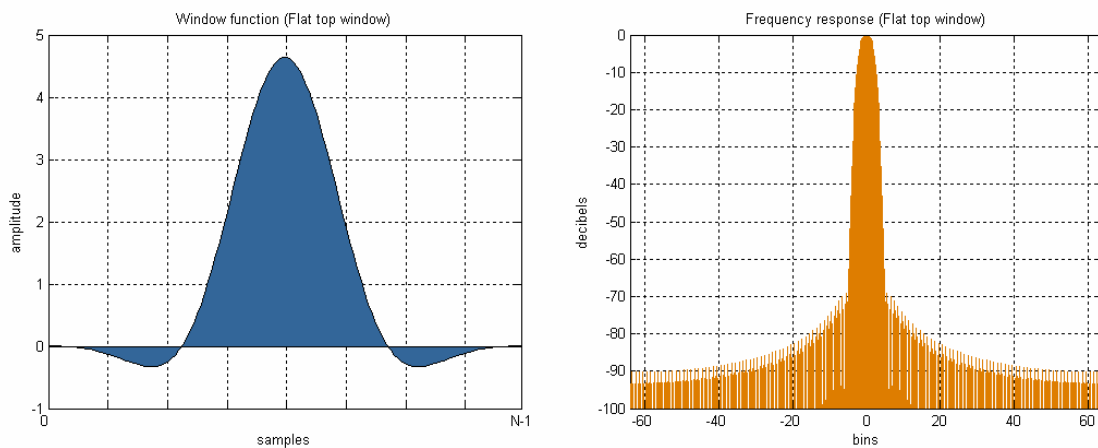


Figura 6.34.- Representación de la ventana Flat top

Su ecuación es:

$$v(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right) + a_4 \cos\left(\frac{8\pi n}{N-1}\right) \quad [6.31]$$

$$a_0 = 1; \quad a_1 = 1,93; \quad a_2 = 1,29; \quad a_3 = 0,388; \quad a_4 = 0,032$$

- Gauss

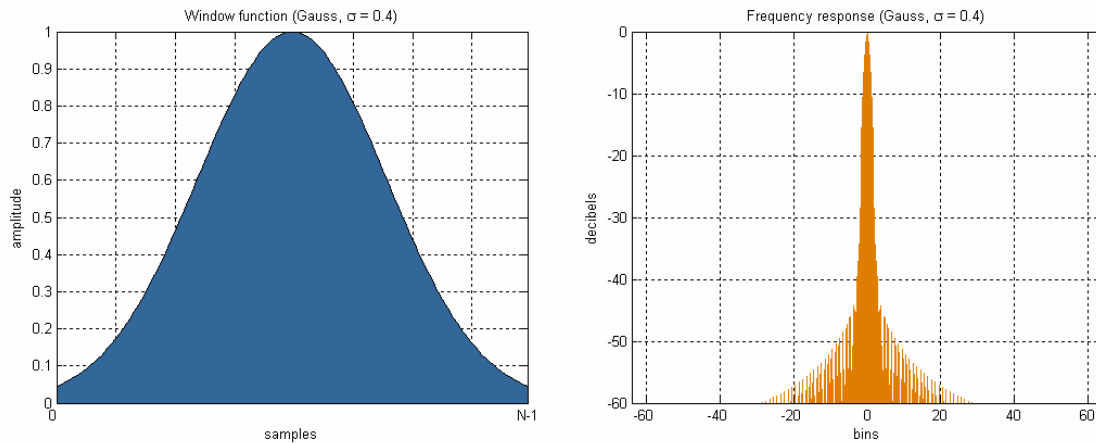


Figura 6.35.- Representación de la ventana Gauss

Su ecuación es:

$$v(n) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{n - (N-1)/2}{\sigma(N-1)/2} \right)^2} \quad \sigma \leq 0,5 \quad [6.32]$$

- Triangular

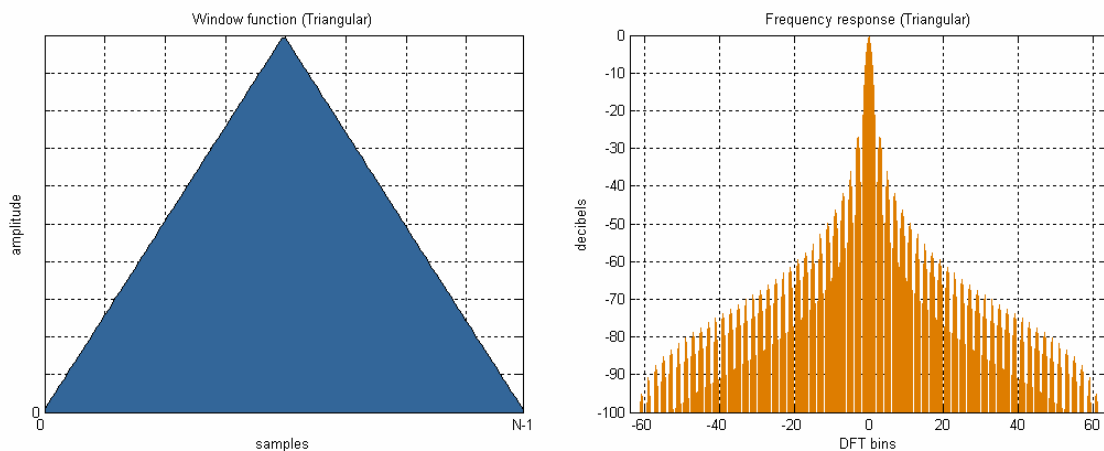


Figura 6.36.- Representación de la ventana Triangular

Su ecuación es:

$$v(n) = \frac{N}{2} - \left| n - \frac{N-1}{2} \right| \quad [6.33]$$

- Bartlett

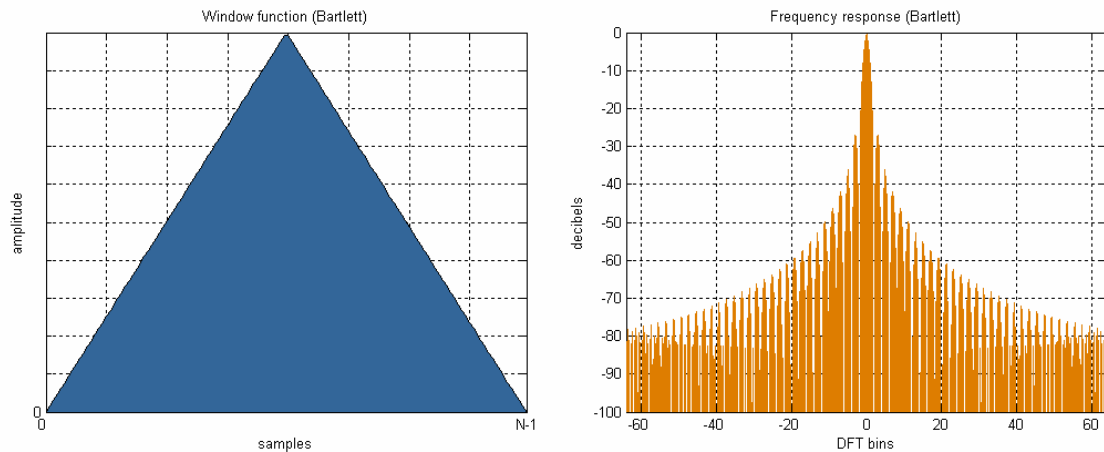


Figura 6.37.- Representación de la ventana Bartlett

Su ecuación es:

$$v(n) = \frac{N-1}{2} - \left| n - \frac{N-1}{2} \right| \quad [6.34]$$

- Bartlett-Hann

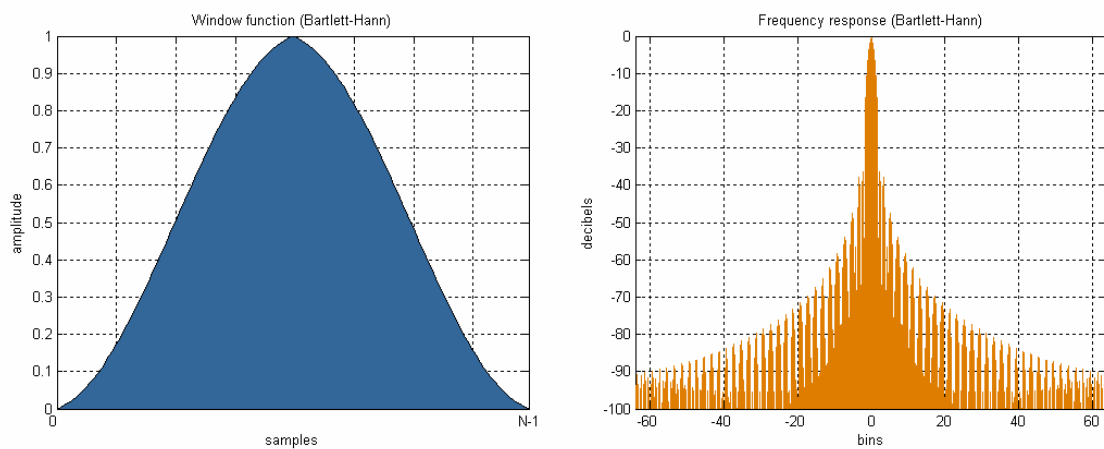


Figura 6.38.- Representación de la ventana Bartlett-Hann



Su ecuación es:

$$v(n) = a_0 - a_1 \left| \frac{n}{N-1} - \frac{1}{2} \right| - a_2 \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \quad [6.35]$$

$$a_0 = 0,62; \quad a_1 = 0,48; \quad a_2 = 0,38$$

- Kaiser

Su ecuación es:

$$v(k) = \frac{I_0(\pi a \sqrt{1 - (2k/t)^2})}{I_0(\pi a)} \quad [6.36]$$

Donde I_0 es la función de Bessel de primer tipo de orden cero y a es un número real arbitrario que determina la forma de la ventana

Finalmente una vez visto todas las ventanas y sus características, vamos a describir el análisis STFT (Short Time Fourier Transform) cuyo principio básico es el aplicado del ventaneado en una señal para poder estudiar conjuntamente lo que sucede tanto frecuencialmente como temporalmente.





CAPITULO 7

LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO (STFT)



7. LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO (STFT)

7.1 INTRODUCCIÓN. FUNCIONAMIENTO BÁSICO DE LA STFT

Como ya es sabido, la transformada de Fourier constituye una herramienta mediante la cual podemos obtener información sobre como está distribuida la energía de una señal a través de sus distintas componentes de frecuencia, es decir, podemos conocer todas las componentes de frecuencia existentes en la señal y sus respectivos aportes energéticos. Todo lo anterior se puede resumir diciendo que la transformada de Fourier tiene una perfecta resolución en frecuencia lo que la hace una herramienta muy útil para el análisis de señales estacionarias. Sin embargo, ella no puede ser aplicada con el objeto de obtener información precisa de cuándo o dónde las diferentes componentes de frecuencia se encuentran en la señal como es el caso de señales quasi - estacionarias o no estacionarias cuyo contenido espectral varía con el tiempo. En otras palabras, la transformada de Fourier posee una resolución en tiempo nula.

En un esfuerzo por resolver el problema de resolución en tiempo de la transformada de Fourier, Denis Gabor (1946) adaptó la transformada utilizando un procedimiento llamado *ventanamiento*. Como ya hemos visto este procedimiento consiste en dividir una señal $x(t)$ en pequeños segmentos a través del tiempo de tal manera que podamos asumir que para cada segmento la señal es estacionaria y así calcular la Transformada de Fourier clásica para cada porción de la señal.

La forma de dividir la señal se realiza mediante lo que llamaremos una *función tiempo-ventana* $h(t)$ o $w(t)$ cuyo ancho o soporte corresponde a la longitud de cada segmentación de la señal. Con la función ventana encuadramos la señal alrededor de un instante de tiempo y calculamos su transformada de Fourier, luego trasladamos la función ventana hasta que no se sobrepone con la anterior cubriendo una nueva porción de la señal a la que volvemos a calcular su transformada de Fourier. Este proceso es repetido hasta que se ha cubierto la totalidad de la señal.

El funcionamiento básico de la short time Fourier Transform. (STFT) consiste en que la función ventana inicialmente está localizada al inicio de la señal, es decir en $t=0$. Si se asume que la anchura de la ventana es " T " seg. ; entonces esta función se solapará con la señal para los primeros " $T/2$ " seg. ; que están siendo escogidos de la señal. Una vez que se ha hecho esto, la nueva señal es el producto de la función ventana y la señal original a la que se le aplica la transformada de Fourier.

El resultado de esta transformación es la transformada de Fourier de los primeros " $T/2$ " seg. de la señal original, y si esta parte de la señal es estacionaria quiere decir que los resultados obtenidos mostrarán la representación en frecuencia exacta de los primeros " $T/2$ " seg.

Posteriormente el siguiente paso será desplazar esta ventana a una nueva localización hasta que toda la señal sea recorrida.



Una vez explicado el funcionamiento básico de lo que es la STFT nos introduciremos más a fondo en el análisis de la transformada y en la utilización de las ventanas en la STFT.

7.2 SEÑALES NO ESTACIONARIAS

Como bien es sabido la mayor parte de las señales físicas son de tipo no estacionario, es decir con características distintas en el tiempo, por ejemplo:

$$x(t) = \sum A_i e^{-a_i(t-t_i)} \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) u(t - t_i) \quad [7.1]$$

Con diferentes parámetros

- Amplitudes A_i
- Tiempos de inicio t_i
- Frecuencias dominantes f_i
- Fases iniciales φ_i
- Coeficientes de amortiguamiento a_i

Donde $u(t-t_i)$ es la función escalón unitario, que vale 1 para $t > t_i$ y 0 en cualquier otro caso.

Si realizamos la transformada de Fourier $X(f)$:

- $|X(f)|$ proporciona información sobre los componentes armónicos f_i y de las respectivas amplitudes A_i .

- La fase de $X(f)$ incluye información sobre otros parámetros

A la hora del estudio de la señal existe un problema ya que ésta información está muy relacionada y mezclada y es muy difícil realizar un estudio de la frecuencia y del tiempo por separado, sobre todo si la señal tiene varios componentes, que a veces hace ilegible el análisis.

Es decir, la transformada de Fourier identifica los componentes armónicos, pero no se puede encontrar fácilmente información sobre cuándo y cómo estas frecuencias están realmente presentes en el tiempo, por esta razón se hace imprescindible el análisis mediante STFT



Como hemos dicho ya, la Transformada de Fourier es exacta e identifica perfectamente las frecuencias locales, pero es una herramienta que globaliza la señal en el tiempo, por lo tanto es adecuada para analizar señales fijas y estacionarias.

Por lo que para el análisis de señales donde sea necesario realizar un estudio tanto de las frecuencias como del tiempo, y detectar así las características espectrales y temporales se utiliza la Transformada corta en el tiempo de Fourier o Short Time Fourier Transform. (STFT)

7.3 STFT DE TIEMPO CONTINUO

Simplemente, en el caso del tiempo continuo, la función a ser transformada es multiplicada por una función ventana que solo es diferente de cero por un pequeño periodo de tiempo. La transformada de Fourier (una función de una sola dimensión) de la señal resultante es tomada como una ventana que se desliza a lo largo del eje del tiempo, resultando en una representación de dos dimensiones de la señal. Matemáticamente, se escribe como:

$$STFT\{x(t)\} = X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau)e^{-j\omega t} dt \quad \text{Donde: } \omega = 2\pi f \quad [7.2]$$

Donde $w(t)$ es la función ventana, comúnmente una ventana de Hann o colina Gaussiana es centrada en cero y $x(t)$ es la señal a ser transformada, $X(\tau, \omega)$ es en esencia la Transformada de Fourier de $x(t)w(t - \tau)$, una función compleja representa la fase y magnitud de la señal sobre el tiempo y la frecuencia. A menudo la fase instantánea es empleada junto con el eje del tiempo τ y el eje de la frecuencia ω para suprimir cualquier discontinuidad por salto en la fase resultante en la STFT. El índice de tiempo τ es normalmente considerado como un tiempo "lento" y usualmente no se expresa con tan alta resolución como con el tiempo t

7.4 STFT DE TIEMPO DISCRETO

En el caso del tiempo discreto, la información a ser transformada podría ser dividida en pedazos o fragmentos (que usualmente se traslapan uno con otro, para reducir irregularidades en la frontera). Cada pedazo pasa por la transformada de Fourier, este resultado tiene valores complejos los cuales se colocan en una matriz que contiene la magnitud y fase para cada punto en tiempo y frecuencia. Esto puede ser expresado así:

$$STFT\{x[n]\} = X(m, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]w[n - m]e^{-j\omega n} \quad [7.3]$$



Donde, $x[n]$ es una señal y $w[n]$ es la ventana. De nuevo, el índice de tiempo discreto m es normalmente considerado como un tiempo "lento" y usualmente no se expresa con tan alta resolución como con el tiempo n .

Cabe mencionar que la magnitud al cuadrado de la STFT origina el Espectrograma de la función, pero lo veremos más adelante detalladamente.

$$\text{Espectrograma} = \{x(t)\} \equiv |X(\tau, \omega)|^2 \quad [7.4]$$

7.5 STFT INVERSA

Al igual que la transformada de Fourier, la STFT también es invertible, esto es, la señal original puede ser recuperada de la transformación por medio de la STFT inversa.

Dado el ancho y definición de la función ventana $w(t)$, requerimos inicialmente que la altura de la función ventana sea ajustada por lo que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) d\tau = 1 \quad [7.5]$$

Es fácil proseguir con

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(t - \tau) d\tau = 1 \quad \forall t \quad [7.6]$$

Y

$$x(t) = x(t) \int_{-\infty}^{\infty} w(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t - \tau) d\tau \quad [7.7]$$

Cómo sabemos la transformada continua de Fourier es:



$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad [7.8]$$

Substituyendo el $x(t)$ de arriba:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t-\tau) d\tau \right] e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t-\tau) e^{-j\omega t} d\tau dt \quad [7.9]$$

Cambiando el orden de integración:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t-\tau) e^{-j\omega t} dt d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t-\tau) e^{-j\omega t} dt \right] d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, \omega) d\tau \quad [7.10]$$

Por lo que la Transformada de Fourier puede ser vista como una suma coherente de fases de todos los STFTs de $x(t)$, Debido a que la transformada inversa de Fourier es

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [7.11]$$

Entonces $x(t)$ puede ser recuperada de $X(\tau, \omega)$ como:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, \omega) e^{j\omega t} d\tau d\omega \quad [7.12]$$

O



$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, \omega) e^{j\omega t} d\omega \right] d\tau \quad [7.13]$$

Se puede ver que, finalmente la transformada inversa nos queda de la forma:

$$x(t)w(t - \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [7.14]$$

Hemos obtenido la transformada de Fourier inversa de $X(\tau, \omega)$ para una τ fija.

7.6 EFECTO DEL VENTANEADO EN LA STFT

Como hemos dicho la forma matemática de la STFT es de la siguiente manera:

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h^*(\tau - t)e^{-j\omega t} dt \quad [7.15]$$

Y si consideramos a $h(t)$ como una función ventana de valores sólo reales no complejos de tal manera que $h(-t) = h^*(t)$ entonces la ecuación [7.15] nos queda:

$$STFT(t, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h(t - \tau)e^{-j\xi t} dt \quad [7.16]$$

Que calcula el producto interno entre la señal y la función tiempo-ventana trasladada y modulada.

De acuerdo con las propiedades de la transformada de Fourier de translación en tiempo y frecuencia

$$h(t - t_0) \Leftrightarrow H(\omega)e^{j\omega t_0} \quad [7.17]$$



$$h(t)e^{-j\omega_0 t} \Leftrightarrow H(\omega - \omega_0) \quad [7.18]$$

Y utilizando el teorema de Parseval, que dice que la energía de la señal es siempre la misma sin depender de si se encuentra en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia:

$$\text{Energía} = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad [7.19]$$

Podemos expresar también la STFT en términos de la transformada de Fourier de la señal y la transformada de Fourier de la función tiempo ventana, lo que nos da:

$$\text{STFT}(t, \xi) = \frac{e^{-j\xi b}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(t) H(\omega - \xi) e^{j\tau\omega} dt \quad [7.20]$$

De tal manera que mientras la función tiempo-ventana modulada

$$e^{j\xi\tau} h(t - \tau) \quad [7.21]$$

En [7.16] localiza la señal $x(t)$ cerca de $t = \tau$ la correspondiente función frecuencia-ventana

$$\frac{e^{-j\xi b}}{2\pi} H(\omega - \xi) e^{-j\tau\omega} \quad [7.22]$$

En [7.20] localiza el espectro $X(t)$ de la señal en la vecindad de $\omega = \xi$ limitada por el soporte de la función frecuencia-ventana $H(\omega)$

A continuación veremos gráficamente el efecto del aplicado de la función ventana en el análisis de la señal a estudiar.

Matemáticamente aplicando el ventaneado y desplazando esta ventana hasta que recorra toda la señal, junto con todo lo anteriormente descrito, podemos decir que la STFT:



$$STFT \{x(t)\} = X(t', f) = \int_t \left[x(t) w^*(t - t') \right] e^{-j2\pi ft} dt \quad [7.23]$$

Donde claramente recordamos que:

- $x(t)$: señal original a estudiar
- w^* : es la función ventana conjugada

En cada instante t' y frecuencia f se calcula un nuevo coeficiente de la transformada de Fourier.

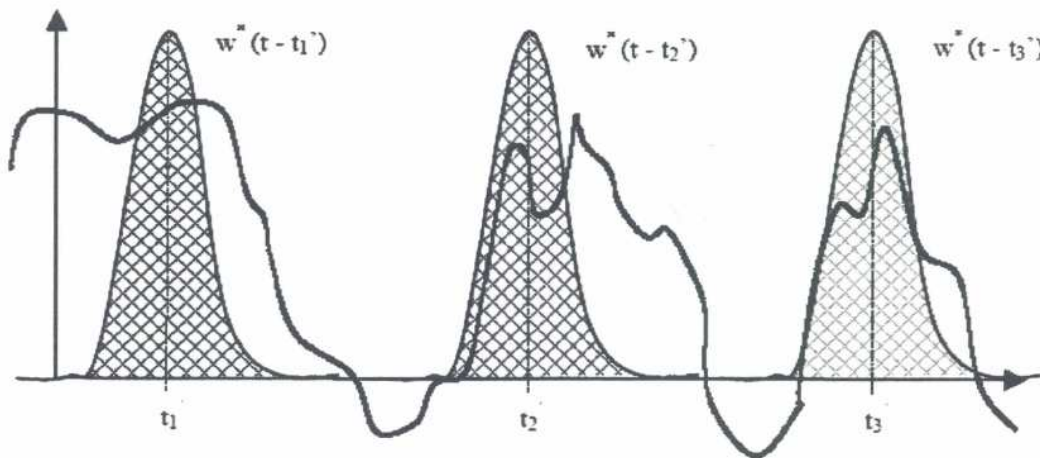


Figura 7.1.- Explicación gráfica de la STFT

En la [Figura 7.1] se muestra una función ventana de tipo Gaussiana, hay tres funciones; la ventana localizada en $t = t_1'$ en $t = t_2'$ y $t = t_3'$. Estas ventanas corresponden a tres transformadas de Fourier en tiempos distintos. Por lo tanto se obtendrá una buena representación tiempo-frecuencia de la señal en dichos intervalos de tiempo.

El soporte de la ventana constituye un parámetro de gran importancia ya que a través de este podemos establecer el grado de resolución tanto de tiempo como de frecuencia que deseamos, como ya explicamos anteriormente. Si nuestra ventana es muy angosta analizaremos una porción muy pequeña de la señal lo que nos permite tener una buena resolución en tiempo pero una mala resolución en frecuencia ya que conoceremos sólo una mínima fracción del espectro total existente en la señal. Por otro lado, si nuestra ventana es muy ancha tendremos una buena resolución en frecuencia pero una mala resolución en tiempo.

Por lo tanto un defecto de la STFT es que no puede entregar una buena resolución tanto en tiempo como en frecuencia de manera instantánea ya que el soporte de la ventana es fijo. La raíz de este problema, ya se explicó en el análisis de las



ventanas; y se basa en el principio de incertidumbre de Heisenberg el cual establece que es imposible conocer una representación exacta tiempo - frecuencia de una señal, es decir, no podemos saber qué valor de frecuencia existe en un instante de tiempo determinado, sólo podemos conocer que componentes de frecuencia existen dentro de un intervalo de tiempo determinado.

En consecuencia, existe un compromiso entre buena resolución en el tiempo o buena resolución en frecuencia. Para obtener una señal estacionaria, se elige una ventana lo suficientemente estrecha que permita ser considerada así. Cuanto más estrecha sea la ventana mejor resolución en el tiempo obtendremos y por lo tanto una mejor representación de estacionalidad y peor resolución en frecuencia.

Por lo tanto el problema consiste en la elección de una ventana para el análisis, dependiendo de la aplicación.

Si sabemos que las componentes frecuenciales están bien separadas unas de otras en la señal original, se puede sacrificar resolución en frecuencia y tratar de mejorar la resolución en el tiempo

Vamos a ver un ejemplo en la **[Figura 7.2]** dónde se muestran dos posibilidades, dependiendo de la resolución deseada en el tiempo y frecuencia

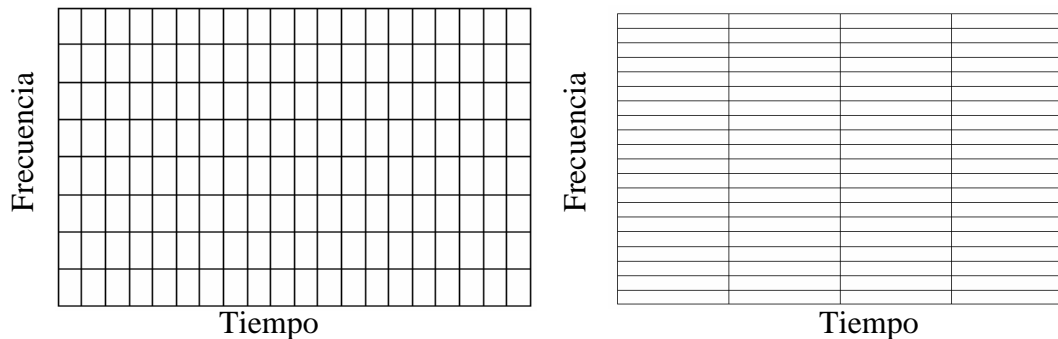


Figura 7.2.- Posibilidades de resolución en tiempo-frecuencia

Se observa en la figura que en el primer caso, se utiliza una mejor resolución en el tiempo a costa de perder información en frecuencia y que en el segundo caso, la resolución en frecuencia se incrementa a costa de perder resolución en el tiempo



Por lo tanto podemos concluir con que si tenemos ventanas estrechas, tendremos buena resolución en el tiempo y pobre en el dominio de la frecuencia; si tenemos ventana ancha tendremos buena resolución en el dominio de la frecuencia y pobre en el dominio del tiempo.

Ventanas estrechas: mejor resolución en el tiempo

Ventanas anchas: mejor resolución en frecuencia

La representación de la señal tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo se denomina espectrograma, a continuación explicaremos detalladamente en qué consiste y realizaremos algún ejemplo significativo en el que se muestre la importancia de estos gráficos a la hora de analizar señales no estacionarias.





CAPITULO 8

ESPECTROGRAMAS



8. ESPECTROGRAMAS

8.1 ¿QUE ES UN ESPECTROGRAMA?

El espectrograma no es más que una representación visual de las variaciones de la frecuencia en el eje vertical, y de la intensidad mediante los niveles de colores o grises del sonido que se está representando a lo largo del tiempo que se representa en el eje horizontal. También puede ser una representación tridimensional con el nivel de energía en cada momento de la señal, más adelante veremos ejemplos de espectrogramas en 2 dimensiones y en 3 dimensiones.

Para la obtención del espectrograma se aplica una transformada de Fourier inicialmente a la señal. Dependiendo del tamaño de la ventana que utilizamos para el análisis de Fourier tendremos diferentes niveles de resolución del espectrograma. Si se aplica una ventana muy grande obtendremos un espectrograma muy detallado pero a costa de incrementar el tiempo de cálculo necesario para esta operación. Para el caso de una ventana demasiado pequeña el efecto es el inverso y no seremos capaces de distinguir los diferentes armónicos si están muy juntos en el espectrograma.

El espectrograma sirve para analizar la sonoridad, la duración, la estructura de los formantes (timbre), la intensidad, las pausas, y el ritmo de cualquier tipo de señal

Para la realización del espectrograma partiremos de una secuencia discretizada $x[N]$, donde N es un número entero que indica la longitud de la señal. Se divide esta secuencia en fragmentos, se ventanea y se aplica el algoritmo FFT. Con las distintas FFTs de los distintos fragmentos vamos construyendo nuestro espectrograma o monograma, ya sea en parte real e imaginaria o en módulo y fase. El tipo de ventana escogida (Hanning, Hamming, Blackman...) dependerá de las características de Leakage y Picked-fence que estemos dispuestos a aceptar. Por otra parte, a fin de asegurar la continuidad temporal, los fragmentos escogidos serán solapados ligeramente (en un porcentaje de overlap que nos determina el intervalo de tiempo entre ventana y ventana). Finalmente, la longitud de la ventana será la misma en cada fragmento.

Cómo se ha mencionado anteriormente tenemos dos parámetros con los que podemos jugar: El intervalo de tiempo entre ventanas y su longitud (igual a la longitud de la FFT). Con el tiempo entre ventanas podremos influir sobre la resolución temporal. Si aplicamos un overlap muy bajo perderemos los fenómenos ocurridos en el intervalo de tiempo donde las ventanas tienen mínima amplitud, mientras si aplicamos un overlap muy elevado haremos un promedio de distintos intervalos de tiempo para una misma muestra con lo que quedará un espectrograma o sonograma más suavizado.

Cómo compromiso se suele utilizar típicamente valores de overlap del 50%. Con la longitud de la ventana (igual al nº de puntos para calcular la FFT) influiremos sobre la resolución frecuencial. Si escogemos un número elevado de puntos, tendremos una elevada resolución frecuencial (el ancho de banda de la ventana es inversamente proporcional a su longitud), pero perderemos resolución temporal ya que el tiempo entre ventanas aumenta, y si decidimos aumentar el overlap conseguiremos un espectrograma aun más suavizado en el tiempo. Si escogemos un número de puntos pequeños, aunque

aumentemos la resolución temporal perderemos resolución frecuencial; como bien es sabido por el principio de incertidumbre.

Espectrograma de banda ancha/ banda estrecha: considerando la interpretación de la STFT, se refiere al ancho de banda de la ventana utilizada.

- Banda estrecha: la ventana es larga, tendremos una buena resolución frecuencial, pero poca resolución temporal.
- Banda ancha: la ventana es corta, tendremos una buena resolución temporal, pero poca resolución frecuencial.

8.2 PASOS A SEGUIR PARA REALIZAR EL ESPECTROGRAMA DE UNA SEÑAL

Para poder visualizar y entender los pasos a seguir en el análisis del espectrograma vamos a considerar un ejemplo de señal. La señal a analizar no es más que una frase sencilla en la que vamos a considerar su espectro de frecuencias, o también denominado oscilograma. La frase es la siguiente:

“vamos a ver”

Consideremos el oscilograma correspondiente a la frase "vamos a ver".

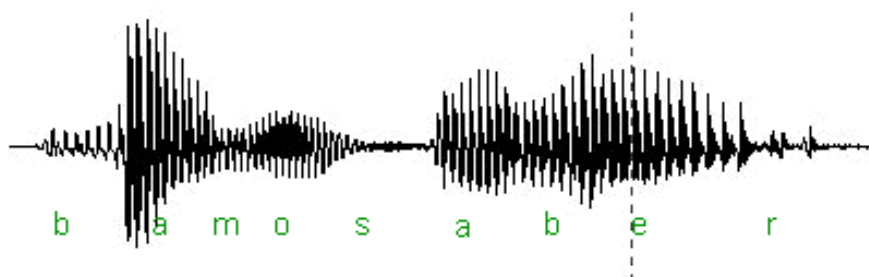


Figura 8.1.- Oscilograma correspondiente a la frase “Vamos a ver”

La línea punteada indica parte del segmento /e/.

La [Figura 8.2] muestra el espectro que corresponde a la sección del segmento /e/. (Señalado en el oscilograma como la línea punteada)

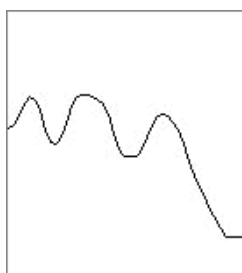


Figura 8.2

A partir del espectro representado en esta ventana vamos a construir la porción del espectrograma correspondiente.

Un primer paso consiste en dividir la ventana en amplitud en distintos niveles [Figura 8.3]

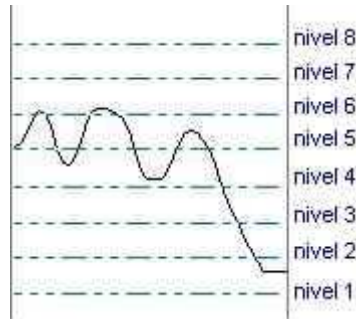


Figura 8.3.- División en diferentes niveles

El segundo paso consiste en asignar algún color a cada nivel, generalmente se toman tonalidades de grises [Figura 8.4]. Este procedimiento permite identificar con mayor facilidad dónde están los picos de frecuencias altas y bajas. De esta manera las amplitudes de los picos de frecuencia que definen el espectro quedan representadas por una escala de grises. La escala de grises contiene exactamente la misma información que proporciona el espectro.

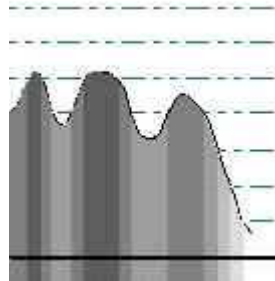


Figura 8.4.- Asignación de la escala de grises a cada nivel

El tercer paso será hacer uso de la escala de grises (considerando la información que está proporcionada). Para ello se gira la ventana 90 grados hacia la izquierda de tal manera que la ventana que contiene el espectro quede en posición vertical [Figura 8.5]

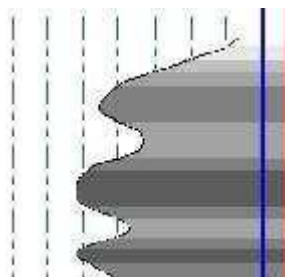


Figura 8.5.

Seguidamente se extrae un rectángulo representativo de la escala de grises [Figura 8.6].

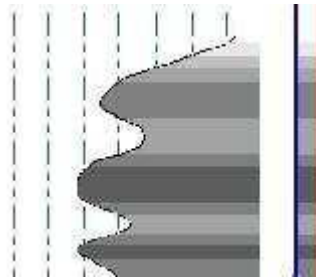


Figura 8.6.

Tal como aparece orientado el rectángulo las amplitudes de frecuencias altas están en la parte superior y las bajas en la parte inferior. [Figura 8.7].



Figura 8.7

El último paso consiste en superponer el rectángulo seleccionado en la sección que le corresponde al oscilograma [Figura 8.8].



Figura 8.8

Haciendo la misma operación podemos generar la representación gráfica que corresponde al espectrograma completo. [Figura 8.9].

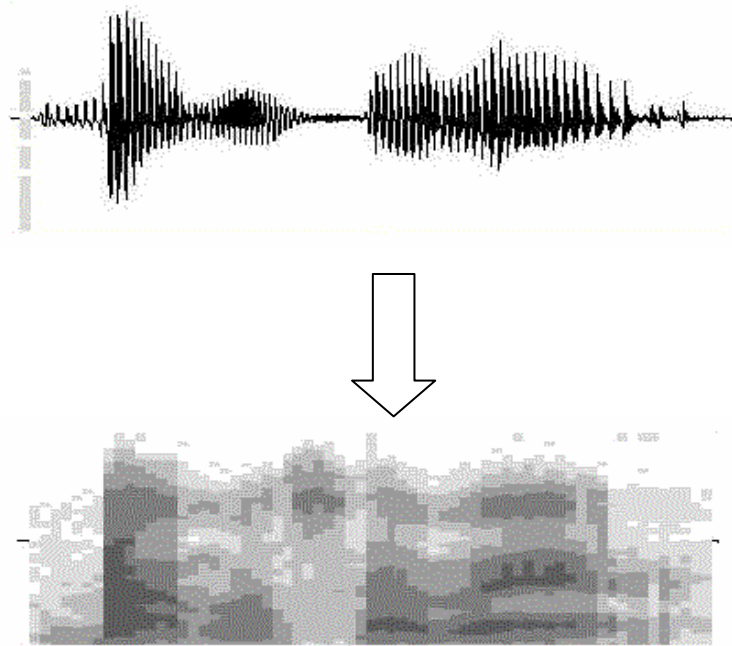


Figura 8.9.- Representación del espectrograma completo de la señal

Como se puede observar en la [Figura 8.9] obtenida en el espectrograma la resolución alcanzada puede mejorarse considerablemente, aquí es donde debemos jugar con el ancho de banda de la ventana y utilizar ventanas más estrechas o ventanas más anchas según lo que se quiera analizar en cada caso. A continuación veremos algunos ejemplos de espectrogramas en 2 dimensiones en el que se muestra de la influencia que tiene utilizar diferentes longitudes de ventana.

8.3 INFLUENCIA DEL ANCHO DE LA VENTANA

8.3.1 Espectrogramas en 2 dimensiones

Vamos a ver un ejemplo de una señal de voz en el que se ha calculado su espectro de frecuencias, y en el que posteriormente se le ha realizado la STFT donde se puede ver el espectrograma de la misma; ver [Figura 8.10].

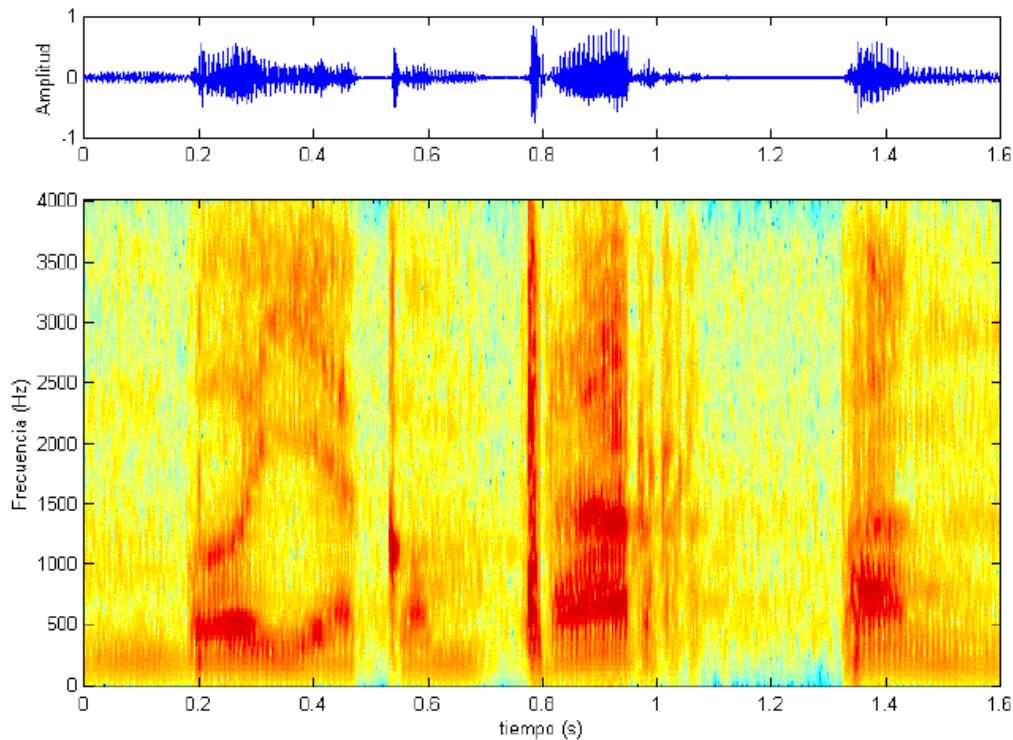


Figura 8.10.- Representación del espectrograma una señal en 2 dimensiones

A continuación vamos a representar la misma señal y realizar el espectrograma de nuevo pero con un ancho de ventana diferente en cada caso para poder observar la diferencia que existe

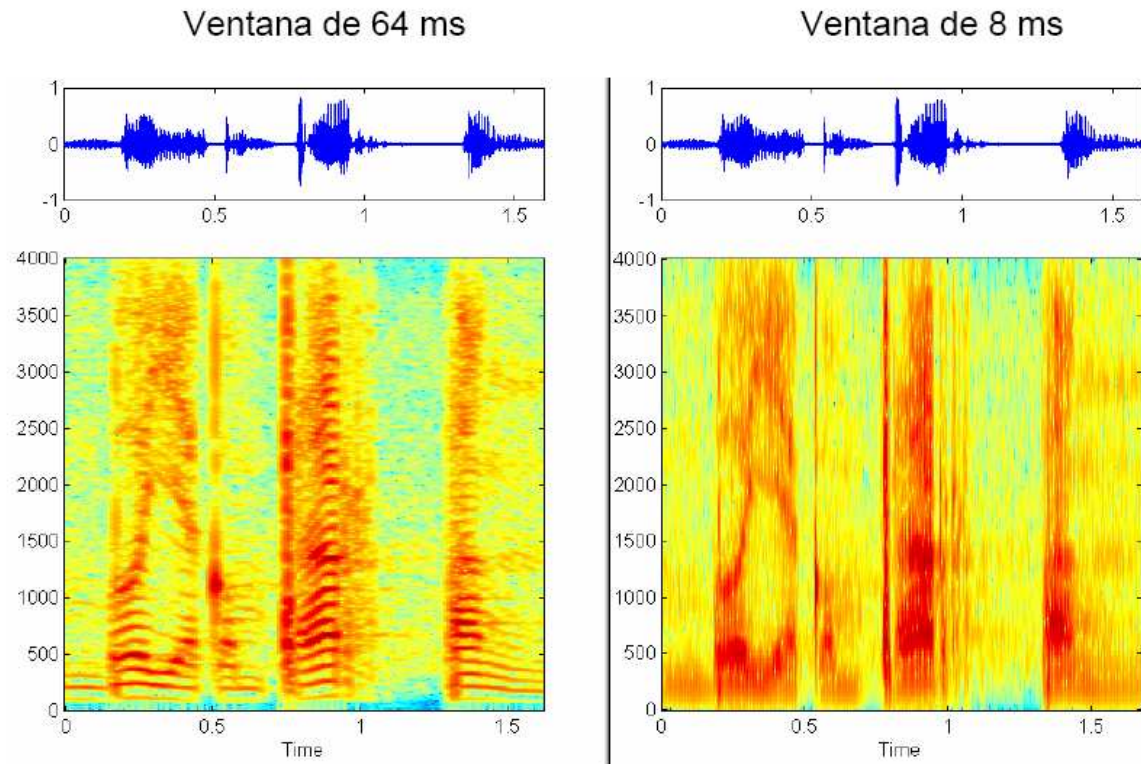


Figura 8.11.- Representación de los espectrogramas con ventanas de 64 ms y 8ms respectivamente de una señal

Se observa como en el espectrograma en que hemos utilizado un ancho de ventana mayor podemos identificar correctamente los niveles de frecuencia, en cambio en el espectrograma de ancho de ventana menor, las frecuencias son casi imposibles de identificar pero la resolución del dominio del tiempo es mucho más ajustada.

8.3.2 Espectrogramas en 3 dimensiones

Para ver con mejor detalle la influencia del ancho de ventana, vamos a ver un espectrograma de 3 dimensiones implementado en Matlab, para ello partiremos de un ejemplo significativo de una señal no estacionaria en el tiempo, en el que sea fácil identificar las frecuencias a la que está sometida la señal, para ello utilizaremos la siguiente señal en el tiempo

$$x(t) = \left\{ \begin{array}{l} \cos(2\pi 150t) \rightarrow 0 \leq t < 300ms \\ \cos(2\pi 75t) \rightarrow 300 \leq t < 600ms \\ \cos(2\pi 25t) \rightarrow 600 \leq t < 800ms \\ \cos(2\pi 10t) \rightarrow 800 \leq t \leq 1000ms \end{array} \right\} \quad [8.1]$$

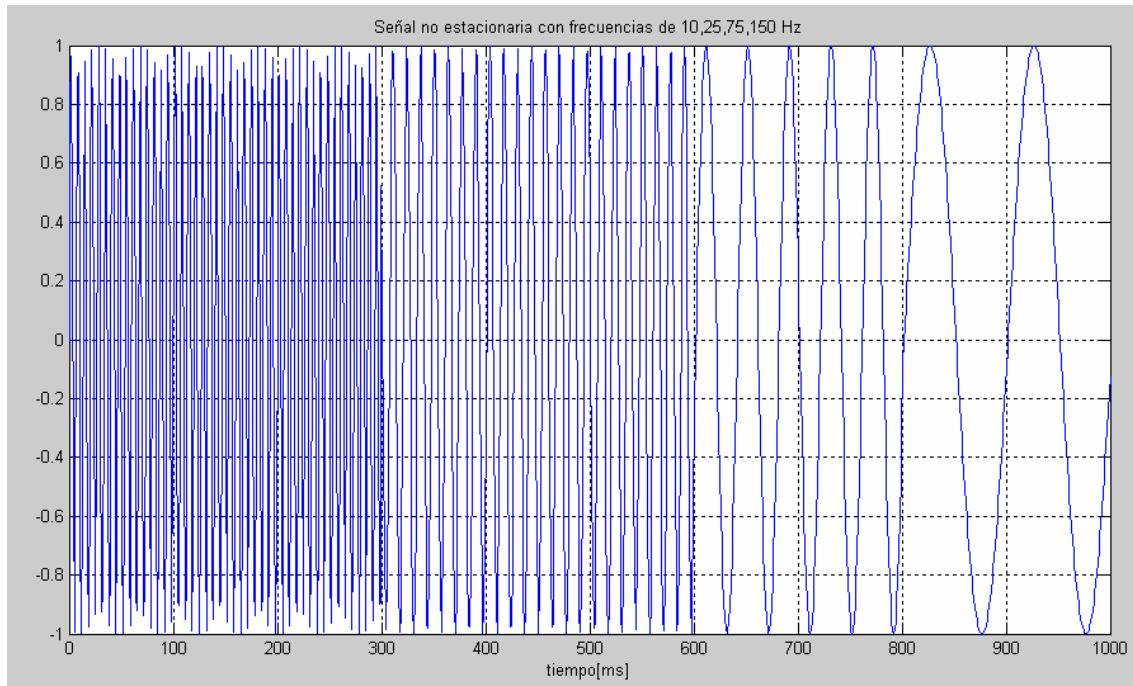


Figura 8.12.- Señal no estacionaria con frecuencias de 10, 25, 75 y 150 Hz

La señal consta de 4 frecuencias significativas en el tiempo en diferentes intervalos de tiempo:

- 150 Hz en el intervalo 0 a 300ms
- 75 Hz en el intervalo de 300 a 600ms
- 25 Hz en el intervalo de 600 a 800ms
- 10 Hz en el intervalo de 800 a 1000ms

Aplicando la FFT (transformada rápida de Fourier) obtenemos el espectro de frecuencias de la señal; ver **[Figura 8.13]**.

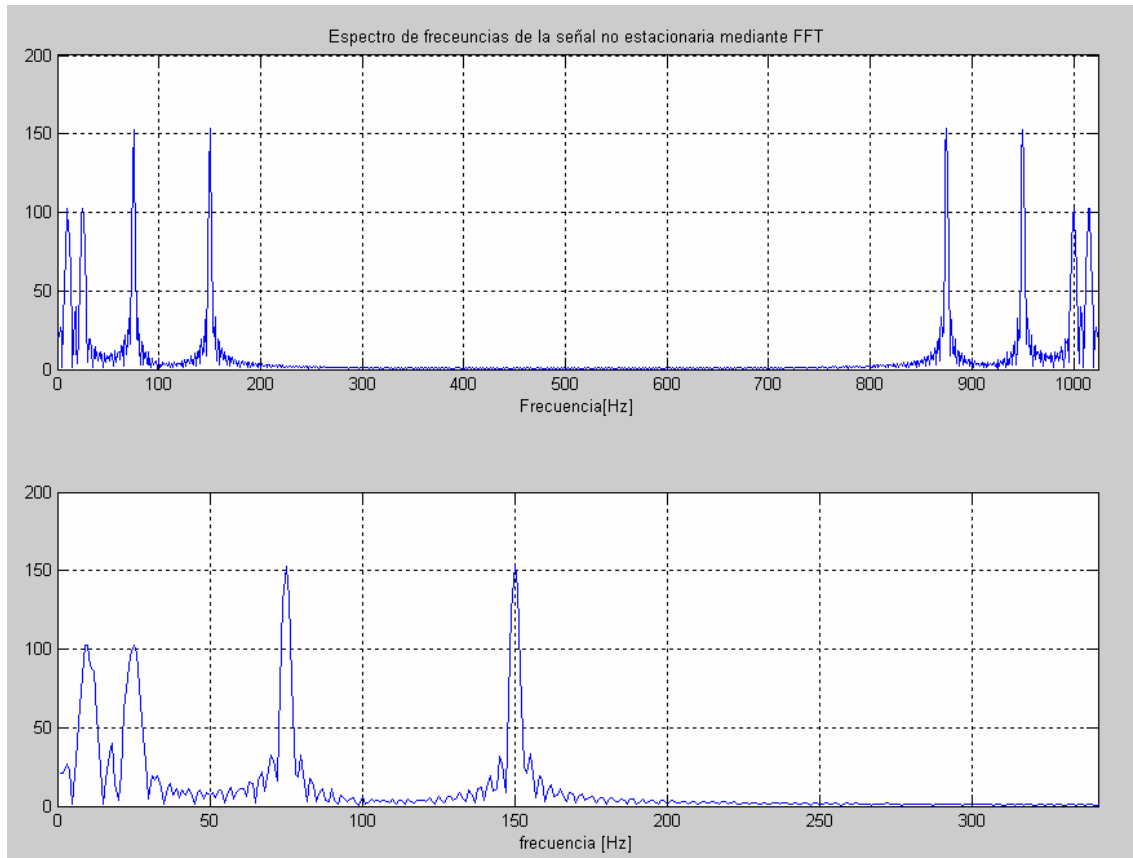


Figura 8.13.- Espectros de frecuencia de la señal no estacionaria

Podemos comprobar en el espectro como se identifican correctamente las 4 frecuencias características de la señal. Pero como hemos analizado y dicho anteriormente la transformada de Fourier no me da información en el tiempo, por esta razón vamos a realizar la STFT de la señal teniendo en cuenta también 4 tipos de ventanas con diferentes longitudes

Consideraremos una ventana Gaussiana de diferentes anchuras; la ventana viene expresada por la función:

$$w(t) = e^{-a \frac{t^2}{2}} \quad [8.2]$$

Donde la anchura de la ventana viene determinada por la letra “a”

A continuación podemos ver diferentes funciones ventanas Gaussianas con diferentes anchuras

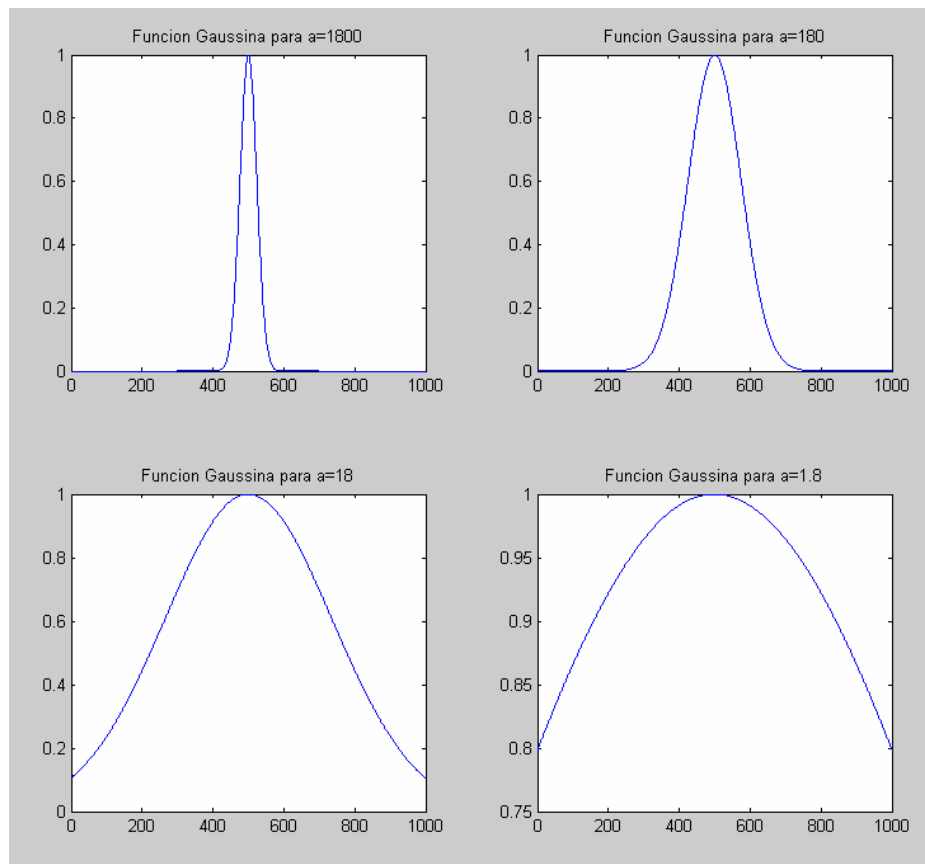


Figura 8.14.- Representación de diferentes Gaussianas con diferentes anchuras

Posteriormente vamos a aplicar las diferentes ventanas a la señal no estacionaria anterior, aplicando la STFT a la señal mediante un algoritmo en Matlab en 3 dimensiones, donde hemos representado el espectrograma; el resultado obtenido es el siguiente

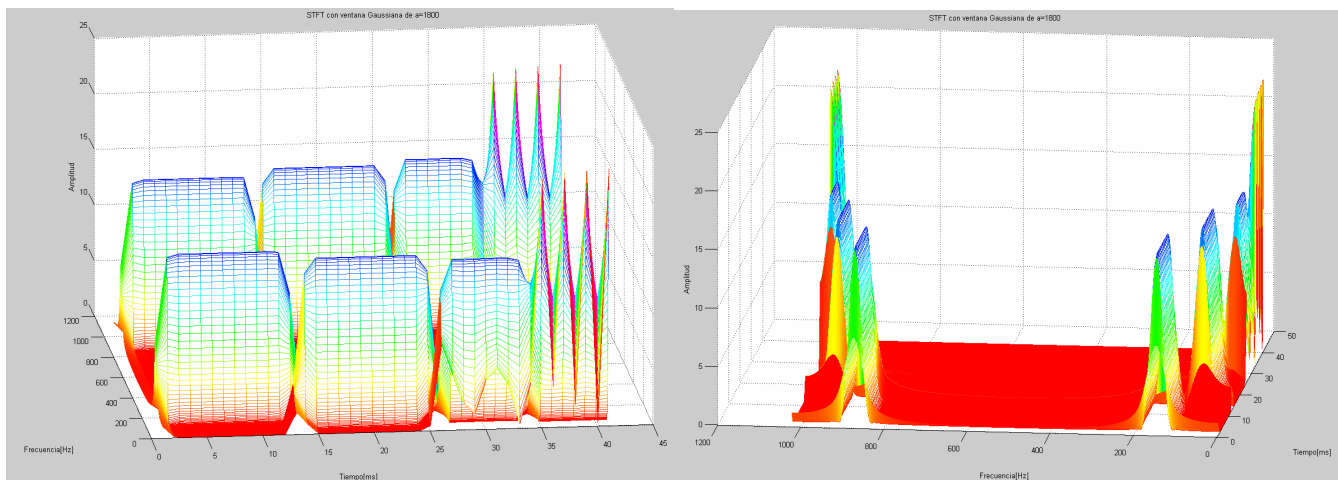
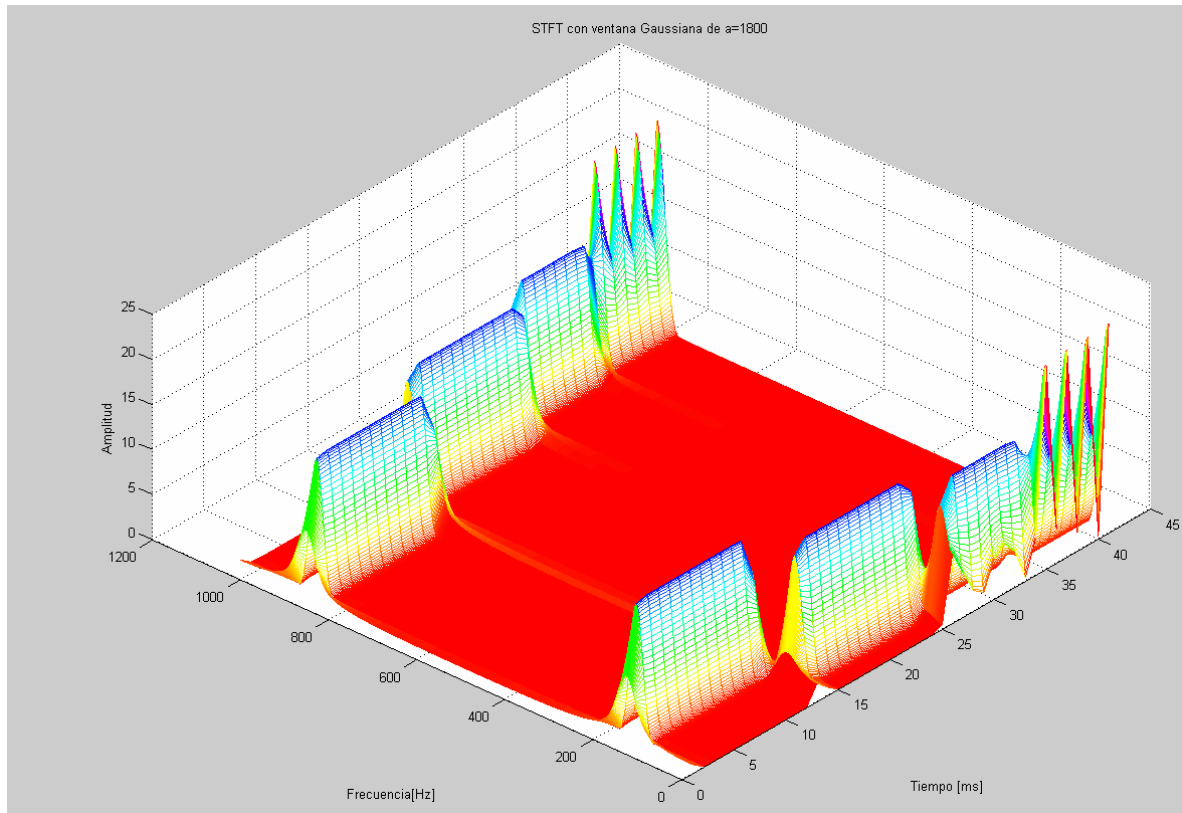


Figura 8.15.- STFT de la señal de la figura 8.12 con una ventana Gaussiana de $a=1800$

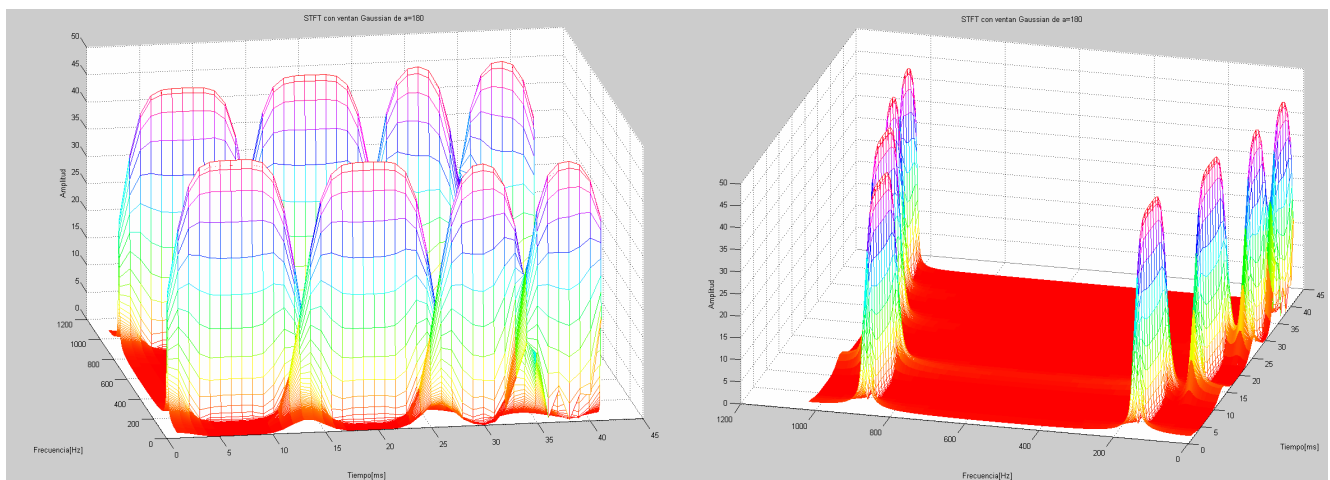
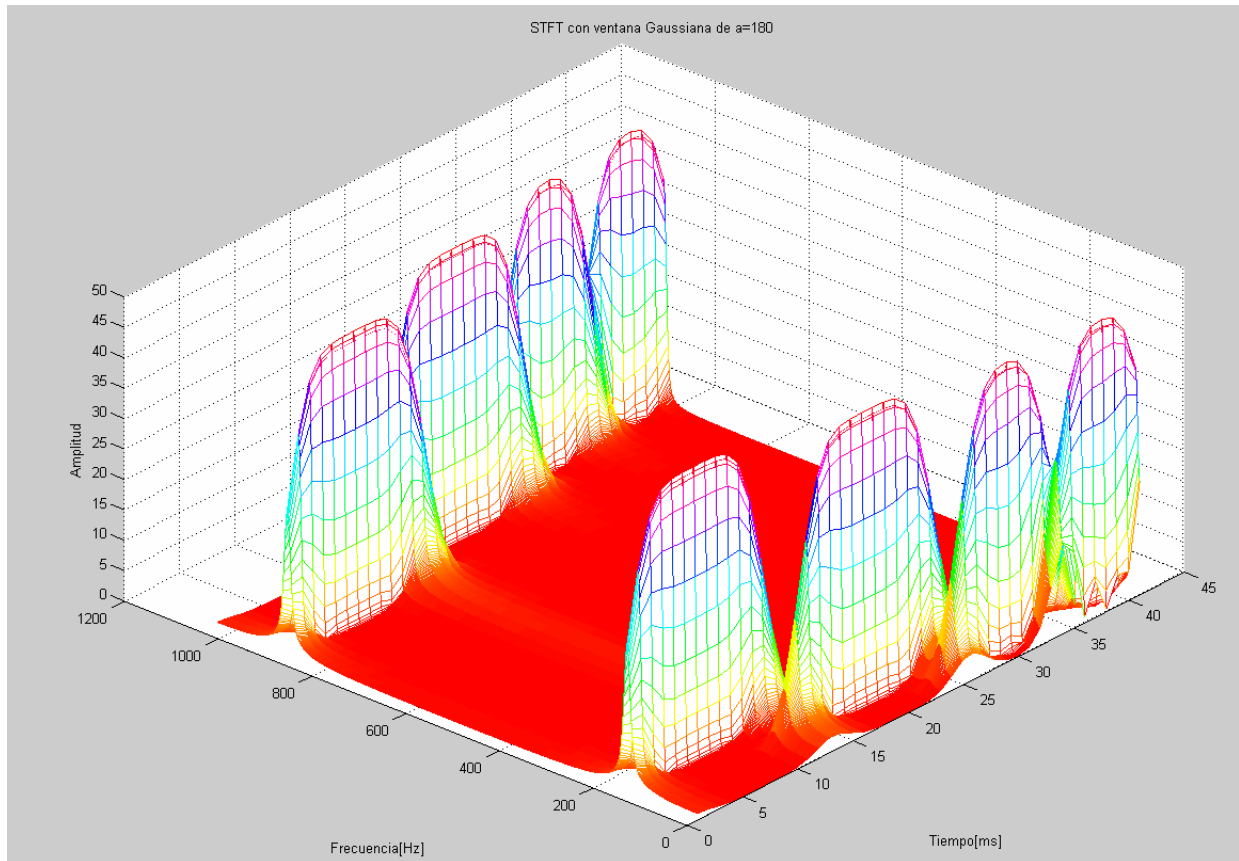


Figura 8.16.- STFT de la señal de la figura 8.12 con una ventana Gaussiana de $a=180$

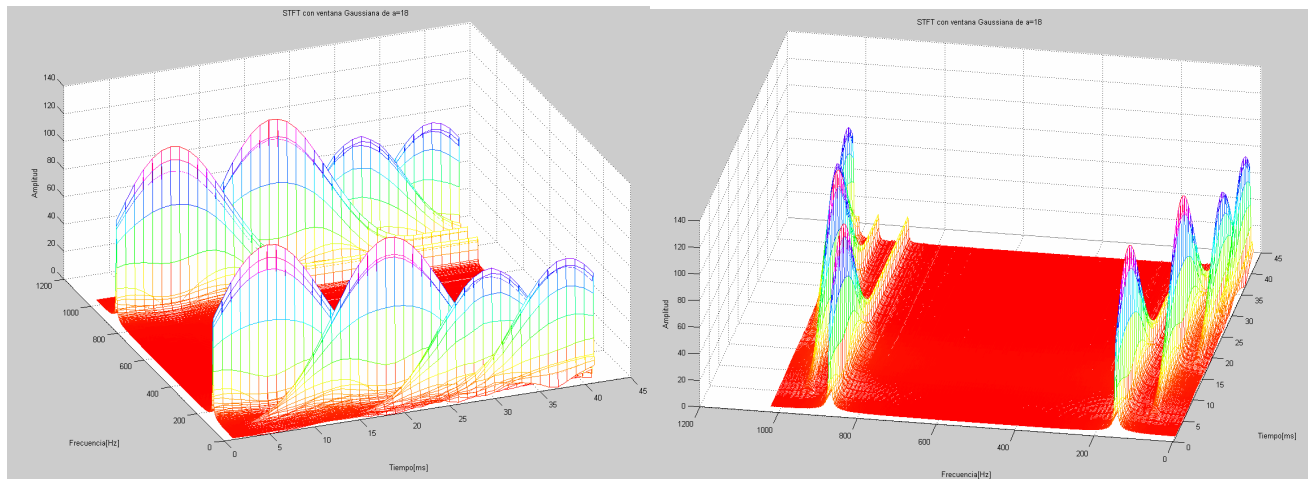
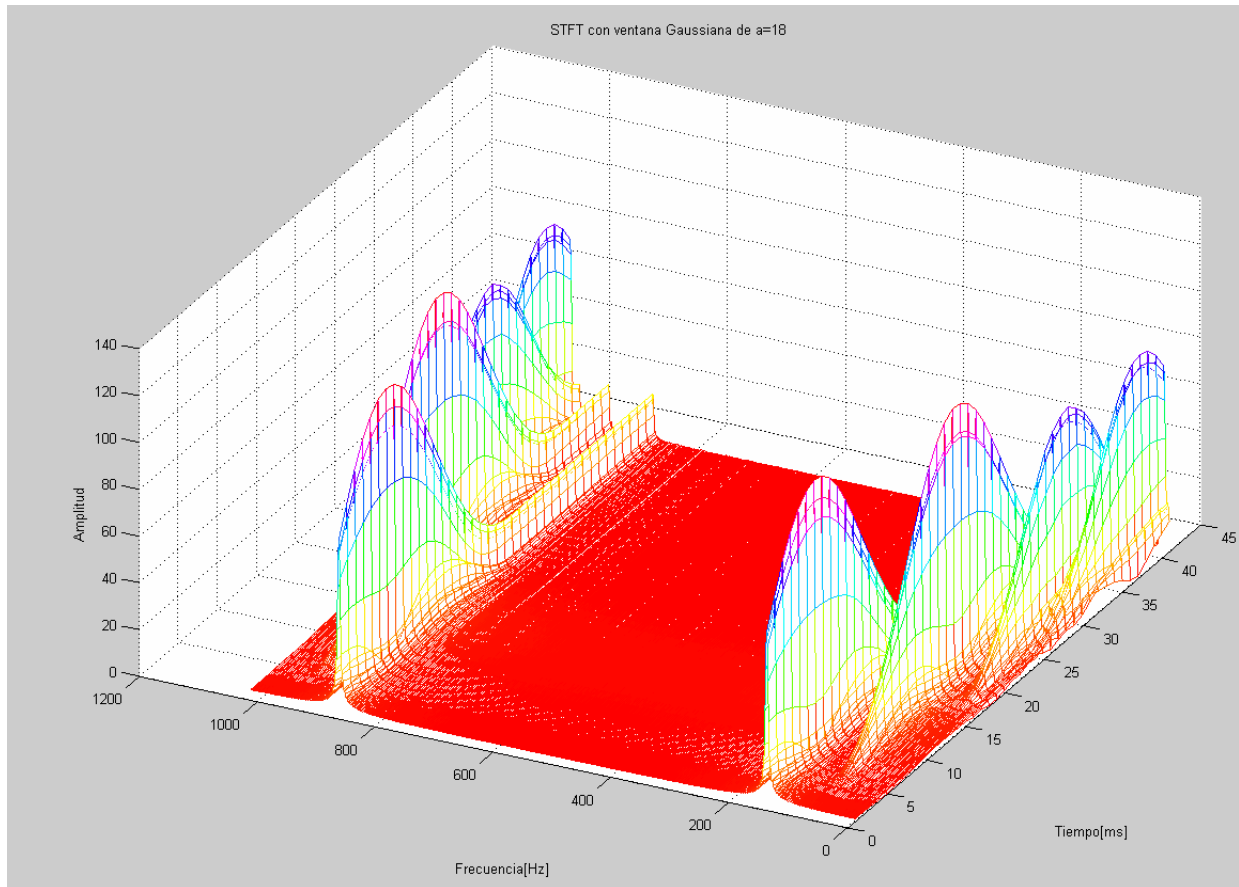


Figura 8.17.- STFT de la señal de la figura 8.12 con una ventana Gaussiana de $a=18$

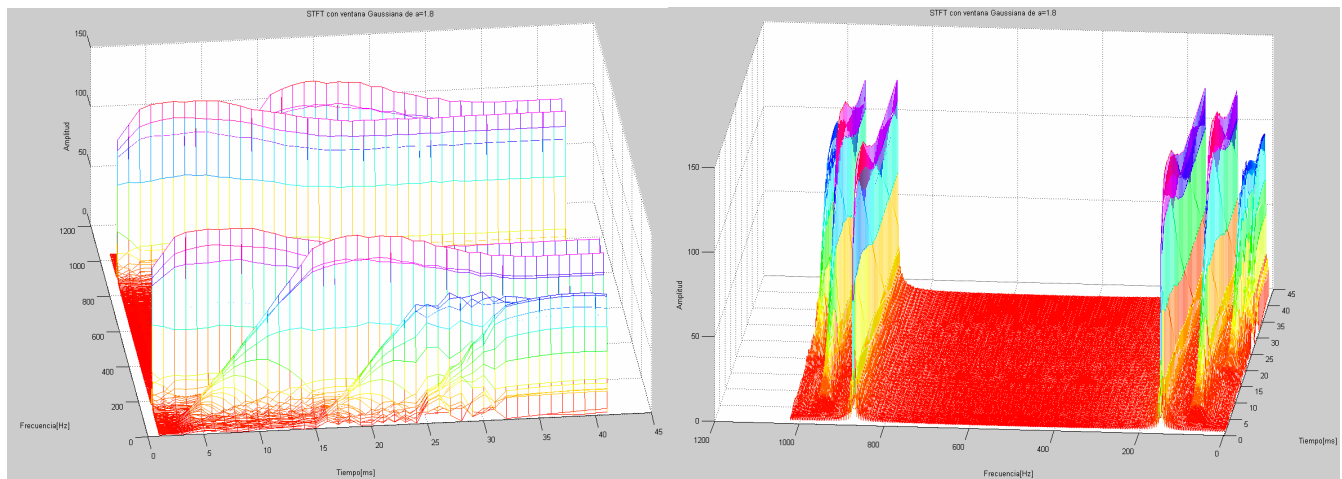
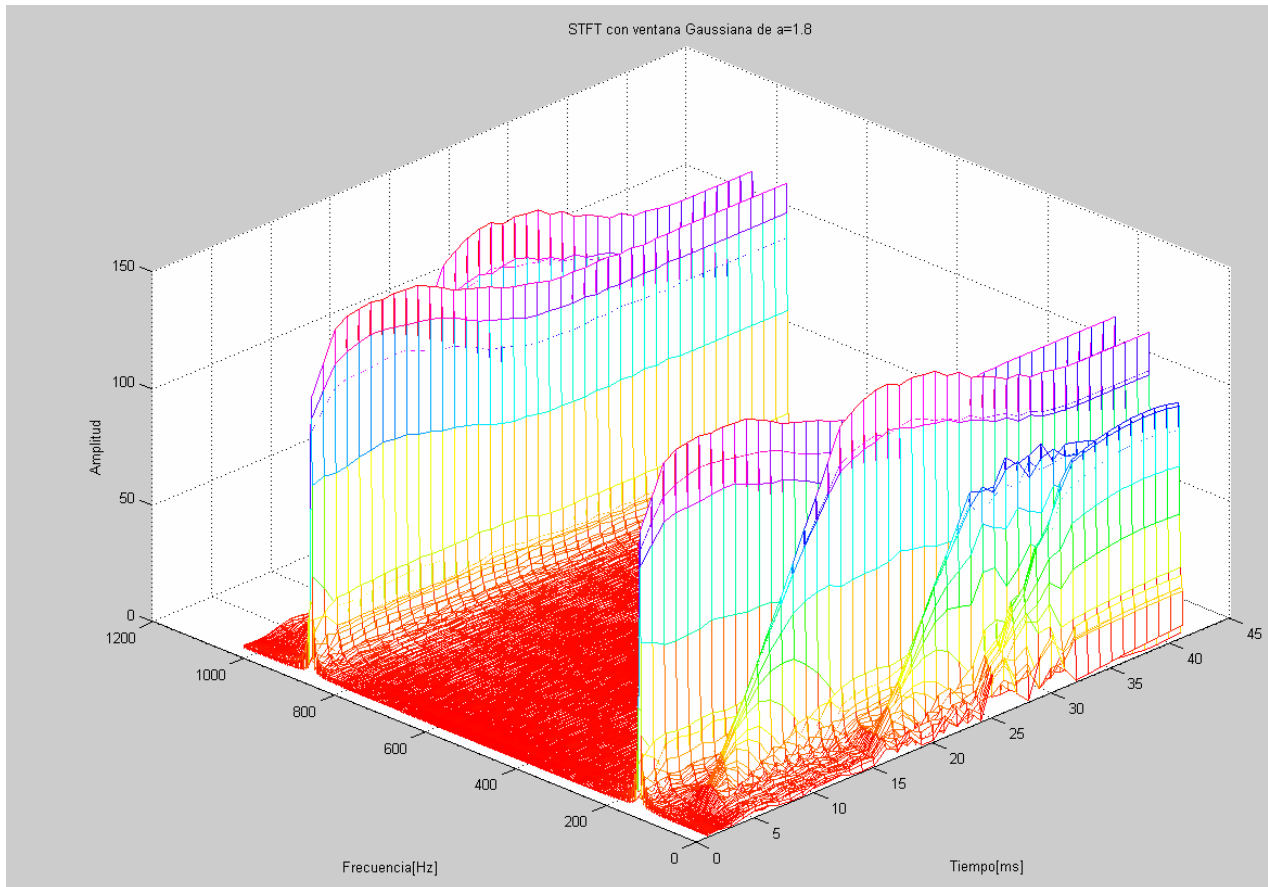


Figura 8.18.- STFT de la señal de la figura 8.12 con una ventana Gaussiana de $a=1.8$

Podemos observar las siguientes conclusiones. En la primera [Figura 8.15] corresponde al estudio del espectrograma en 3 dimensiones de la STFT con una ventana muy estrecha, por lo tanto obtendremos, como hemos analizado en capítulos anteriores buenas resoluciones temporales, sacrificando la resolución frecuencial. Se puede ver claramente como en el espectrograma de colores en 3 dimensiones los picos están bien separados en el dominio del tiempo y se pueden identificar sin problema alguno, en cambio en el dominio de la frecuencia no existen picos diferenciados, en los que podamos decir que la señal se encuentra en una frecuencia determinada, si no que existe



un rango de frecuencias, o intervalo en el que se encuentra se puede encontrar la frecuencia de la señal.

En cambio el punto opuesto es para la **[Figura 8.18]** corresponde al estudio del espectrograma en 3 dimensiones de la STFT con una ventana bastante ancha, aquí podemos observar que los cuatro picos correspondientes a cada frecuencia en la señal se pueden determinar claramente y se identifican sin ningún problema, en cambio en este caso las frecuencias de la señal no están bien separadas en el dominio del tiempo, y por lo tanto tenemos una resolución temporal muy mala, es decir hemos conseguido un buen resultado en la identificación de las frecuencias de la señal, pero hemos sacrificado resolución temporal.

Como hemos observado el análisis de señales mediante STFT está limitado a un campo de resolución y según la señal que queramos estudiar debemos utilizar un tipo de ventana u otro en cada caso, es decir es importante saber de inicio algo de la señal a estudiar, ya que si sabemos con certeza que la señal que estamos trabajando posee componentes de frecuencia bien separadas entre sí; podríamos sacrificar resolución frecuencial, y dar una mejor resolución temporal. Pero si la señal a utilizar no posee estas características podemos tener problemas a la hora de estudiar dicha señal, y por lo tanto el método de análisis por STFT queda limitado en este aspecto, por lo tanto podemos concluir con que la STFT posee algunas problemas o limitaciones a la hora de estudiar la señal.



CAPITULO 9

LIMITACIONES DE LA STFT

9. LIMITACIONES DE LA STFT

Debemos tener en cuenta diversos aspectos a la hora de la realización de la STFT y que limitan de una manera poder obtener la información deseada en algunos casos en el tratamiento de señales.

- Multiplicar en el dominio del tiempo $x(t)$ con la función $g(t)$ equivale a la convolución de sus espectros $X(f)$ y de $G(f)$ en el dominio de la frecuencia.

- El espectro de la señal que nos proporciona la STFT se ve alterado por la presencia de la ventana.

- Una vez fijada la función ventana queda definida las incertidumbres en frecuencia Δf y en tiempo Δt

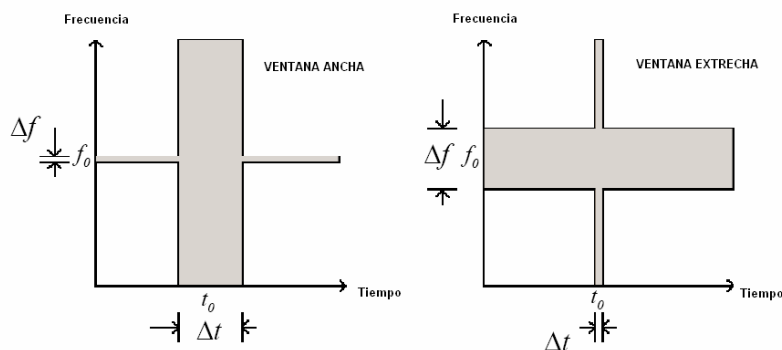


Figura 9.1.- Ventana ancha y ventana estrecha

- Las dos incertidumbres son inversamente proporcionales, por lo que la resolución temporal se puede mejorar sólo a expensas de sacrificar resolución en frecuencia y viceversa.

- Hay un problema de la representación tiempo-frecuencia. Principio de incertidumbre de Heisenberg; no se puede estimar con precisión el parámetro del tiempo y la frecuencia de forma simultánea

- La resolución de este método depende del tamaño de la ventana, y como éste es constante, una resolución alta en tiempo y frecuencia no se puede obtener simultáneamente; el ancho de banda de la ventana se diseña con el objetivo bien de detectar picos elevados en la señal residual o bien anomalías a bajas frecuencias pero nunca para conseguir estos dos objetivos a la vez, por tanto su resolución es a menudo insatisfactoria; ver [Figura 9.2].

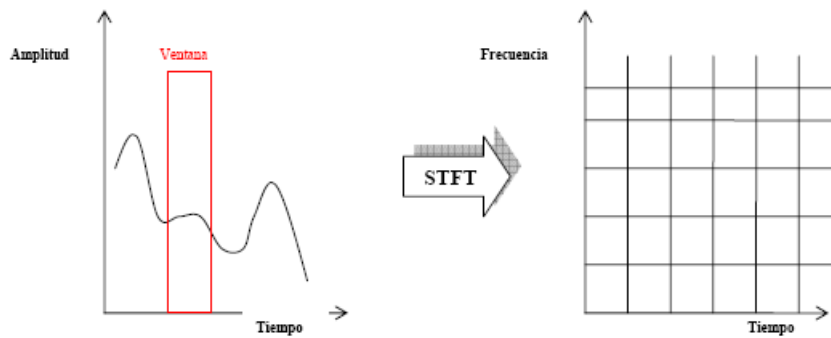


Figura 9.2.- Utilización de Tamaño de ventana constante en STFT

Como conclusión podemos identificar y resumir en dos las limitaciones importantes a la hora del análisis de la señal mediante STFT y son las siguientes:

Primero a la hora de realizar el ventaneo se observa que los rectángulos de localización próximos se superponen. Esto implica la redundancia de la información del mapeo. La superposición y redundancia dependen de la dimensión de los rectángulos Δf y Δt . Justamente, el principio de incertidumbre nos dice que es imposible reducir indefinidamente esta dimensión, existiendo una constante positiva universal tal que:

$$\Delta t \Delta f \geq C \quad [9.1]$$

Ó como vimos en capítulos anteriores

$$\sigma_t \sigma_\Omega \geq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad [9.2]$$

La igualdad se alcanza en el caso de las ventanas Gaussianas.

Por otra parte, se comprende, el esfuerzo computacional se incrementa en función de la redundancia.

Por tanto el ideal sería preservar la totalidad de la información del mapeo continuo sin redundancia en una red discreta de rectángulos, con mínima superposición.

La segunda cuestión o limitación la plantea el hecho de que las dimensiones de los rectángulos de localización son constantes. En las altas frecuencias el número de oscilaciones en el dominio temporal de las ventanas es elevado, y la información frecuencial del mapeo es nítida. En contraposición, en las bajas frecuencias, las oscilaciones son relativamente largas y no pueden caracterizarse apropiadamente.



CAPITULO 9. LIMITACIONES DE LA STFT

Este último fenómeno se explica por la superposición de los rectángulos asociados a las bajas frecuencias, positivas y negativas. En otras palabras, la redundancia es crítica entorno de $f=0$.

La implementación de la STFT para el procesamiento de señales de emisiones acústicas resulta eficiente cuando se trata de localizar y caracterizar eventos con patrones de frecuencia bien definida, no superpuestos y relativamente largos, respecto de la ventana de análisis.

En contraposición, es totalmente inapropiada para detectar detalles de corta duración, oscilaciones largas asociados a las bajas frecuencias, o caracterizar patrones auto similares presentes en fenómenos a distintas escalas.

Para resolver estas limitaciones a la hora del estudio de cualquier tipo de señal se debe encontrar una transformada o un método que dado la información en tiempo y en frecuencia nos facilite una buena resolución en los dos aspectos, por esta razón nace la transformada Wavelet y el análisis multirresolución (MRA). El MRA analiza una señal para diferentes frecuencias con diferentes resoluciones, por lo tanto cada componente espectral no se resuelve de idéntica forma como sucede en la STFT.

El análisis multirresolución está diseñado para proporcionar una buena resolución temporal y pobre resolución en frecuencia para altas frecuencias y buena resolución en frecuencia y baja en tiempo para bajas frecuencias. Este tratamiento adquiere un sentido especial cuando las señales a manejar tienen componentes de alta frecuencia de corta duración y componentes de baja frecuencia de larga duración, señales típicas de elementos rotativos en los que hay que identificar defectos.

A continuación vamos a explicar detalladamente en qué consiste este análisis y en qué consiste la transformada Wavelet y cómo resuelve los problemas o limitaciones de la STFT



CAPITULO 10

LA TRANSFORMADA WAVELET



10. LA TRANSFORMADA WAVELET

10.1 INTRODUCCIÓN

Como hemos visto con la Transformada de Fourier con Ventana se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal. Pero solo se conocerá en qué intervalo de tiempo se produce la singularidad, debido a que la localización depende del ancho elegido para la función ventana. Además, los eventos no podrán ser resueltos si aparecen muy cerca unos de otros, ya que no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma amplitud de ventana.

Una herramienta matemática que permite resolver estos problemas es la Transformada Wavelet. Este tipo de transformada es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia mejor que la Transformada de Fourier con Ventana. Con esta última, una vez que el tamaño de la ventana es elegido, todas las frecuencias son analizadas con las mismas resoluciones de tiempo y frecuencia, distinto de lo que sucede en la Transformada Wavelet que tiene un tamaño de ventana adaptado a las frecuencias.

Con respecto a imágenes, la Transformada de Fourier $F(k)$ de una función $f(x)$ de soporte finito se extiende entre $[-\infty, +\infty]$. Luego de aplicar cualquier algoritmo de análisis a $F(k)$ se pierde información al realizarse la anti-transformación en un intervalo finito. En cambio, en el caso de la Transformada Wavelet la función y su transformada se encuentran en un intervalo finito y, por lo tanto, no hay pérdida de información al realizar la anti-transformación.

10.2 ASPECTOS BÁSICOS DE LA TRANSFORMADA WAVELET

La llamada Transformada Wavelet, herramienta matemática desarrollada a mediados de los años '80, es una Transformada eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad y, a diferencia que la Transformada de Fourier con Ventana o STFT, mapea la señal en una representación de tiempo-escala. El aspecto temporal de las señales es preservado. La diferencia está en que la Transformada Wavelet provee análisis de multirresolución con ventanas dilatadas. El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas.

Como se explicó en capítulos anteriores, la Transformada de Fourier traslada una señal del dominio temporal a un dominio en frecuencia, utilizando senos y cósenos como funciones base. En cambio, la Transformada Wavelet traslada una señal del dominio espacial al dominio en escala mediante el uso de un grupo infinito de funciones base con energía finita, llamadas Wavelets. El término “Wavelet” es un diminutivo de la palabra “Wave” (onda, en el idioma inglés), por lo que significaría “onda pequeña”. Esto se refiere principalmente a que la misma es de naturaleza oscilatoria, y de longitud finita (“soporte compacto”).

Las *Wavelets* son familias de funciones que se encuentran definidas en el espacio y se emplean como funciones de análisis, examinando la señal de interés en el plano tiempo-frecuencia para obtener sus características periódicas y no periódicas. Una familia de Wavelets está definida por la ecuación [10.1]:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in \mathbb{R}; a > 0 \quad [10.1]$$

Cada uno de los componentes de la familia se genera a partir de la Wavelet Madre $\psi(t)$, a través de las variables de *escala* (a), que permite hacer dilataciones y contracciones de la señal, y la *traslación* (b), que se encarga de mover la señal en el tiempo.

Algunas de las principales familias de Wavelets son Daubechies, Biortogonales, Coiflets, Symlets, Morlet, Sombrero Mexicano y Meyer. Todas ellas tienen una ecuación específica que las representa, y que las hace diferenciarse en su forma, como muestra la [Figura 10.1]. La Wavelet Haar pertenece a la familia Daubechies. En capítulos más adelante realizaremos un estudio más exhaustivo de cada familia de Wavelets.

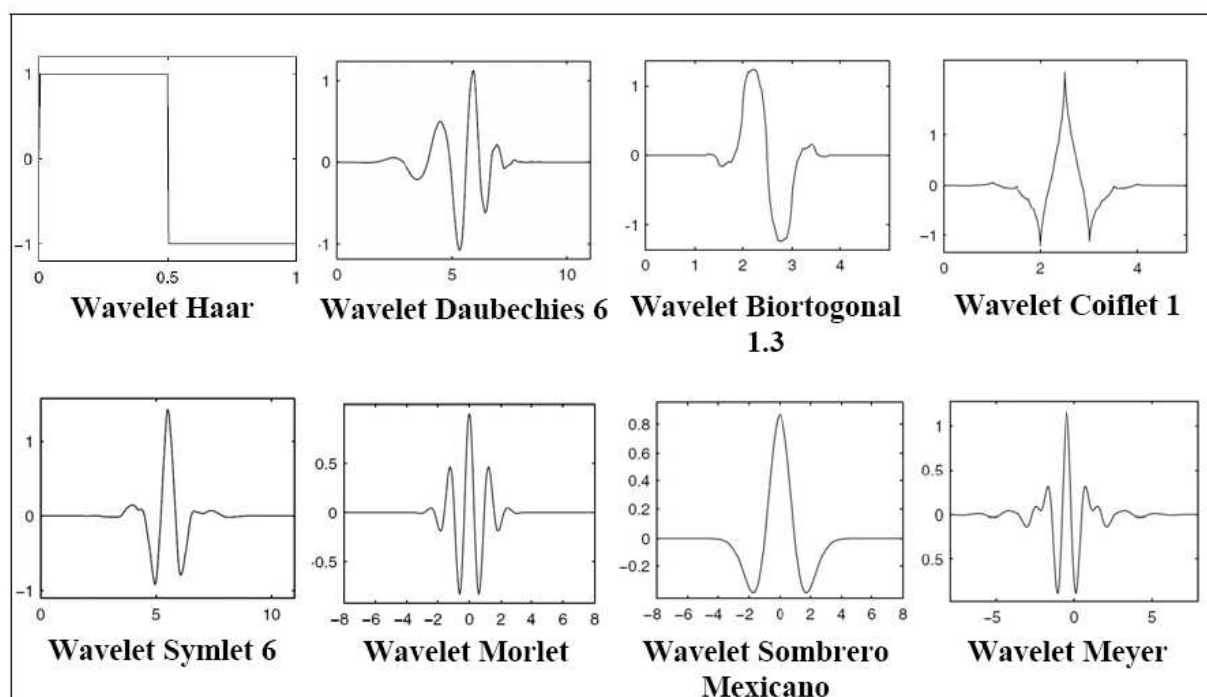


Figura 10.1.- Familias de las Wavelet madre más utilizadas

Cabe mencionar que también estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la Transformada Wavelet inversa y que la Transformada Wavelet no es solamente local en tiempo, sino también en frecuencia.

Podemos decir entonces que todas las funciones base de la transformada Wavelet (WT) se generan mediante la dilatación y traslación por el eje temporal de una Wavelet “madre”. Por tanto, la transformada WT es una transformada bidimensional. Para historias temporales, sus dos parámetros son la escala y el tiempo; ver **[Figura 10.2]**.

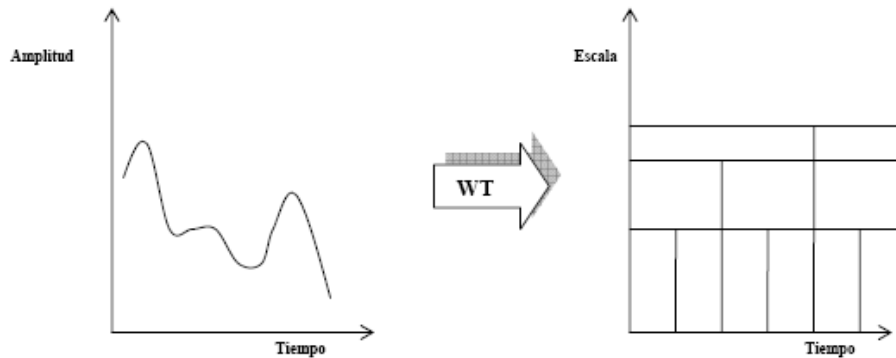


Figura 10.2.- Utilización de Tamaño de ventana variable en Wavelet

Esta descomposición local proporciona la capacidad de analizar fenómenos locales en señales vibratorias, como por ejemplo aquéllos debidos a la presencia de fallos, dado que la transformación WT produce un efecto “lupa” sobre cualquier instante de tiempo.

Dentro de los usos de esta poderosa herramienta podemos nombrar, además del análisis local de señales no estacionarias, el análisis de señales electrocardiográficas, sísmicas, de sonido, de radar, así como también es utilizada para la compresión y procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones.

Básicamente lo que realiza la transformada Wavelet es realizar un filtrado de la señal en el dominio del tiempo mediante filtros paso alto y paso bajo, que eliminan ciertas componentes de alta o baja frecuencia de la señal, más adelante veremos con más detalle en qué consiste.

Con la WT las altas frecuencias tienen mejor resolución en el tiempo mientras que las bajas frecuencias tienen mejor resolución en el dominio de la frecuencia.

En la siguiente **[Figura 10.3]** puede observarse que a altas frecuencias la cantidad de puntos es mayor para un mismo intervalo de tiempo (Δt); es decir las altas frecuencias tienen una mayor resolución en el tiempo, sin embargo se observa que hay muchos menos puntos para el mismo intervalo de tiempo para bajas frecuencias

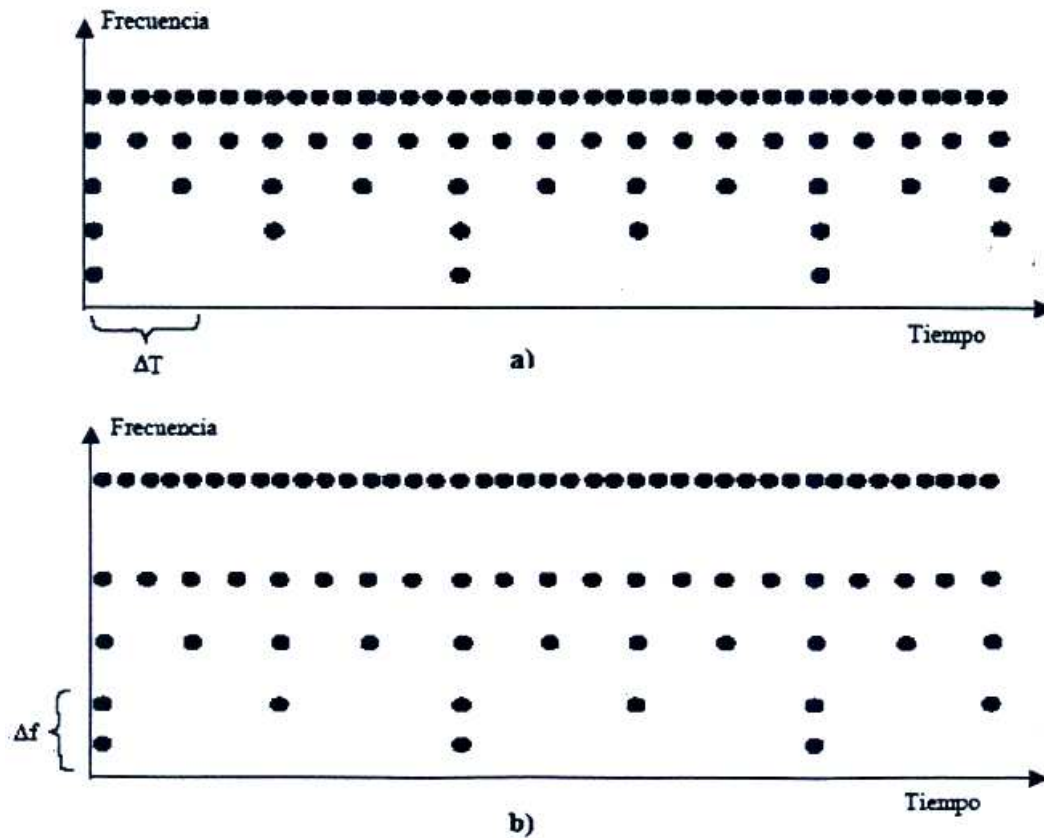


Figura 10.3.- Interpretación gráfica de la resolución en el tiempo y en la frecuencia

Los dos gráficos que se muestran corresponden a una transformada Wavelet continua, y a una transformada Wavelet discreta, a continuación vamos a estudiar por separado en qué consiste cada una de ellas, y veremos las principales ventajas que tiene este método respecto a la STFT.



10.3 LA TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA (CWT)

A mediados de la década de los setenta y principios de la década de los ochenta, J. Morlet introduce la CWT en la comunidad geofísica internacional, como una técnica alternativa a la STFT, para superar el problema de resolución causado por el solapamiento de datos. La CWT se realiza de manera similar al análisis STFT, ya que la señal es multiplicada por una función, en este caso denominada “Wavelet”, análoga a la función ventana de la STFT, y la transformada se calcula separadamente para distintos segmentos de la señal en el dominio del tiempo. La señal transformada (CWT) se calcula según la ecuación [10.2]

$$CWT(a, b; \psi) = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad [10.2]$$

En donde $f(t)$ es la señal a la cual se aplica la transformada, $\psi_{a,b}^*(t)$ es el conjugado complejo de la función Wavelet $\psi_{a,b}(t)$ y la señal transformada CTW, es una función de dos variables, a y b , parámetros de escala y traslación respectivamente, que irán cambiando de valor a lo largo del proceso de análisis.

En la siguiente tabla se muestran las transformaciones básicas utilizadas en el análisis Wavelet:

TABLA1. TRANSFORMACIONES BÁSICAS EN LAS WAVELETS

Traslación	Cambio de escala	Traslación y cambio de escala
$\psi(t-b)$	$\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t}{a}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$

A continuación vamos a explicar el fundamento de la escala y de la traslación

10.3.1 Escala

La escala en el análisis Wavelet es análoga a la escala de los mapas geográficos. Las altas escalas corresponden a una visión global no detallada de la señal, y las bajas escalas corresponden a una visión detallada. De igual manera, en términos de frecuencia, las bajas frecuencias (altas escalas) corresponden a una información global que comúnmente abarca toda la señal, mientras que las altas frecuencias (escalas bajas) corresponden a una información detallada de una característica oculta en la señal, que se produce en un tiempo relativamente pequeño. De esta manera, el escalado como

operación matemática produce una dilatación o compresión de la señal; los valores altos de escala corresponderán a señales dilatadas y las escalas pequeñas corresponden a señales comprimidas. Una representación esquemática del Análisis Wavelet se ilustra en la [Figura 10.4]. La relación entre escala y frecuencia es:

$$F_a = \frac{F_c}{a \cdot \Delta} \quad [10.3]$$

Donde:

a es la escala

Δ es la frecuencia de muestreo (Hz.)

F_c es la frecuencia central de la Wavelet (Hz.)

F_a es la pseudo-frecuencia correspondiente a la escala a (Hz.)

La relación entre la escala y la frecuencia consiste en que las escalas menores corresponden a altas frecuencias y las escalas mayores corresponden a bajas frecuencias.

10.3.2 Traslación

El término traslación se relaciona con la localización de la ventana a medida que ésta se desplaza a lo largo de la señal. Obviamente, este término corresponde a la información del tiempo en el dominio transformado.

La traslación se realiza sobre el dominio del tiempo, mientras que el escalado se realiza conforme a la dilatación y compresión de ventanas, obteniendo coeficientes de correlación.

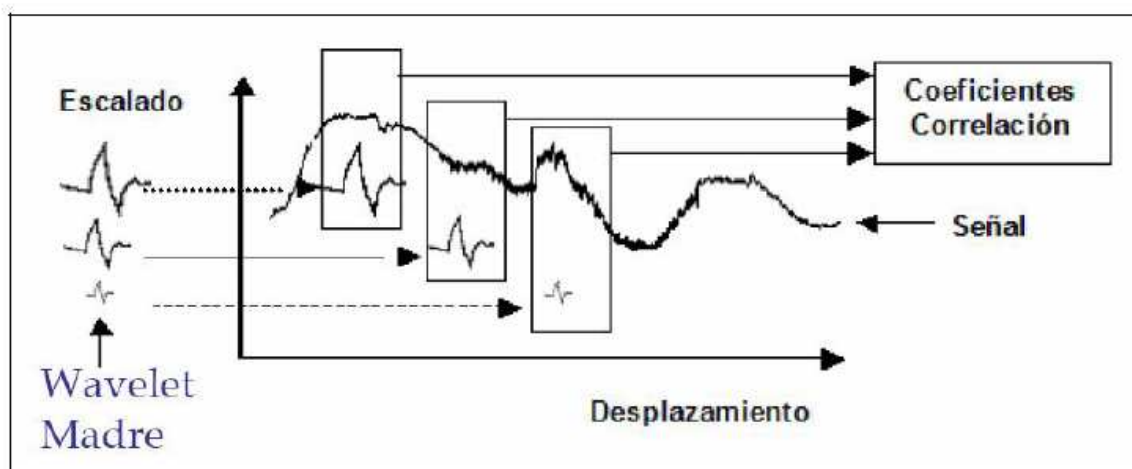


Figura 10.4.- Esquema de la aplicación de la Transformada Wavelet

10.4 RELACION CONJUNTA DE LA ESCALA Y LA TRANSLACIÓN

En señales que corresponden a fenómenos o aplicaciones reales las escalas bajas (equivalentes a altas frecuencias) no tienen una larga duración en la señal, sino que aparecen de tiempo en tiempo como picos. Sin embargo, las altas escalas (equivalentes a bajas frecuencias) comúnmente duran todo el tiempo que permanece la señal.

El escalonamiento como operación matemática produce una dilatación o compresión de la señal; las altas escalas corresponden a señales dilatadas y las escalas pequeñas corresponden a señales comprimidas, en el caso de la transformada Wavelet, el término de escalamiento aparece en el denominador y por lo tanto la situación es la opuesta a la situación normal de una función $f(t)$ en la que queremos $f(st)$, es decir en el caso de la Wavelet para $s > 1$ las señales se dilatan; y para $s < 1$ las señales se comprimen.

Debido a que la transformada Wavelet incluye información relacionada con el tiempo y la frecuencia, la representación gráfica de esta transformada se realiza en un plano tiempo-escala, como se muestra en la [Figura 10.5].

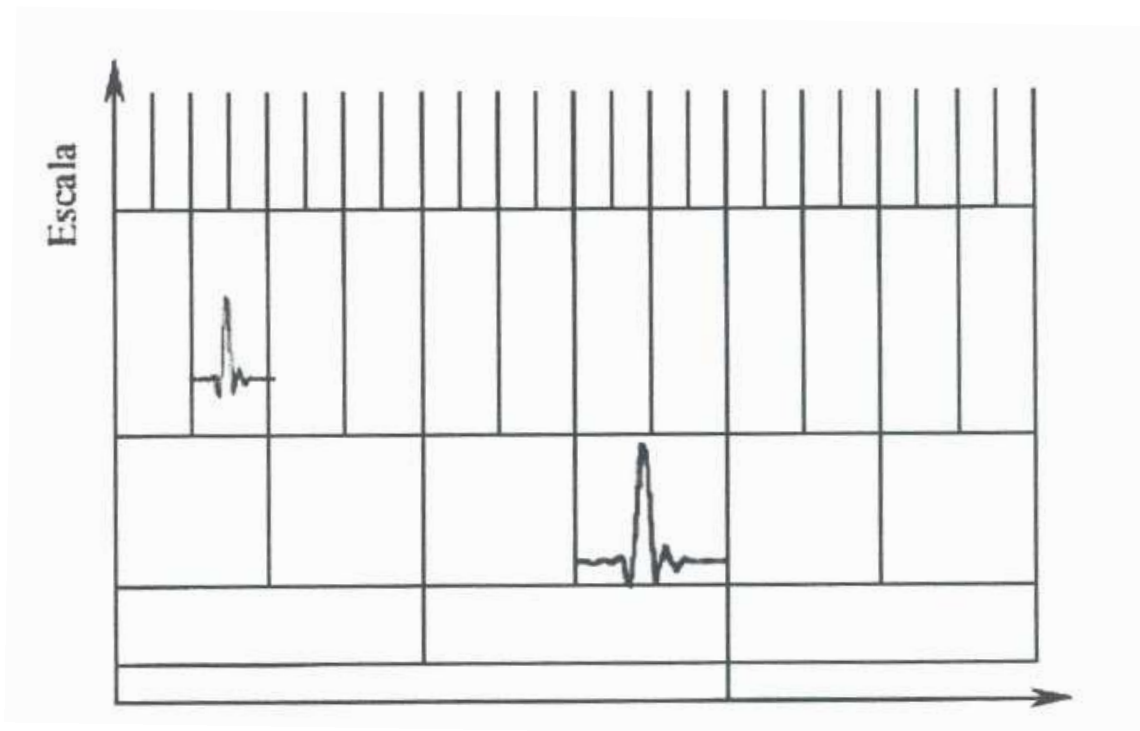


Figura 10.5.- Representación de las particiones, en el plano tiempo-escala para el caso de la transformada Wavelet

Cabe mencionar que cada celda de la [Figura 10.5] representa un valor de la transformada de Fourier en dicho plano, y que estas celdas tienen un área no nula, lo cual indica que no es posible conocer el valor de un punto en particular como ocurriría en la STFT, y por lo tanto, sin tener en cuenta las dimensiones de las celdas, sus áreas, tanto la STFT como en la transformada Wavelet, son las mismas y están determinadas como se sabe por el principio de incertidumbre de Heisenberg.

El área de cada división es fija, aún cuando tenemos diferentes ventanas o Wavelets madres, y como ya es sabida el área de estas divisiones no se puede reducir todo lo que se desee debido al principio de incertidumbre de Heisenberg.

En la siguiente **[Figura 10.6]** podemos observar las operaciones de escalado y translación para distintas posiciones del plano tiempo-frecuencia. Se puede comprobar cómo obtendremos distintas resoluciones según la posición en dicho plano. La Wavelet mostrada posee distinto tamaño en las diversas posiciones del plano debido a las operaciones de traslación y escala.

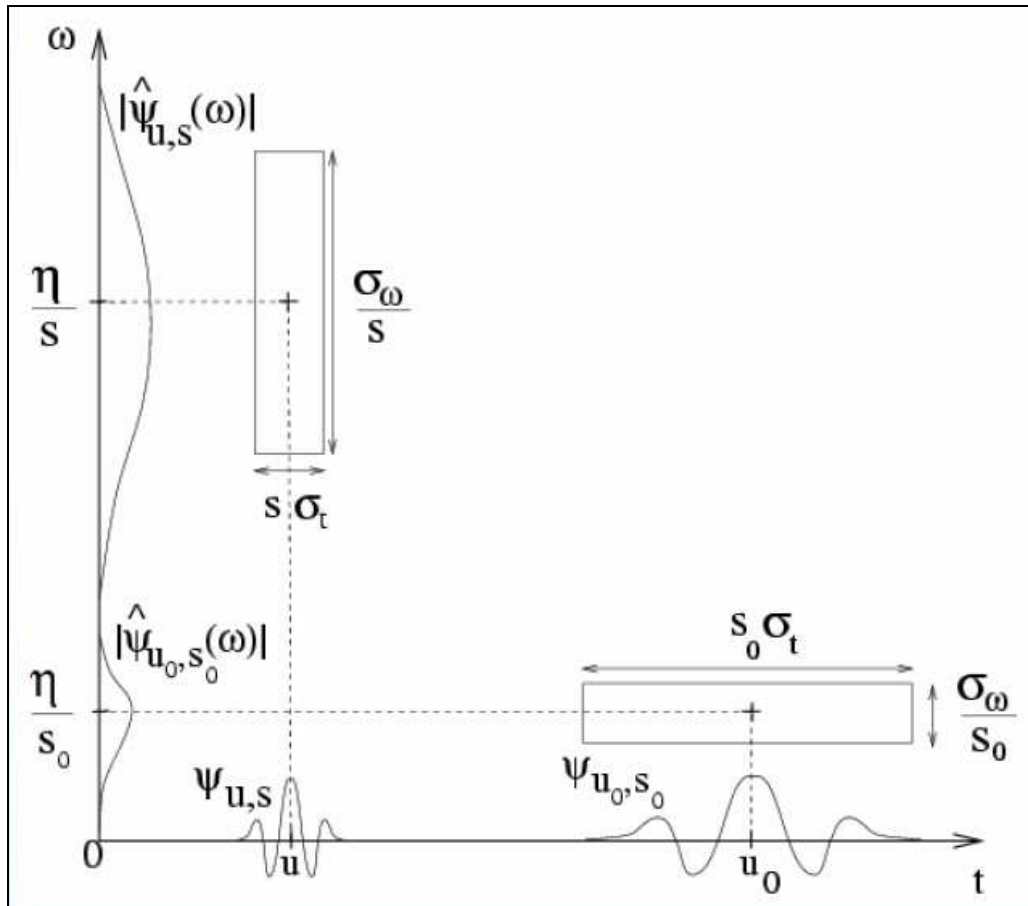


Figura 10.6.- Tamaño de la Wavelet para distintas posiciones en el plano escala-tiempo

A continuación se observa también en la **[Figura 10.7]** el proceso de escalamiento y translación, para una escala grande la Wavelet ocupa un mayor segmento de la señal y por lo tanto tiene mejor resolución en frecuencia mientras que para una escala más pequeña el intervalo de tiempo bajo el que se analiza la señal es menor, lo que implica mayor resolución en tiempo.

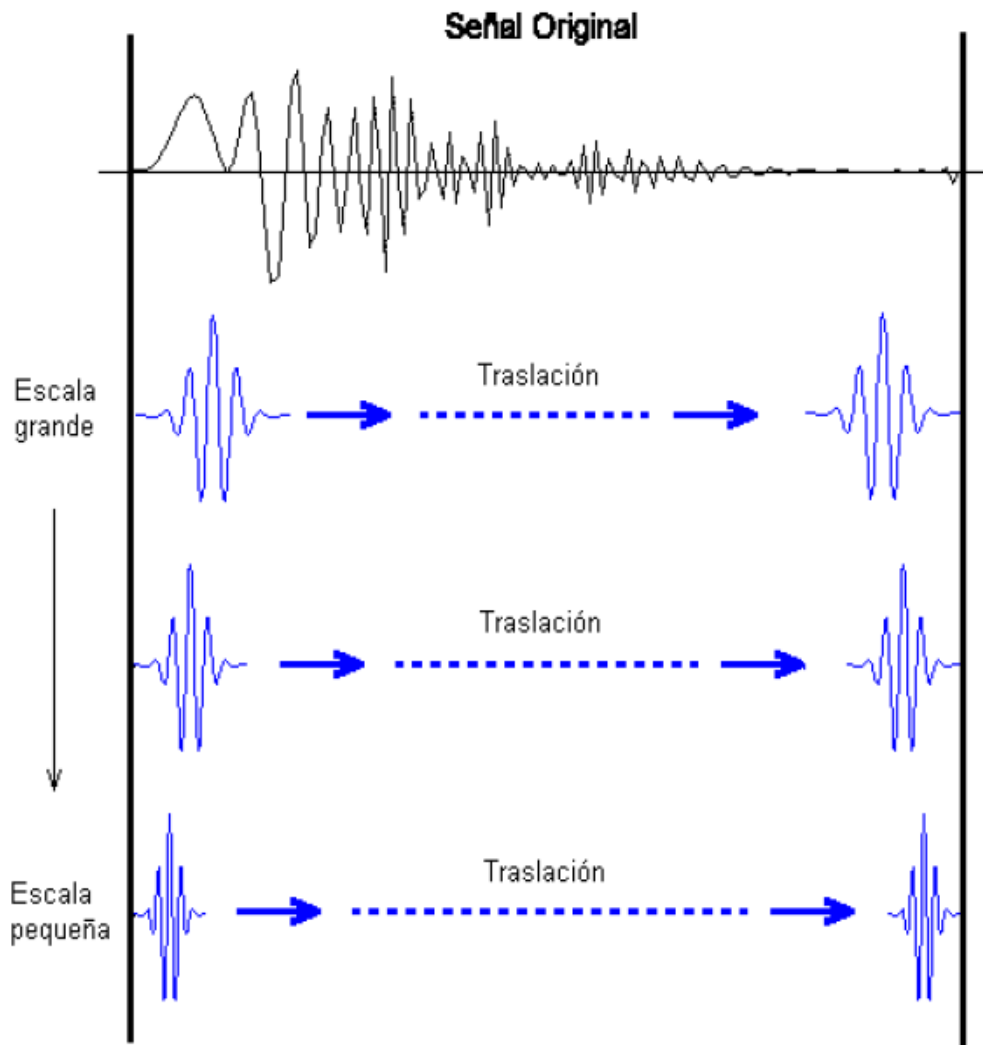


Figura 10.7.- Proceso de escalonamiento y traslación de una señal

Para el caso de la CWT, la señal $f(t)$ puede ser reconstruida, aplicando la ecuación [10.4], que representa la Transformada Inversa de la Wavelet Continua, cómo dijimos anteriormente, pero bajo ciertos criterios de admisibilidad dados por la ecuación [10.5].

$$f(t) = \frac{1}{K^2} \iint CWT(a,b) \frac{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}{a^2} da \cdot db \quad [10.4]$$

Donde K es una constante determinada por el tipo de Wavelet que se ha utilizado en la transformación, la cual se conoce como constante de admisibilidad y se define como:



$$K = \sqrt{2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H(w)|^2}{|w|} dw} < \infty \quad [10.5]$$

Siendo $H(w)$ la transformada de Fourier de $\psi(t)$.

10.5 DETECCIÓN DE LA FRECUENCIA CENTRAL DE LA WAVELET

Como ya se mencionó anteriormente existe una relación entre la escala y la frecuencia, y es una relación inversa, pero no conocemos los parámetros exactos que relacionan dichos parámetros. Como se ha visto la relación la obtenemos de la [ecuación 10.3]

$$F_a = \frac{F_c}{a \cdot \Delta}$$

Donde el factor F_c (Frecuencia central es el parámetro que relaciona los dos términos).

Desgraciadamente no podemos responder de manera única a esta relación, ya que cada familia y tipo de Wavelet posee su propia frecuencia central, cabe mencionar que en lugar de frecuencia será más correcto hablar de pseudos-frecuencia distinta para cada escala.

Tenemos que asociar la idea de que cada Wavelet es una señal sinusoidal de frecuencia. Como se muestra a continuación la frecuencia central capta las principales oscilaciones de la Wavelet. Implementando el comando de Matlab® CENTFRQ podemos observar algunas graficas donde se observa la frecuencia central de la Wavelet

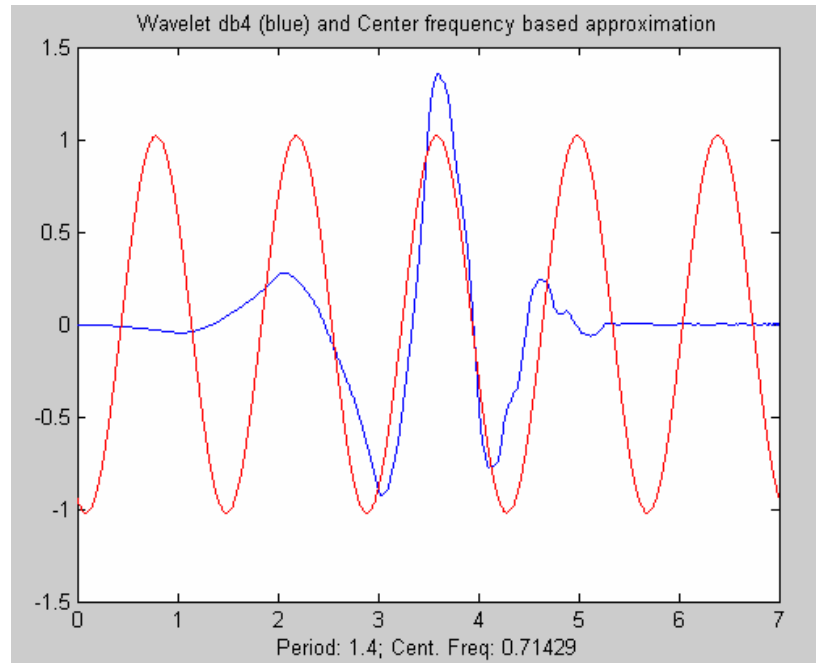


Figura 10.8.- Detección de la frecuencia central de la wavelet “db4”

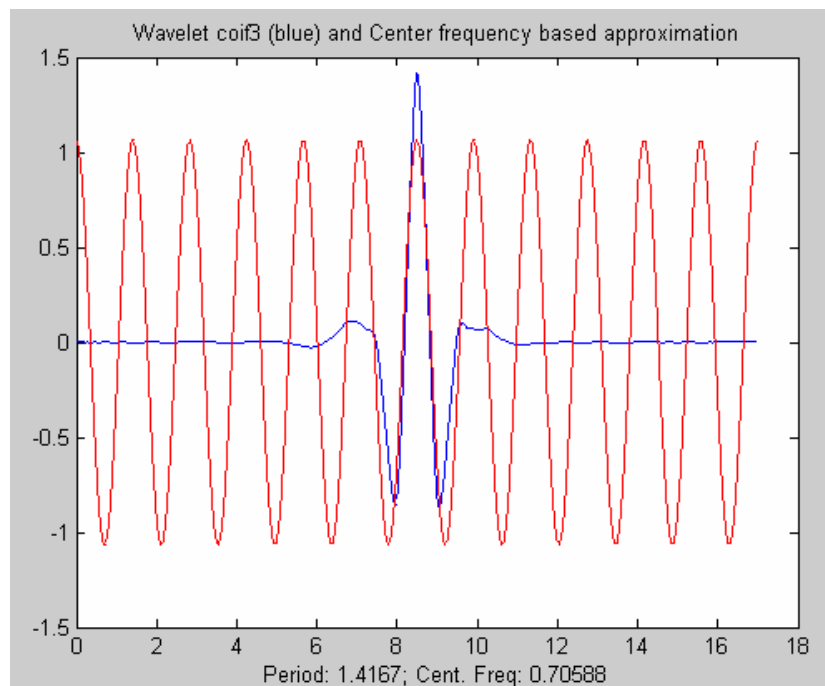


Figura 10.9.- Detección de la frecuencia central de la wavelet “coif3”

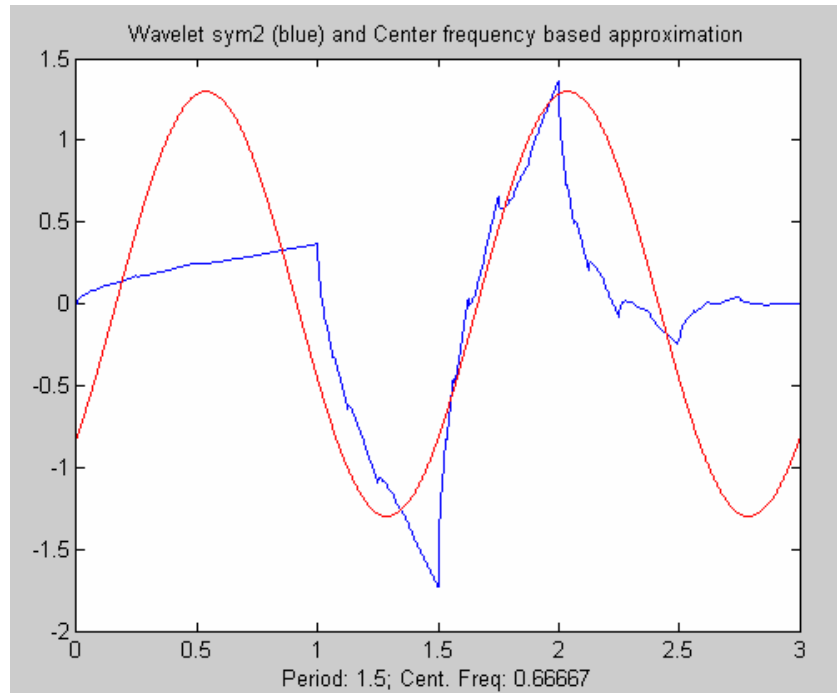


Figura 10.10.- Detección de la frecuencia central de la wavelet “sym2”

A continuación se muestra una tabla con todas las frecuencias centrales de las principales Wavelet que vamos a utilizar para nuestros análisis de señales.

**TABLA2.** FRECUENCIAS CENTRALES DE LAS WAVELETS.

<u>TIPO</u>	<u>Fc [s]</u>		<u>TIPO</u>	<u>Fc [s]</u>		<u>TIPO</u>	<u>Fc [s]</u>		<u>TIPO</u>	<u>Fc [s]</u>
Haar	0.9961		MEXICAN HAT	0.2500		Coif2	0.7273		Bior3.3	1.0006
Db2	0.6667		MEYER	0.6902		Coif3	0.7059		Bior3.5	1.0001
Db3	0.8000		Sym1	0.9961		Coif4	0.6957		Bior3.7	0.9333
Db4	0.7143		Sym2	0.6667		Coif5	0.6897		Bior3.9	0.9474
Db5	0.6667		Sym3	0.8000		Bior1.3	0.8006		Bior4.4	0.7781
Db6	0.7273		Sym4	0.7143		Bior1.5	0.7781		Bior5.5	0.6366
Db7	0.6923		Sym5	0.6667		Bior2.2	1.0008		Bior6.8	0.7649
Db8	0.6667		Sym6	0.7273		Bior2.4	0.8889			
Db9	0.7059		Sym7	0.6923		Bior2.6	0.9234			
Db10	0.6842		Sym8	0.6667		Bior2.8	0.8824			
MOR LET	0.8125		Coif1	0.8000		Bior3.1	-			



10.6 CLASIFICACION Y TIPOS DE WAVELETS MADRE

10.6.1 Introducción y criterio de clasificación.

Como ya hemos mencionado las Wavelets son familias de funciones en el espacio que se emplean como funciones de análisis de una señal.

Las Wavelets se agrupan en familias, que son conjuntos de funciones con unas mismas características y se diferencian por un número que indica la cantidad de momentos de desvanecimiento.

Para poder explicar mejor los tipos de Wavelets vamos a describir un nuevo concepto denominado “momentos de desvanecimiento”

Este concepto es importante, ya que nos permite conocer la forma de la wavelet y es un parámetro para saber cómo de útil es una wavelet para suprimir un polinomio dado. La suavidad de la wavelet viene determinada por el número de momentos de desvanecimiento que tenga. El i -ésimo momento de la wavelet se calcula como la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \cdot t^i dt = 0 \quad [10.6]$$

De lo anterior se determina que una función tiene n momentos de desvanecimiento si la integral es cero para $i=0, \dots, n-1$. De donde se toma que todas las señales que tengan la forma polinomial del tipo:

$$y(x) = \sum_{m=0}^n c_m x^m \quad [10.7]$$

Tienen cero coeficientes wavelet.

El orden de una transformada wavelet viene, normalmente, dado por el número de momentos de desvanecimiento que existan. Otra forma de ver este concepto es pensar en que la palabra momento se refiere a un promedio, así que cuando el valor promedio de una wavelet es cero, se tiene un momento de desvanecimiento, y los polinomios de grado inferior serán eliminados.

Algunas de las propiedades más importantes de la wavelet son:



- El soporte compacto, que es la propiedad de que una wavelet sea de duración finita, lo que permite una menor duración en los cálculos, mejor resolución en el tiempo, y pobre resolución en frecuencia.

- la simetría, que permite que los filtros sean de fase lineal.

-La ortogonalidad, que es la propiedad que se logra cuando el producto de dos vectores es igual a cero, y es importante encontrar este tipo de características en los estudios para que los análisis sean importantes.

Los diferentes tipos de familias Wavelet se clasifican según algunos criterios. Las principales formas de clasificación son:

1- Que sean compatibles con la función ψ : la velocidad de convergencia a cero de estas funciones ($\psi(t)$ ó $\psi(w)$) cuando el tiempo t o la frecuencia w tiendan a infinito, que cuantifica tanto las localizaciones de tiempo como de frecuencia. La función ψ define a la forma de la Wavelet.

2- La simetría, que es útil para evitar el desfase en el desvanecimiento de señales e imágenes.

3- El número de momentos de desvanecimiento para ψ o para Φ (si existe), estos momentos son útiles si nuestro propósito es comprimir la señal.

4- La regularidad, que es útil para conseguir rasgos agradables, como la suavidad de la señal reconstruida o imagen, y para la función estimada en análisis de regresión no lineal.

Todas estas características se asocian a dos características que permiten la codificación rápida del algoritmo y que son:

- la existencia de función escala Φ

- la ortogonalidad o biortogonalidad de los análisis resultantes.

10.6.2 Familia de las Daubechies

• Wavelet Haar (Daubechies 1)

En matemáticas, la wavelet de Haar es una cierta secuencia de funciones. Fue la primera wavelet conocida. Esta secuencia fue propuesta en 1909 por Alfred Haar. Haar usó estas funciones para dar un ejemplo de un sistema ortonormal contable para el espacio de las funciones de cuadrado integrable en la recta real. El estudio de los Wavelets, e incluso el término "wavelet", no vinieron hasta mucho después. La wavelet de Haar es también el wavelet más simple posible.

La wavelet Haar pertenece a la familia de las wavelet Daubechies, con un solo momento de desvanecimiento, por lo tanto en muchas bibliografías es también denominada como "db1".

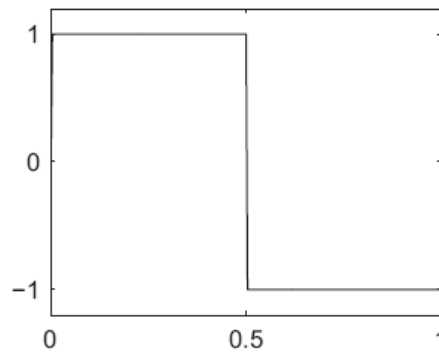


Figura 10.11.- Representación de la Wavelet Haar

Podemos expresar matemáticamente la función Haar de la siguiente forma:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 \rightarrow \left(0 \leq t \leq \frac{1}{2}\right) \\ -1 \rightarrow \left(\frac{1}{2} \leq t \leq 1\right) \\ 0 \rightarrow t \notin [0,1] \end{cases} \quad [10.8]$$

Y su función escalar $\Phi(t)$ puede ser descrita como:

$$\Phi(t) = \begin{cases} 1 \rightarrow t \in [0,1] \\ 0 \rightarrow t \notin [0,1] \end{cases} \quad [10.9]$$

Como propiedades importantes de la función Haar es que cumple los requisitos de ortogonalidad y biortogonalidad, se puede comprimir, es simétrica, pero no regular; y admite soporte compacto. La Haar es válida tanto para la representación de una señal mediante transformada wavelet discreta (DWT) como la transformada wavelet continua (CWT)

La desventaja técnica del wavelet de Haar es que no es continuo y por lo tanto no derivable. Esta propiedad, de cualquier forma, es una ventaja para el análisis de señales con transiciones repentinas, tales como el monitoreo del fallo de una herramienta en una máquina, es decir detectar discontinuidades y puntos de ruptura. Es una función muy sencilla que se utiliza para el análisis de señales usando transformadas discretas y continuas.



- **Daubechies N**

Estas funciones no poseen una única expresión explícita que las defina, la mayoría de las wavelet se agrupan en familias con características comunes, y en este caso la Daubechie el orden N indica la cantidad de momentos de desvanecimiento que posee cada una. Por lo tanto la función conocida como “db5” representa a la familia de las Daubechies y tiene 5 momentos de desvanecimiento.

Si N es el número de orden de la wavelet, la longitud de la ventana tanto para las funciones ψ y Φ es de $(2N-1)$, por lo tanto admite soporte compacto.

Todas las Daubechies presentan la propiedad de ortogonalidad y biortogonalidad.

La mayoría no son simétricas. Todas estas funciones presentan la característica que la regularidad va aumentando con el orden y que se pueden utilizar para calcular transformadas continuas y discretas con ellas.

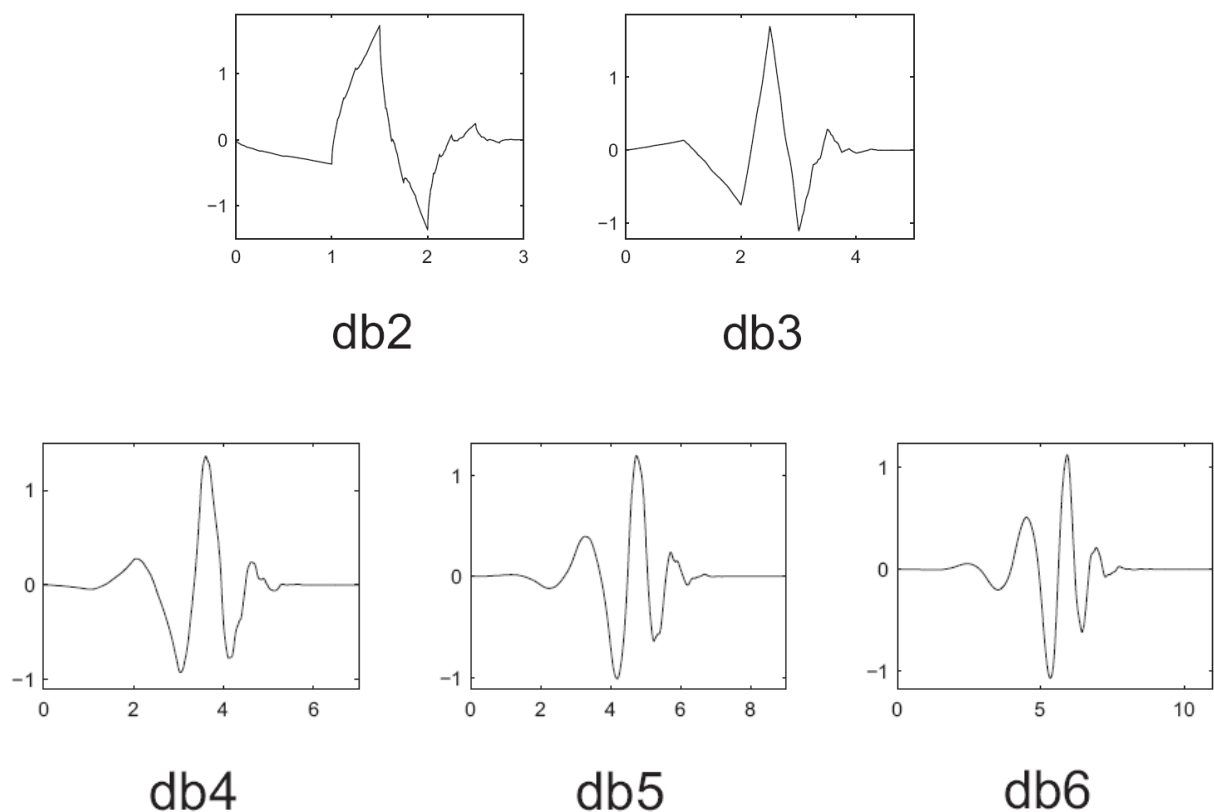


Figura 10.12.- Representación de las Wavelets Daubechies db2, db3, db4, db5, db6

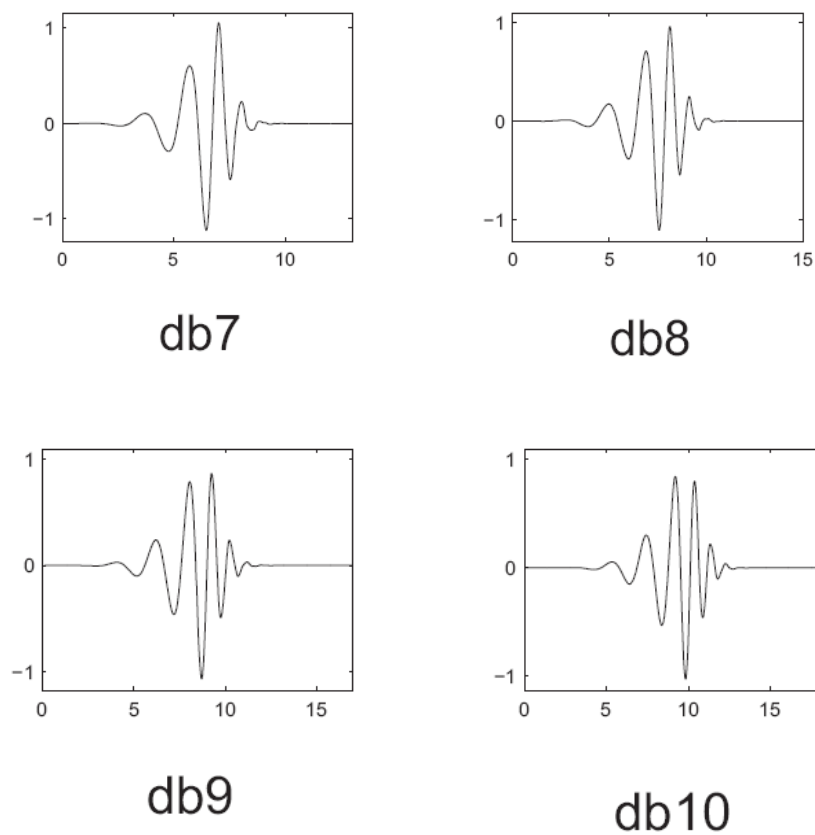


Figura 10.13.- Representación de las Wavelets Daubechies db7, db8, db9, db10

10.6.3 Morlets

La wavelet de Morlet es una función continua equivalente a una onda plana modulada por una Gaussiana, su expresión se puede reducir a la siguiente formula:

$$\psi(x) = C \cdot e^{\frac{-x}{2}} \cos(\omega_0 x) \quad [10.10]$$

Donde la constante C se utiliza para la normalización de la gráfica y ω_0 es la frecuencia base.

La función Morlet no posee características de ortogonalidad y biortogonalidad. Es simétrica. No admite representación con la DWT pero si sería posible con la CWT.

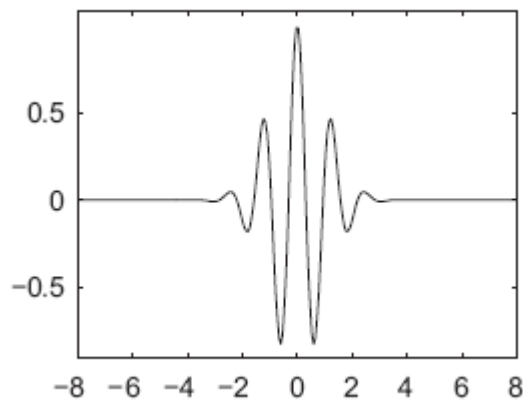


Figura 10.14.- Representación de la Wavelet Morlet

10.6.4 Mexican Hat

La Mexican Hat es la representación de la segunda derivada de la función de probabilidad Gaussiana.

Su algoritmo puede escribirse como:

$$\psi(x) = \left(\frac{2\pi}{3} \pi^{\frac{-1}{4}} \right) (1 - x^2) e^{\frac{-x^2}{2}} \quad [10.11]$$

Como características podemos decir que no es ortogonal ni biortogonal, ya que la función Φ no existe. No se puede utilizar en el análisis DWT y si en el CWT.

Como podemos observar en la representación es una wavelet simétrica.

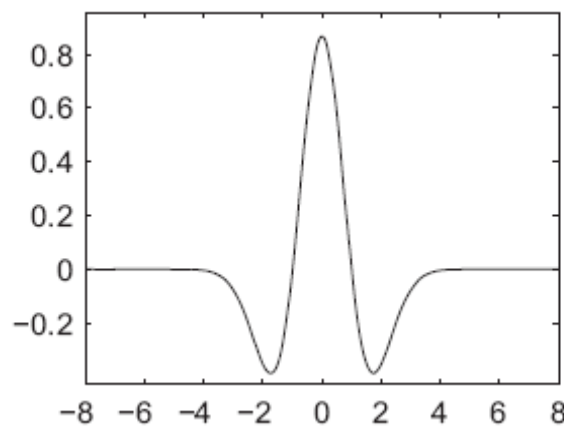


Figura 10.15.- Representación de la Wavelet Mexican Hat



10.6.5 Meyer

Esta wavelet está definida en el dominio y en el tiempo. Podemos expresar su algoritmo como:

$$\psi(w) = \begin{cases} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i\omega}{2}} \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3\pi}{2}|\omega| - 1\right)\right) \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3} \leq |w| \leq \frac{4\pi}{3}\right) \\ (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i\omega}{2}} \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3\pi}{4}|\omega| - 1\right)\right) \rightarrow \left(\frac{4\pi}{3} \leq |w| \leq \frac{8\pi}{3}\right) \\ 0 \rightarrow |w| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right] \end{cases} \quad [10.5]$$

La función de Meyer es simétrica, permite la representación de CWT y DWT pero sin la FWT (Transformada Wavelet Rápida). Además es indefinidamente derivable, y cumple las condiciones de ortogonalidad y biortogonalidad.

No admite soporte compacto, pero ψ tiende a cero cuando t tiende a infinito

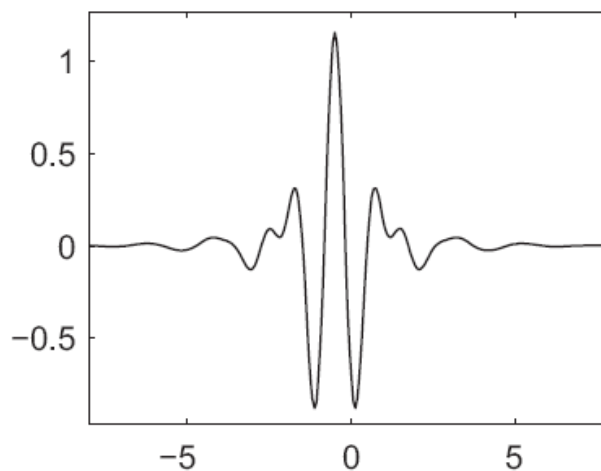


Figura 10.16.- Representación de la Wavelet Meyer

10.6.6 Familia de las Symlets

Esta familia de wavelets es de características muy similares a las Daubechies, especialmente las de orden bajo que son prácticamente idénticas.

Son funciones asimétricas la mayoría, pero se aproximan mucho a la simetría.



Todas cumplen las condiciones de ortogonalidad y biortogonalidad, y permiten realizar las transformadas continua y discreta (CWT y DWT). La anchura de la ventana es igual a $(2N-1)$, donde el número N que acompaña a la Symlet indica el número de desvanecimientos que presenta al igual que la Daubechies.

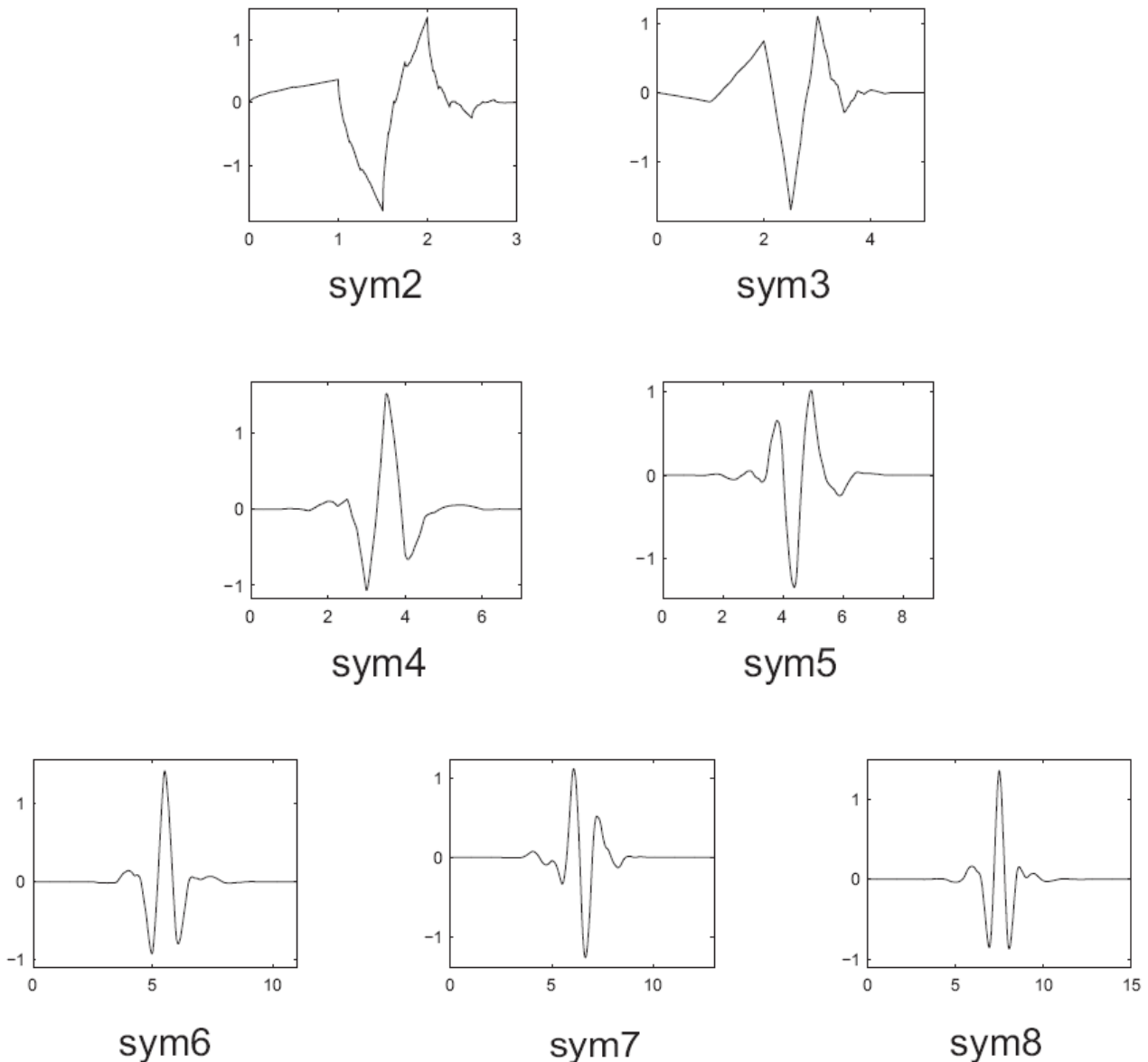


Figura 10.17.- Representación de la Wavelets Symlets

10.6.7 Familia de las Coiflets

Las wavelets Coiflets fueron construidas por I. Daubechies a petición de R. Coifman.

La anchura de estas funciones es de $(6N-1)$ y son mucho más simétricas que las Daubechies



Son las Wavelets con mayor número de desvanecimientos, ya que para cada orden se posee $2N$ momentos de desvanecimientos. Son ortogonales y biortogonales, se pueden utilizar para la representación con CWT y DWT, y poseen todas ellas unas características muy similares entre sí, es decir según se va aumentando el orden éstas apenas varían

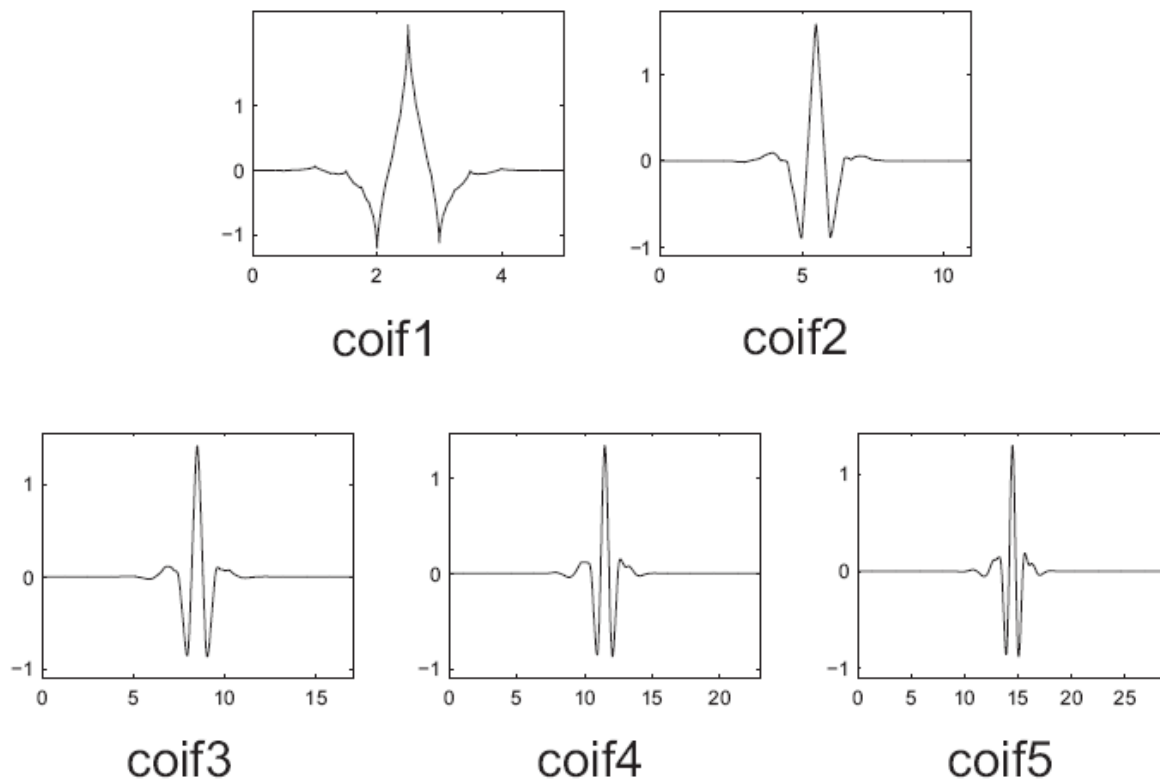


Figura 10.18.- Representación de la Wavelets Coiflets

10.6.8 Familia de las Biortogonales

Todas esta Wavelets son simétricas, y como su nombre indica son biortogonales pero no son ortogonales. Poseen una característica que las diferencia del resto, y es la propiedad de fase inicial, que es necesaria para la reconstrucción de señales e imágenes.

Cada biortogonal posee dos representaciones, una para la descomposición de la señal y otra para la reconstrucción. De esta forma las propiedades útiles para el análisis se pueden concentrar en una parte (por ejemplo detectar oscilaciones) mientras que las propiedades interesantes para la síntesis se concentran en la otra (por ejemplo, la regularidad).

Las Biortogonales están definidas por dos coeficientes separados por un punto. Admite representaciones con DWT y CWT.



Figura 10.19.- Representación de las principales Wavelets Biortogonales de índice 1

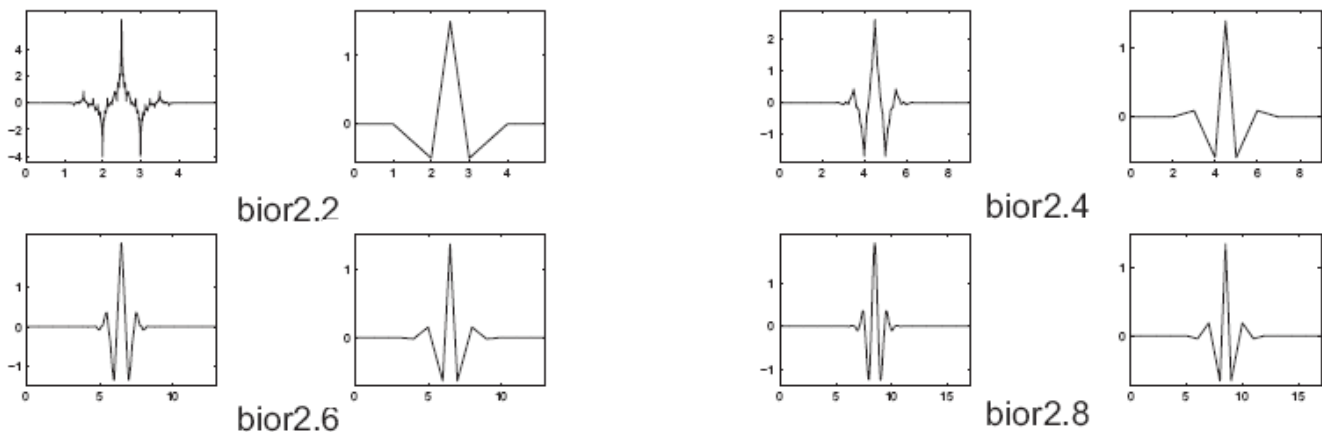


Figura 10.20.- Representación de las principales Wavelets Biortogonales de índice 2

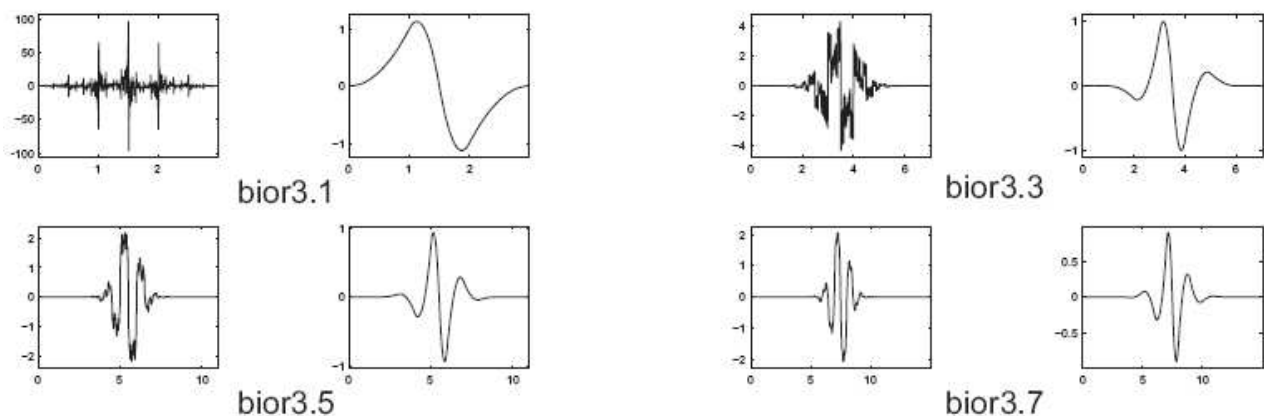


Figura 10.21.- Representación de las principales Wavelets Biortogonales de índice 3

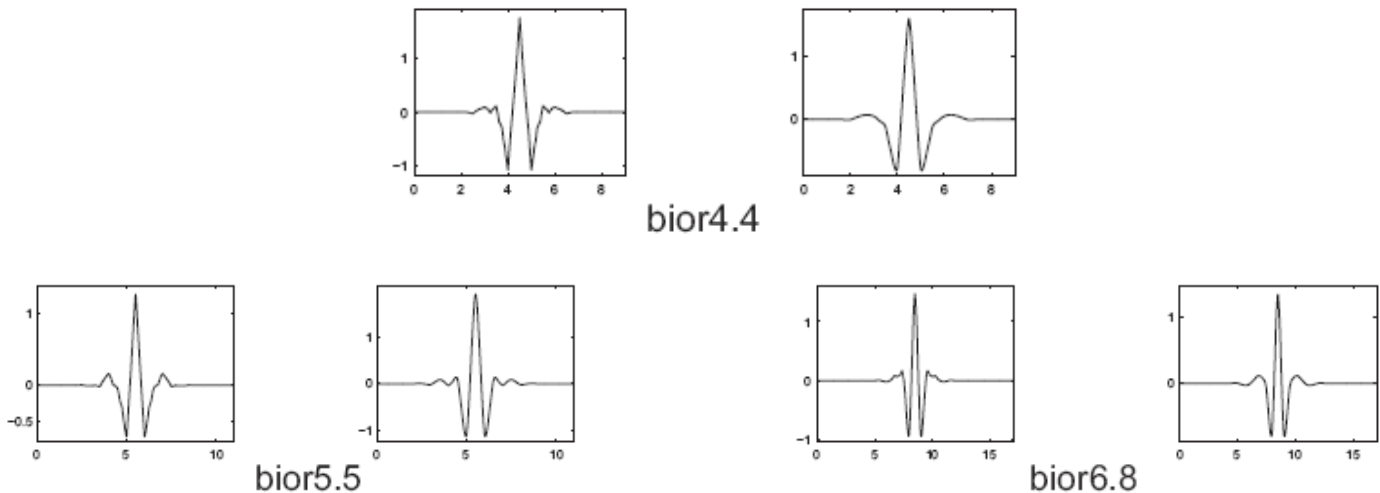


Figura 10.22.- Representación de las principales Wavelets Biortogonales de índice 4, 5 y 6

10.7 PROCESO DE CÁLCULO DE LA CWT

La transformación continua de Wavelet (CWT) es la suma de la señal a lo largo de todo el tiempo, multiplicada por versiones Wavelet (versiones estiradas/comprimidas y adelantadas/retardadas). Este proceso produce coeficientes Wavelet, que son función de la escala y la posición. Los principales pasos incluidos en la generación de una CWT son:

1. Coger un Wavelet y compararlo con una sección de la señal al comienzo de la misma.
2. Calcular un número, C , que represente el grado de correlación del Wavelet con esta sección de la señal. Mientras más alto sea C , más similitud existe. Es importante tener en cuenta que los resultados dependerán de la forma del Wavelet elegido; ver [Figura 10.23]

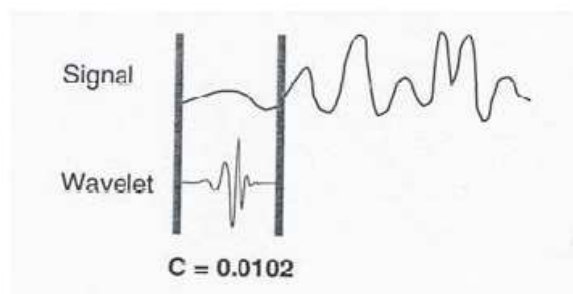


Figura 10.23.- Cálculo del coeficiente C

3. Desplazar el Wavelet hacia la derecha y repetir los pasos 1 y 2 hasta que se haya cubierto toda la señal; ver [Figura 10.24]

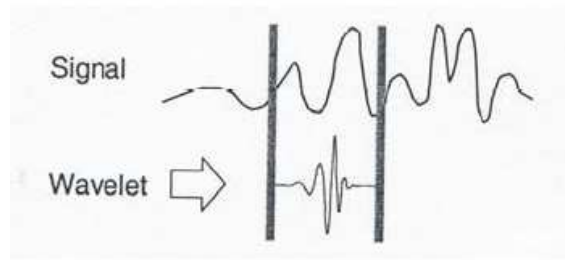


Figura 10.24.- Desplazamiento del Wavelet

4. Estirar el Wavelet y repetir los pasos 1-3, ver [Figura 10.25]

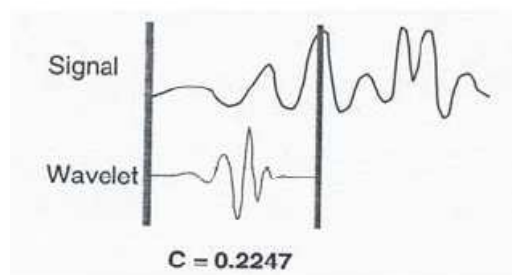


Figura 10.25

5. Repetir los pasos 1-4 para todas las escalas.

Cuando se han realizado estos pasos, se obtienen los coeficientes producidos en diferentes escalas mediante diferentes secciones de la señal. Los coeficientes constituyen los resultados de una regresión de la señal original realizada con los Wavelets. Mientras más estirado sea el Wavelet, más larga es la porción de la señal con la cual está siendo comparada y, por lo tanto, más gruesas son las características de la señal que está siendo medida por los coeficientes Wavelet. Y finalmente como ya hemos mencionado anteriormente concluimos con la correspondencia entre las escalas y frecuencias de los Wavelets:

- a) Baja escala → Wavelet comprimido → cambios rápidos en detalle → alta frecuencia
- b) Alta escala → Wavelet estirado → cambios lentos, características gruesas → baja frecuencia

No solamente la dimensión tiempo-escala es una manera diferente de observar los datos, sino que es una manera muy útil de observar señales que proceden de un gran número de fenómenos naturales.



10.8 EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA CWT

Vamos a explicar a continuación con más detalle la ecuación que define la CWT (ecuación [10.13])

$$f(t) = \frac{1}{K^2} \iint CWT(a, b) \frac{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}{a^2} da \cdot db \quad [10.13]$$

Donde la $f(t)$ es la señal que debemos analizar.

Lo primero que debemos realizar es elegir la Wavelet madre entre el grupo de funciones que se utilizarán para este propósito (Haar, Morlet, Symlet,...)

Una vez elegido la Wavelet madre, el proceso de cálculo comienza con la escala $a=1$, y la transformada Wavelet continua se evalúa para todos los valores de a , menores y mayores que 1. Por razones de conveniencia, el proceso comienza en $a=1$ y continúa con valores crecientes de a , se parte del análisis de altas frecuencias y continúa hasta bajas frecuencias.

La Wavelet se localiza al comienzo de la señal en el punto que corresponde a tiempo igual a 0. La función Wavelet con escala $a=1$ se multiplica por la señal y se integra en todo el tiempo. El resultado de esta integración se multiplica luego por un valor constante de $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$, el fin de esta multiplicación es que la señal transformada tenga la misma energía en cada escala.

El resultado final de este proceso es el valor de la transformación, es decir, el valor de la transformada Wavelet continua en el instante $t=0$ y para escalas $a=1$. En otras palabras es el valor que corresponde para $b=0$ y $a=1$ en el plano tiempo escala.

El procedimiento anterior se repite hasta que la Wavelet alcanza el final de la señal, por lo tanto en esta etapa se habrá completado una fila de puntos en el plano tiempo-escala correspondiente a la escala $a=1$

A continuación, se incrementa el valor de la escala a , como se está evaluando una transformada continua tanto en traslación b como en escala a deben incrementarse continuamente.

El proceso descrito anteriormente se repite para cada valor de a , con lo que se obtienen para cada escala dada las correspondientes filas en el plano escala tiempo. Cuando el proceso se completa para todos los valores deseados de a la CTW de la señal ha sido obtenida.



A continuación se mostrará como ejemplo la representación de la CWT con la ayuda del Matlab de la misma señal no estacionaria que representamos su STFT anteriormente, dicha señal es:

$$x(t) = \begin{cases} \cos(2\pi 150t) \rightarrow 0 \leq t < 300ms \\ \cos(2\pi 75t) \rightarrow 300 \leq t < 600ms \\ \cos(2\pi 25t) \rightarrow 600 \leq t < 800ms \\ \cos(2\pi 10t) \rightarrow 800 \leq t \leq 1000ms \end{cases} \quad [10.14]$$

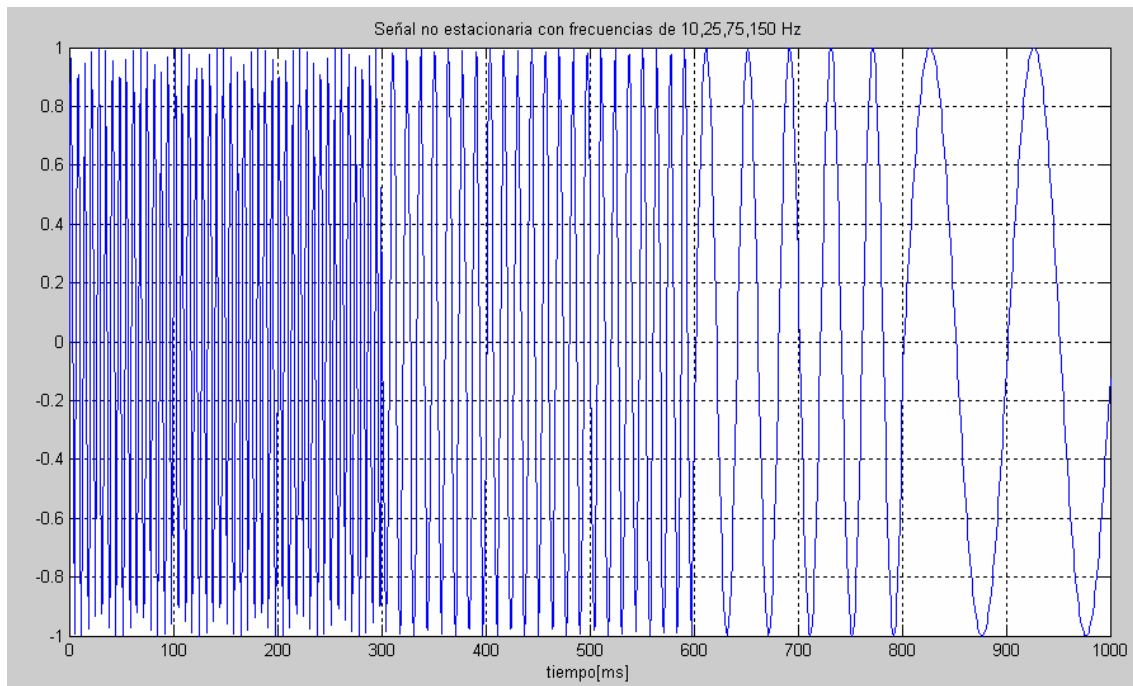


Figura 10.26.- Señal no estacionaria con frecuencias de 10, 25, 75 y 150 Hz

En la [Figura 10.27] se muestra el resultado de la CTW de esta señal. Se puede observar que los ejes están escalados y trasladados, y no aparece el tiempo ni la frecuencia, pero la traslación está estrechamente ligada al tiempo, ya que esto indica donde está localizada la Wavelet madre.

Como se dijo anteriormente la traslación b de la Wavelet madre puede considerarse como el tiempo que transcurre desde $t=0$, y la escala a se interpreta como el inverso de la frecuencia, es decir, todas las propiedades de la transformada Wavelet respecto a la resolución en frecuencia aparecerán de manera inversa en las figuras que muestran la transformada Wavelet de una señal en el dominio del tiempo.

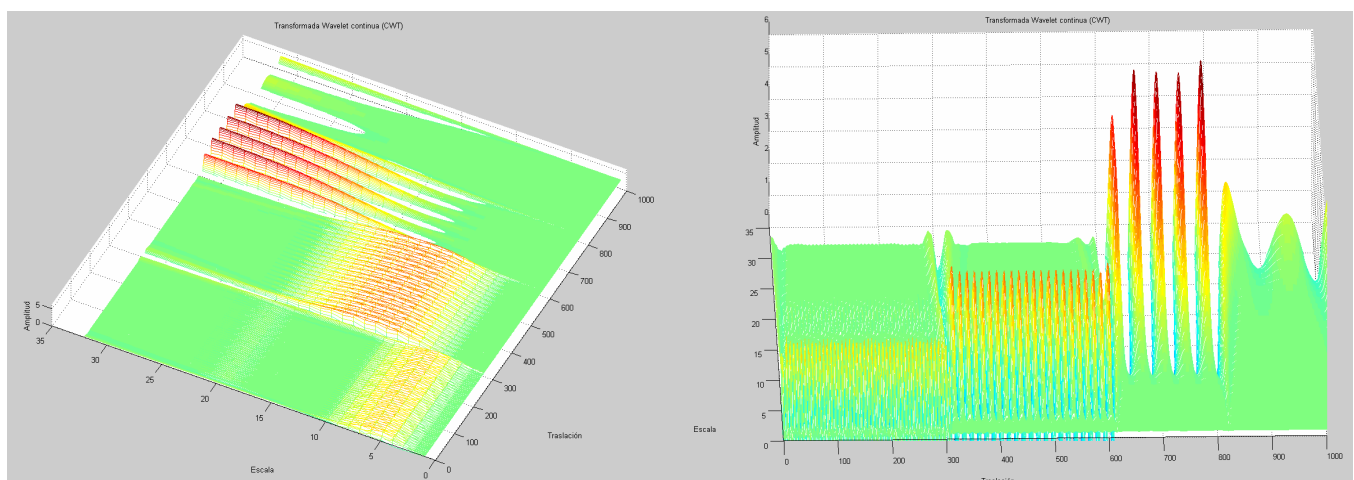
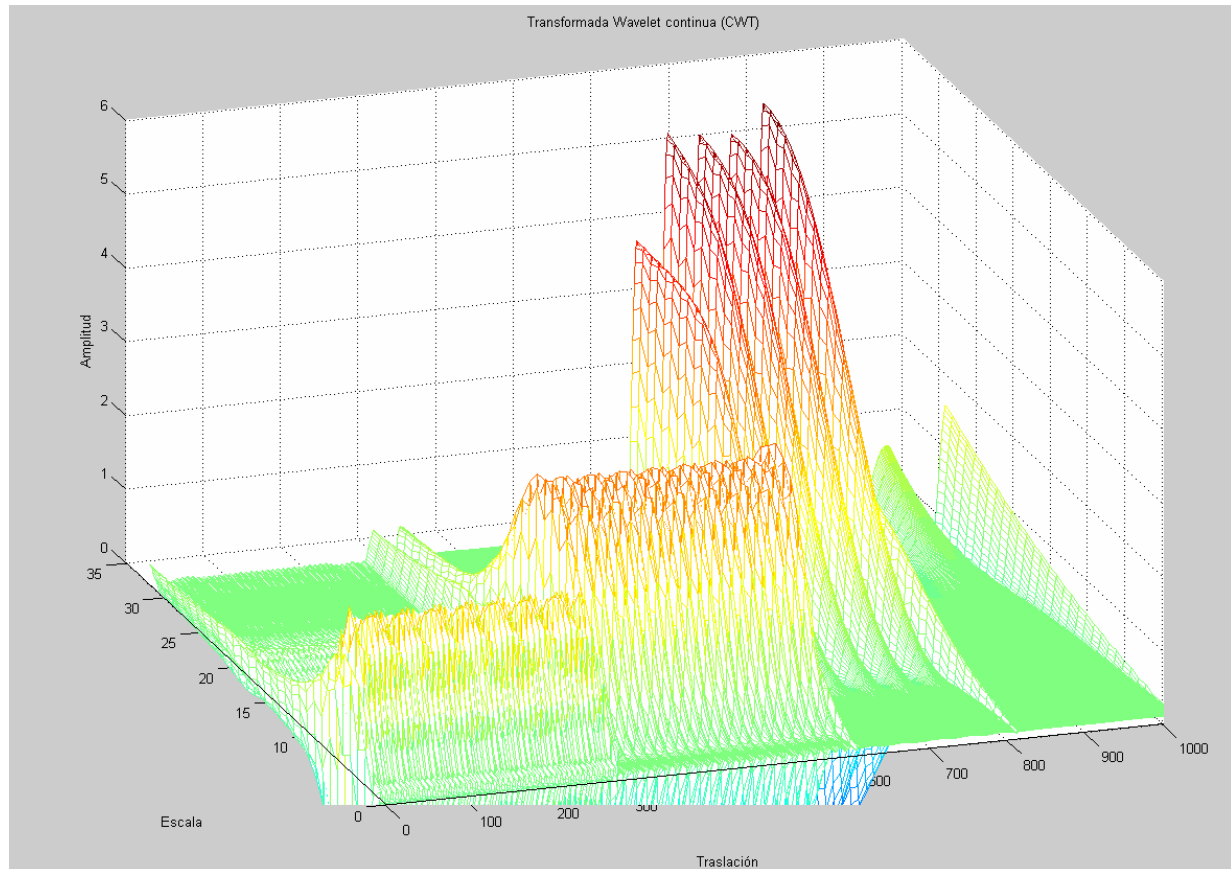


Figura 10.27.- Transformada Wavelet continua (CWT) de la señal de la figura 10.26

Podemos observar que las escalas menores corresponden a frecuencias mayores, la frecuencia disminuye a medida que la escala aumenta, por lo tanto debemos interpretar el gráfico como; las partes de escala cercanas a cero corresponden a altas frecuencias y las de escalas mayores a bajas frecuencias.

En este gráfico podemos observar las propiedades de la resolución que presenta las Transformada Wavelet, mientras que la STFT tiene una resolución constante para cualquier tiempo en frecuencia; la CWT para las altas frecuencias tiene una buena

resolución en el tiempo y una baja resolución en frecuencia, y ocurre lo contrario para baja frecuencias.

En la [Figura 10.28], las escalas inferiores (altas frecuencias) tienen mejor resolución de escala, lo que corresponde a bajas resoluciones de frecuencias. De la misma forma, las altas escalas tienen una resolución de frecuencia escalada, lo que contribuye a mejorar la resolución en frecuencia de las componentes de frecuencia más bajas

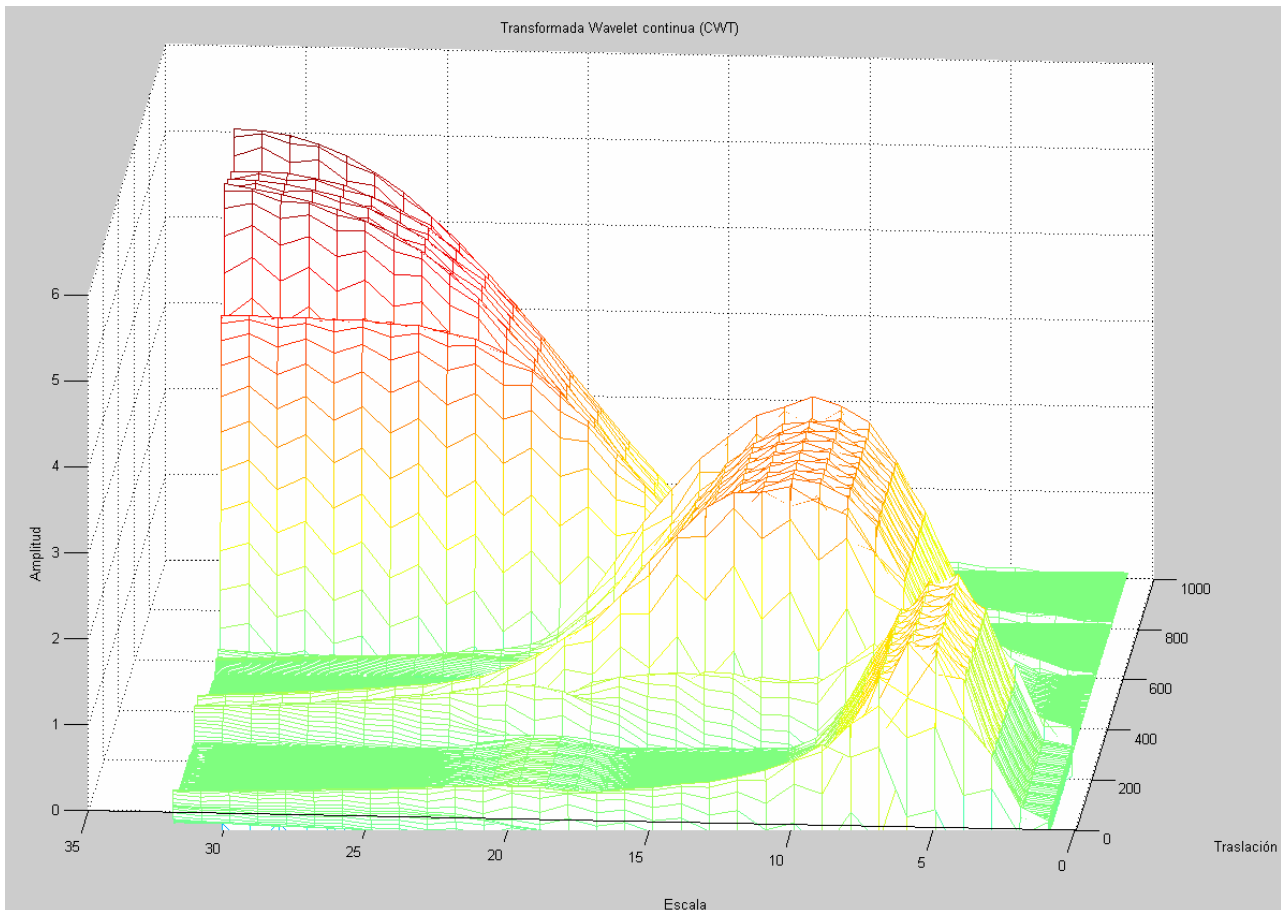


Figura 10.28.- Transformada Wavelet continua (CWT) de la señal de la figura 10.23 (otra visualización)

El cálculo de la CWT constituye un proceso numérico bastante complejo, y resulta evidente que no puede realizarse fácilmente de manera práctica, debido a que implica la resolución de ecuaciones analíticas complejas. Para evitar este cálculo, se estableció una técnica distinta, más interesante a nivel práctico, denominada Transformada Discreta Wavelet (DWT).



10.9 LA TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT)

La DWT se basa en la discretización de los parámetros de escala y de tiempo de la CWT, lo que facilita la implementación práctica del Análisis Wavelet, al mejorar considerablemente el tiempo de procesamiento de datos, sin descuidar la calidad de la información que proporciona.

La función Wavelet Continua $\psi_{a,b}(t)$ de la ecuación [10.1], se transforma en la función Wavelet Discreta $\psi_{j,k}(n)$, como muestra la ecuación [10.15]:

$$\psi_{j,k}(n) = a^{-\frac{j}{2}} \cdot \psi(a^{-j}n - kb) \quad [10.15]$$

Los parámetros a y b se definen generalmente según la escala diádica, tal como indica la ecuación [10.16], donde j representa el nivel de descomposición y k es el factor de traslación.

$$a = 2^j; b = k2^j \quad a > 0; b > 1 \quad (j, k) \in \mathbb{Z}^2 \quad [10.16]$$

De esta manera, sea la señal a analizar $f(n)$ una función discreta, la Transformada Wavelet Discreta de esta señal viene dada por la ecuación [10.17]:

$$DWT(j, k) = a^{-\frac{1}{2}} \int f(n) \psi(a^{-j}n - kb) dn \quad [10.17]$$

Para reconstruir la señal $f(n)$ a partir de los coeficientes de la señal transformada DWT, debe existir la condición de estabilidad planteada por la ecuación [10.18]

$$A \|f(n)\|^2 \leq \frac{2}{A+B} \sum_j \sum_k |DWT|^2 \leq B \|f(n)\|^2 \quad [10.18]$$

$$A > 0; B < \infty$$

Entonces, la fórmula de reconstrucción está dada por la [10.19]:



$$f(n) \frac{2}{A+B} \sum_j \sum_k DWT \psi_{j,k}(n) \quad [10.19]$$

Cuanto más cercanos sean los valores de A y B , la reconstrucción de la señal es más precisa. En el caso de $A=B=1$, entonces la familia de Wavelets es ortonormal. Estas Wavelets pueden ser construidas mediante un análisis multirresolución

Para el cálculo de los coeficientes Wavelet en la transformada continua de Fourier, en cada posible escala, se origina una gran cantidad de trabajo, y genera una gran cantidad de datos. ¿Qué ocurre si elegimos solamente un subconjunto de escalas y posiciones con las cuales realizar los cálculos?

Entonces, si escogemos escalas y posiciones basados en poderes de dos (las denominadas escalas y posiciones diádicas) los análisis serán mucho más eficientes y detallados. Obtenemos tal análisis desde la transformación discreta de Wavelet (Discrete Wavelet Transform (DWT)). Esta filtración de algoritmos aporta una transformación rápida de Wavelet (una función donde se introduce una señal y por donde se obtienen rápidamente coeficientes Wavelet). Por lo tanto, la DWT se utiliza para analizar y descomponer señales.

10.9.1 Filtración: aproximaciones y detalles.

Para muchas señales, el contenido de baja frecuencia es la parte más importante: es lo que aporta identidad a la señal. El contenido de alta frecuencia, por otro lado, tiene un carácter secundario. Consideremos como ejemplo la voz humana: si eliminamos los componentes de alta frecuencia, la voz suena diferente, pero podemos entender todavía qué se está diciendo. No obstante, si eliminamos suficientes componentes de baja frecuencia, comenzamos a no entender el habla.

Es por esta razón que, en análisis Wavelet, se habla a menudo de aproximaciones (A) y detalles (D). Las aproximaciones son las componentes de gran escala y baja frecuencia de la señal. Los detalles son las componentes de pequeña escala y alta frecuencia. El proceso de filtración, en su nivel más básico, es:

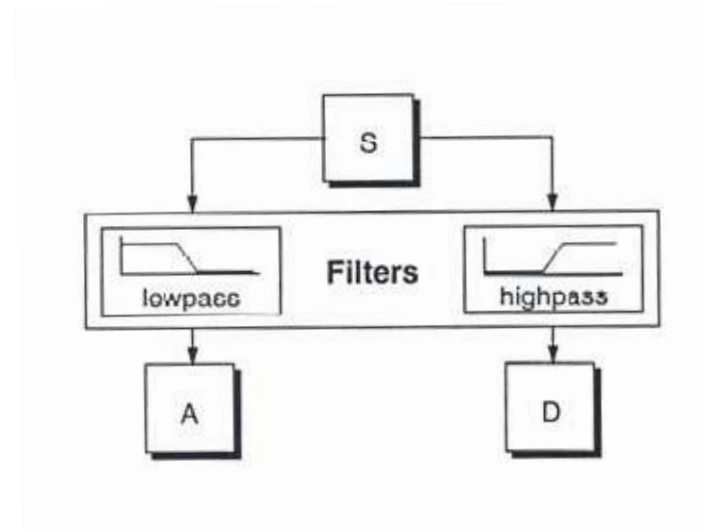


Figura 10.29.-Proceso de filtración

La señal original (s) pasa a través de dos filtros complementarios y sale como dos señales (*aproximación + detalle*). Los coeficientes de la señal detalle consisten principalmente en el ruido de alta frecuencia, mientras que los coeficientes de la señal aproximación contienen mucho menos ruido del que contenían en la señal original [Figura 10.30].

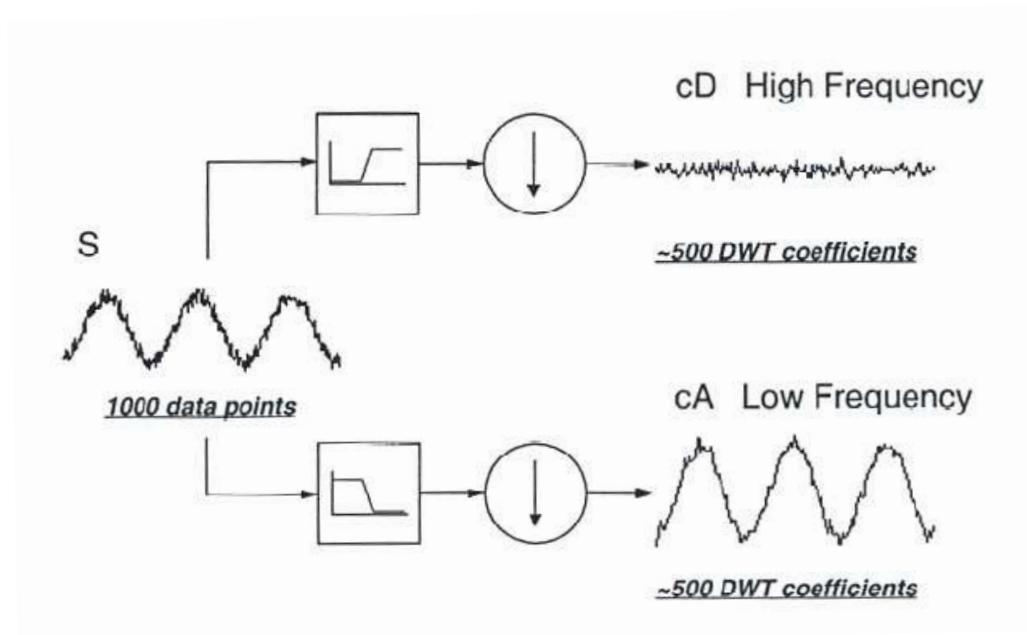


Figura 10.30.- Diagrama esquemático de la descomposición de la señal original (S) en una señal de alta frecuencia (Detalle) y una señal de baja frecuencia (Aproximación).

10.9.2 Descomposición en múltiples niveles.

El proceso de descomposición puede ser iterativo, con aproximaciones descompuestas sucesivamente en diferentes niveles, de forma que es posible caracterizar una señal mediante el análisis de sus componentes de menor resolución. Esto es denominado el árbol de descomposición Wavelet [Figura 10.31]. La observación de una descomposición de señales aporta, de esta manera, una información muy valiosa.

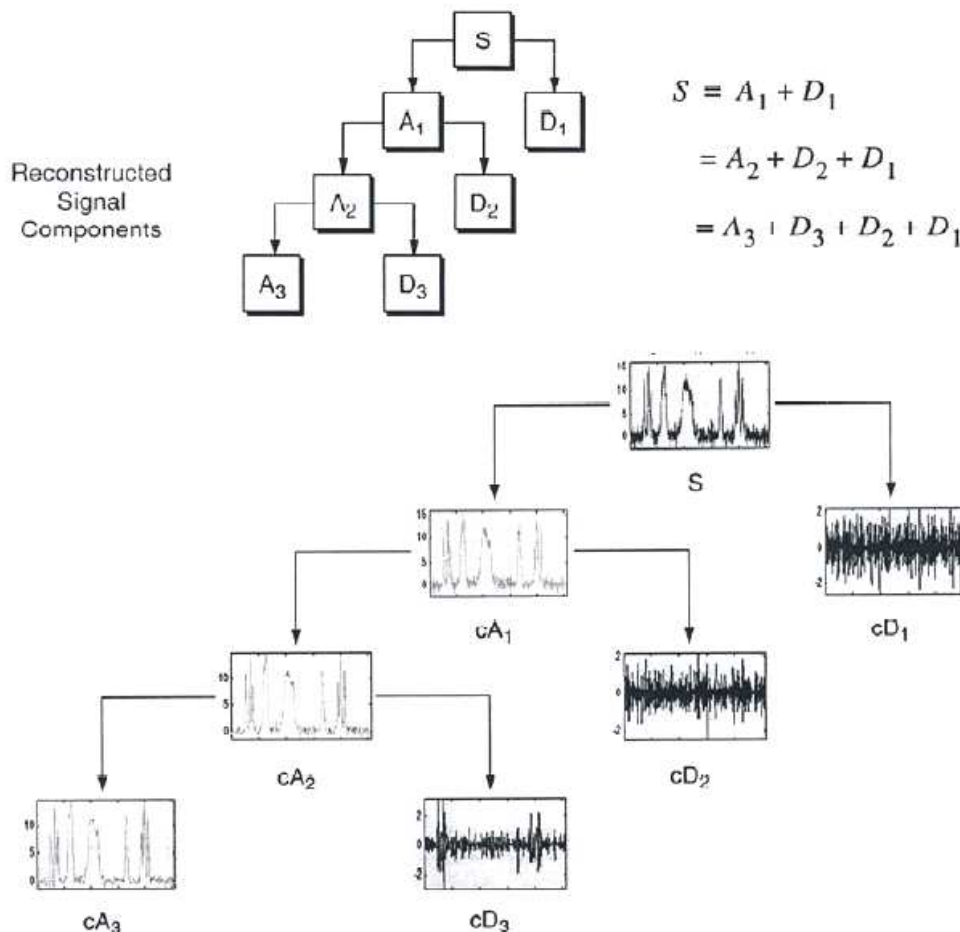


Figura 10.31.- Modo de descomposición de la señal (S), en que opera el análisis Wavelet. De cada descomposición se obtiene una Aproximación (A) y un Detalle (D)

Uno de las principales aplicaciones del la Transformada Wavelet es el diagnóstico de defectos en máquinas rotativas, a partir de señales discretas, las cuales pueden ser analizadas a través de la DWT. Como ya hemos dicho una de las últimas variantes de la DWT, es el Análisis Multirresolución (MRA), que utiliza filtros digitales recursivos para optimizar el proceso de cálculo, generando información por bandas de frecuencia, a continuación vamos a describir en qué consiste dicho análisis.

10.10 ANÁLISIS MULTIRRESOLUCIÓN

La transición de la DWT primitiva al MRA, comienza a finales de la década de los ochenta, cuando el Ingeniero francés Stephane Mallat dio un nuevo impulso a las Wavelets con su trabajo acerca de procesamiento digital de señales, en el cual descubrió algunas relaciones entre Filtros Espejo en Cuadratura (QMF), algoritmos piramidales, y bases ortonormales de funciones Wavelet. Enseguida, Daubechies utilizó el trabajo de Mallat para construir un grupo de funciones base ortonormales, diferenciables y con soporte compacto. Es a partir de entonces, cuando las Wavelets se han popularizado en el campo de la Ingeniería, siendo ampliamente utilizadas por científicos e Ingenieros de diversas especialidades

El MRA procesa una señal discreta $X[n]$, a diferentes bandas de frecuencia y con diferentes resoluciones, al descomponer la señal en una información de aproximación y otra de detalle con filtros recursivos (Descomposición Wavelet). Este proceso se ilustra en la [Figura 10.32]

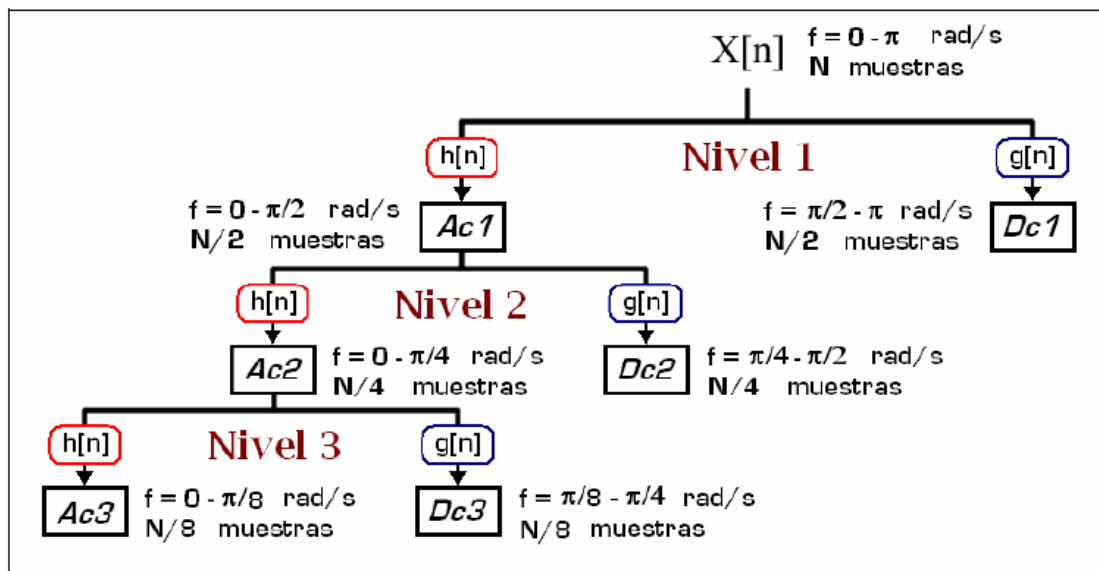


Figura 10.32.- Esquema del MRA que genera la Descomposición Wavelet

El primer paso de la Descomposición Wavelet de una señal discreta $X[n]$ con un ancho de banda de $(0-\pi)$ rad/s y N número de muestras, consiste en la aplicación de dos filtros de media banda, el primero de paso alto con respuesta de impulso $g[n]$, y el segundo de paso bajo con respuesta de impulso $h[n]$. Tras del proceso de filtrado, se obtiene el mismo número de muestras de $X[n]$ en las dos señales resultantes, aunque con la mitad de banda de frecuencia. Aplicando la regla de Nyquist, se justifica eliminar la mitad de las muestras sin pérdida de información relevante, tomando una de cada dos muestras consecutivas. Este procedimiento constituye el primer nivel de descomposición (*nivel 1*), y se puede expresar matemáticamente para todas las descomposiciones, en las ecuaciones [10.20] y [10.21] que se muestran a continuación:

$$Dc[k] = y_{alto}[k] = \sum_n X[n] g[2k - n] \quad [10.20]$$

$$Ac[k] = y_{bajo}[k] = \sum_n X[n] h[2k - n] \quad [10.21]$$

Donde y_{alto} ó D_c representa la salida del filtro de paso alto (g), que son los denominados coeficientes de detalle, e y_{bajo} ó A_c representa la salida del filtro de paso bajo (h), denominada coeficientes de aproximación. El término k representa el nivel de descomposición y $2k$ determina el submuestreo por un factor de dos. Ambas salidas conforman los Coeficientes de la Descomposición Wavelet, para el nivel de análisis correspondiente

Para alcanzar niveles superiores de descomposición, se repite el procedimiento de filtrado y submuestreo para la señal de salida del filtro de paso bajo (el nivel de aproximación). En general, como muestra la **[Figura 10.32]**, para cada nivel superior, corresponde la mitad del número de muestras anterior. Todo este proceso puede hacerse reversible mediante la siguiente síntesis, representada en la ecuación **[10.22]**

$$X[n] = \sum_{k=1}^{\infty} Dc[k] g(2k - n) + Ac[k] h(2k - n) \quad [10.22]$$

La ecuación **[10.22]** implica la suma de los coeficientes de detalle de la descomposición (a todos los niveles), multiplicados por el filtro de paso alto $g[n]$, y los coeficientes de aproximación del último nivel de descomposición multiplicados por el filtro de paso bajo $h[n]$.

Como ya es sabido, el análisis y síntesis de la Descomposición Wavelet se realiza por medio de filtros. Este proceso, puede representarse a través del diagrama mostrado en la **[Figura 10.33]**.

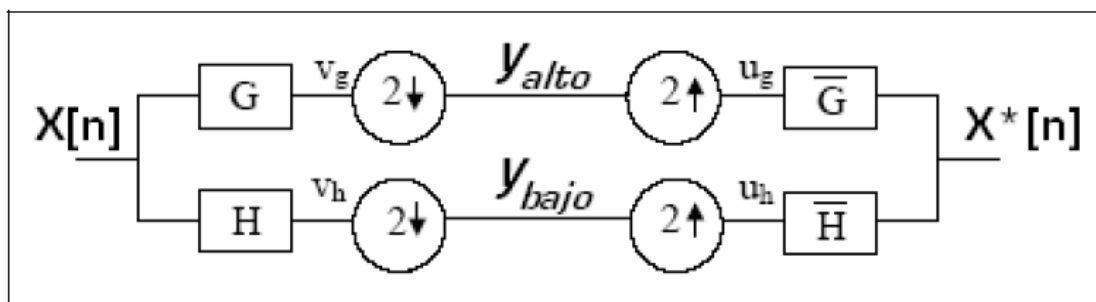


Figura 10.33.- Banco de filtros de dos canales

Siendo $X[n]$ la señal original, V_g y V_h son las salidas de los filtros de media banda sin submuestrear, es decir, con el mismo número de muestras que el nivel anterior de descomposición. Para el proceso de síntesis, U_g y U_h representan los coeficientes Wavelet sobremuestreados, que producen la señal reconstruida $X^*[n]$.

10.11 APLICACIONES DE LA TRANSFORMADA WAVELET

Una de las aplicaciones más significativas de la Transformada Wavelet es el análisis de señales tiempo-frecuencia, y como conclusión podemos decir que una de las características de la WT es que, para altas frecuencias, la Wavelet alcanza alta resolución en el tiempo y baja resolución en frecuencia, mientras que a bajas frecuencias, la Wavelet alcanza alta resolución en el dominio de la frecuencia y baja resolución en el dominio del tiempo, habilidad que la diferencia del análisis de la STFT descrito en capítulos anteriores.

Esta habilidad de la WT para adaptarse al espacio tiempo-frecuencia, le permite realizar una función importante en el campo de diagnóstico de defectos. La interpretación física del módulo de la WT es sencilla, los coeficientes muestran como varía la energía de una señal con respecto al tiempo y la frecuencia. Para las aplicaciones de ingeniería, el cuadrado del módulo de la Transformada Continua Wavelet (CWT), se denomina escalograma (SG), que se define como muestra la ecuación [10.23], y que se usa frecuentemente para el diagnóstico de defectos.

$$SG(a,b;\psi) = |CWT(a,b;\psi)|^2 \quad [10.23]$$

La WT se distingue por tener diversidad en sus aplicaciones, y una por la que resulta interesante describir este análisis es la Detección de Singularidades que persigue identificar picos y discontinuidades de las señales en estudio.

La Transformada Wavelet Continua y la Discreta representan atractivas propuestas para el procesamiento de señales, en particular las de emisiones acústicas, considerando la problemática tiempo-frecuencia que ellas presentan, y que oportunamente hemos expuesto, y las capacidades de la Wavelets.

La Transformada Continua posibilita el mapeo gráfico de la información de la señal, donde pueden visualizarse las estructuras, patrones y fenómenos en el dominio tiempo - frecuencia. Esta aplicación es invariante por traslaciones o modulaciones. Sin embargo, ella requiere un considerable esfuerzo computacional y no nos provee, eficientemente, información numérica útil para realizar un profundo análisis.

La Transformada Discreta, en cambio nos permite desplegar toda la información en átomos, esto es, los coeficientes en Wavelets, sin redundancia. Para obtenerlos contamos con un eficiente algoritmo recursivo.



Pero la clave del procesamiento está en la clasificación, análisis y reagrupamiento de los coeficientes. No podemos dar un criterio general para esta tarea, ya que depende del problema planteado y de las características de la señal.

Existen algunos resultados matemáticos, por ejemplo, que relacionan la textura y regularidad de la señal con la distribución de la energía en las octavas.

Existen también técnicas para seleccionar los coeficientes significativos para la síntesis, descartando la información no relevante.

Es posible refinar la precisión en frecuencia y detectar patrones oscilantes locales, agrupando los coeficientes en apropiados paquetes.

Pueden detectarse, sencillamente, bruscos cambios de energía en la señal por medio los de valores, relativamente altos de la magnitud de los coeficientes.

Y así podríamos continuar. En suma, la Transformada Wavelet nos proporciona las herramientas apropiadas para diseñar estrategias analíticas para caracterizar los parámetros característicos de las señales de Emisión Acústica y resolver los distintos problemas de interés. La propuesta y el desafío quedan planteados para el ingeniero o el científico aplicado



PARTE 2

ESTUDIOS **PRACTICOS DEL** **PROYECTO**





SECCIÓN 1

ANÁLISIS Y ESTUDIO DE SEÑALES FUNDAMENTALES UTILIZANDO STFT Y WAVELETS

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN DEL ESTUDIO
FUNDAMENTAL

CAPITULO 2 ANALISIS 1: SEÑAL SENOIDAL DE 100
HZ.

CAPITULO 3 ANALISIS 2: SEÑAL SENOIDAL DE
BAJA FRECUENCIA Y BAJA AMPLITUD

CAPITULO 4 ANALISIS 3: SEÑAL SENOIDAL DE
ALTA FRECUENCIA Y ALTA AMPLITUD

CAPITULO 5 ANALISIS 4: SEÑAL SENOIDAL
ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES

CAPITULO 6 ANALISIS 5: SEÑAL SENOIDAL NO
ESTACIONARIA DE AMPLITUD DIFERENTE Y
MISMA FRECUENCIA

CAPITULO 7 ANALISIS 6: SEÑAL SENOIDAL NO
ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES

CAPITULO 8 ANALISIS 7: SEÑAL SENOIDAL NO
ESTACIONARIA CON PICOS DE ALTA FRECUENCIA





CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN DEL ESTUDIO FUNDAMENTAL



1. INTRODUCCIÓN DEL ESTUDIO FUNDAMENTAL

Una vez visto toda la teoría y las características correspondientes a los dos tipos de transformadas para el análisis de señales (STFT y Wavelet), con sus ventajas e inconvenientes en cada situación; y las propiedades de cada ventana en la STFT y de las Wavelet madre en la Transformada Wavelet; vamos a pasar al estudio de señales fundamentales senoidales en el tiempo donde podremos ver con claridad la aplicación de estas dos transformadas.

Compararemos diferentes señales con diferentes frecuencias, estacionarias, no estacionarias, con grandes y pequeñas amplitudes, con picos de alta frecuencia y observaremos las diferentes representaciones que obtenemos al aplicar la transformada corta de Fourier (STFT) con sus diferentes ventanas en el Espectrograma y sacaremos conclusiones de si es adecuado utilizar o no este método de análisis y que ventana utilizar en cada caso, tanto el tipo como el ancho de la misma.

Posteriormente realizaremos los mismos análisis anteriormente descritos pero utilizando ahora la transformada Wavelet viendo que escala es más conveniente para cada tipo de señal.

Y finalmente realizaremos una comparación de los dos procesos descritos (STFT y Wavelet), y ver los resultados que se obtienen en cada uno de ellos para así poder decir cual de los dos análisis representa mejor las señales que queremos estudiar.

Como se ha dicho empezaremos con señales senoidales muy simples e iremos complicando las situaciones, para así poder sacar las conclusiones correspondientes a cada señal, para luego centrarnos en capítulos posteriores en lo que de verdad nos interesa del proyecto que es el análisis de una señal con defecto en un rodamiento.

Los análisis llevados a cabo son:

- ANALISIS 1: Señal senoidal de 100 Hz.
- ANALISIS 2: Señal senoidal de baja frecuencia y baja amplitud.
- ANALISIS 3: Señal senoidal de alta frecuencia y alta amplitud.
- ANALISIS 4: Señal senoidal estacionaria de frecuencias diferentes.

Análisis 4.1. Frecuencias muy separadas [50Hz, 550Hz y 1250Hz]

Análisis 4.2. Frecuencias muy juntas [550Hz, 600Hz y 650Hz]

- ANALISIS 5: Señal senoidal no estacionaria de amplitud diferente y misma frecuencia
- ANALISIS 6: Señal senoidal no estacionaria de frecuencias diferentes.

Análisis 6.1. Frecuencias muy separadas [100Hz, 300Hz, 1200Hz y 2000Hz]

Análisis 6.2. Frecuencias muy juntas [500Hz, 525Hz, 575Hz y 600 Hz.]

- ANALISIS 7: Señal senoidal no estacionaria con picos de alta frecuencia

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



CAPITULO 2

ANÁLISIS 1: SEÑAL SENOIDAL DE 100 HZ.



2. ANALISIS 1: SEÑAL SENOIDAL DE 100 HZ.

Vamos a realizar un estudio de una señal senoidal de amplitud 1 y de 100 Hz. en todo su espectro de la señal. La señal es la siguiente:

$$w(t) = 1\text{sen}(2\pi 100t)$$

A continuación se muestra la señal que vamos a analizar y su transformada de Fourier (FFT) [Figura 2.1].

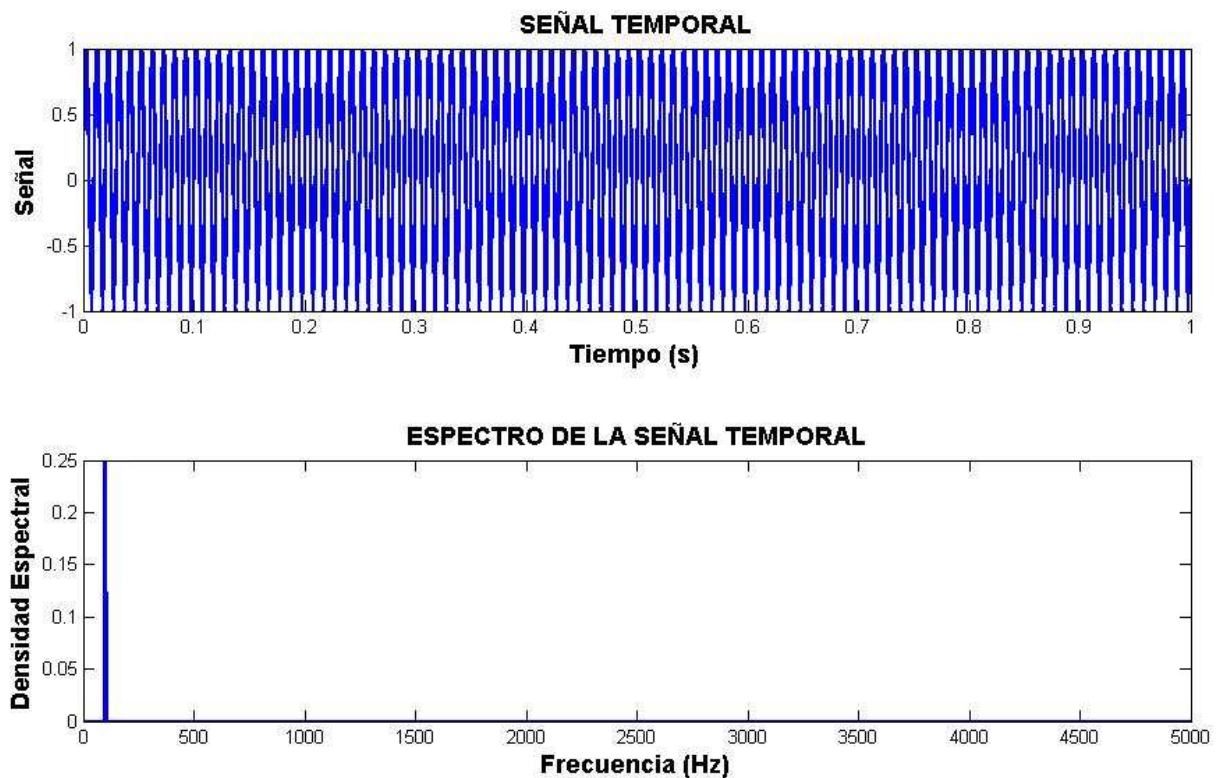


Figura 2.1.- Señal temporal y FFT de señal de 100 Hz.

A continuación compararemos diferentes espectrogramas con diferentes anchuras de ventana, hemos elegido una ventana de tipo Hamming para el estudio de la señal.

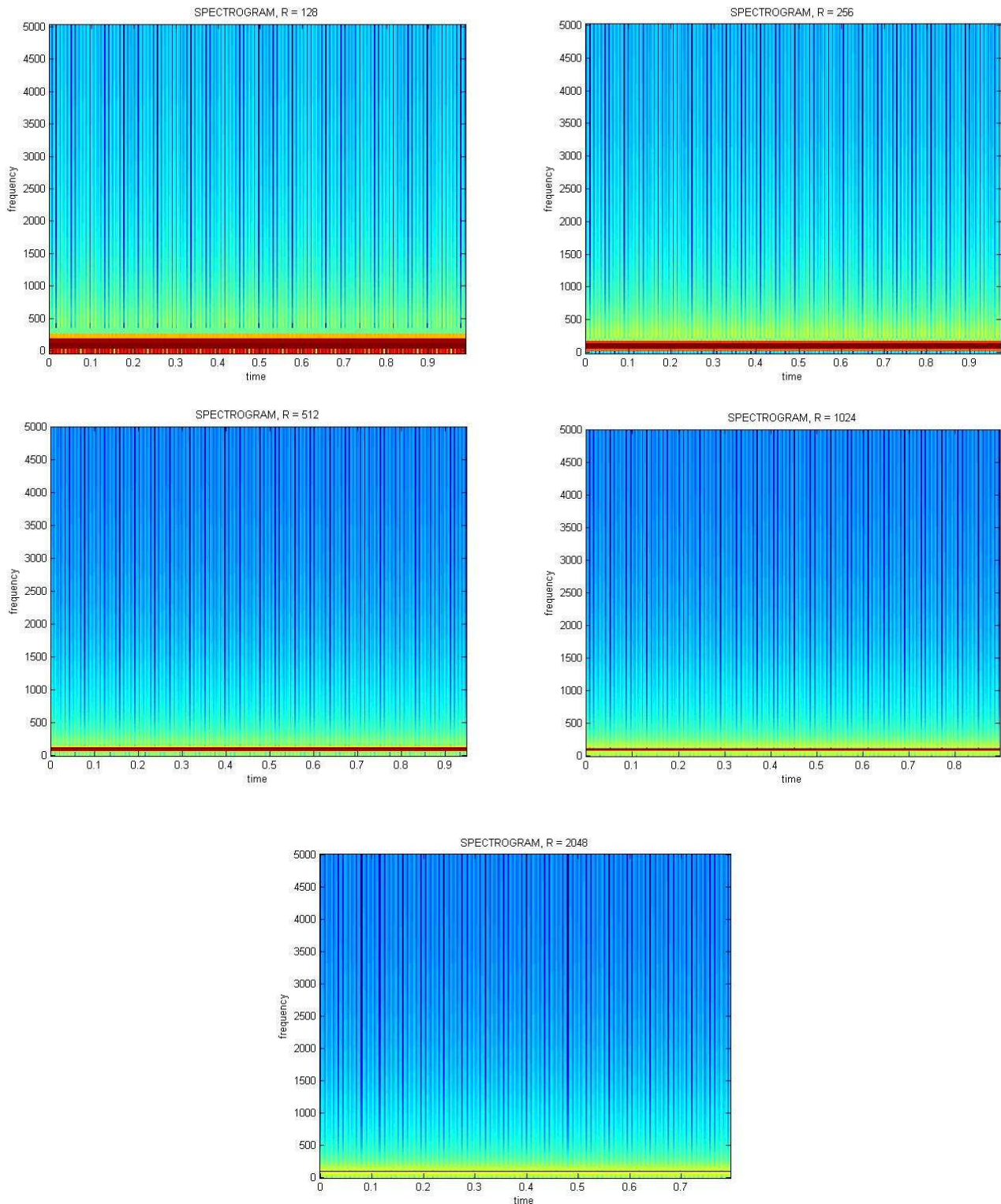


Figura 2.2.- Espectrogramas con diferentes anchuras de ventana. Señal de 100Hz

Como se puede observar en el estudio se obtiene una visualización mejor y más precisa cuando tenemos un ancho de ventana mayor es decir para un ancho de ventana de 2048 podemos observar claramente la frecuencia de la señal (100 Hz.), en cambio

para un ancho de ventana de 128 existe una franja o un rango de valores en los que se encuentra los 100 Hz.

Podemos concluir que para señales senoidales muy sencillas y estacionarias en el tiempo utilizando un ancho de ventana mayor se visualiza mejor la frecuencia de la señal, perdiendo resolución temporal, pero como la señal es estacionaria no nos preocupa.

Ahora vamos a realizar el análisis pero con la transformada Wavelet, vamos a utilizar por ejemplos dos Wavelets sencillas como son las Daubechies 1 y 2 con diferentes escalas.

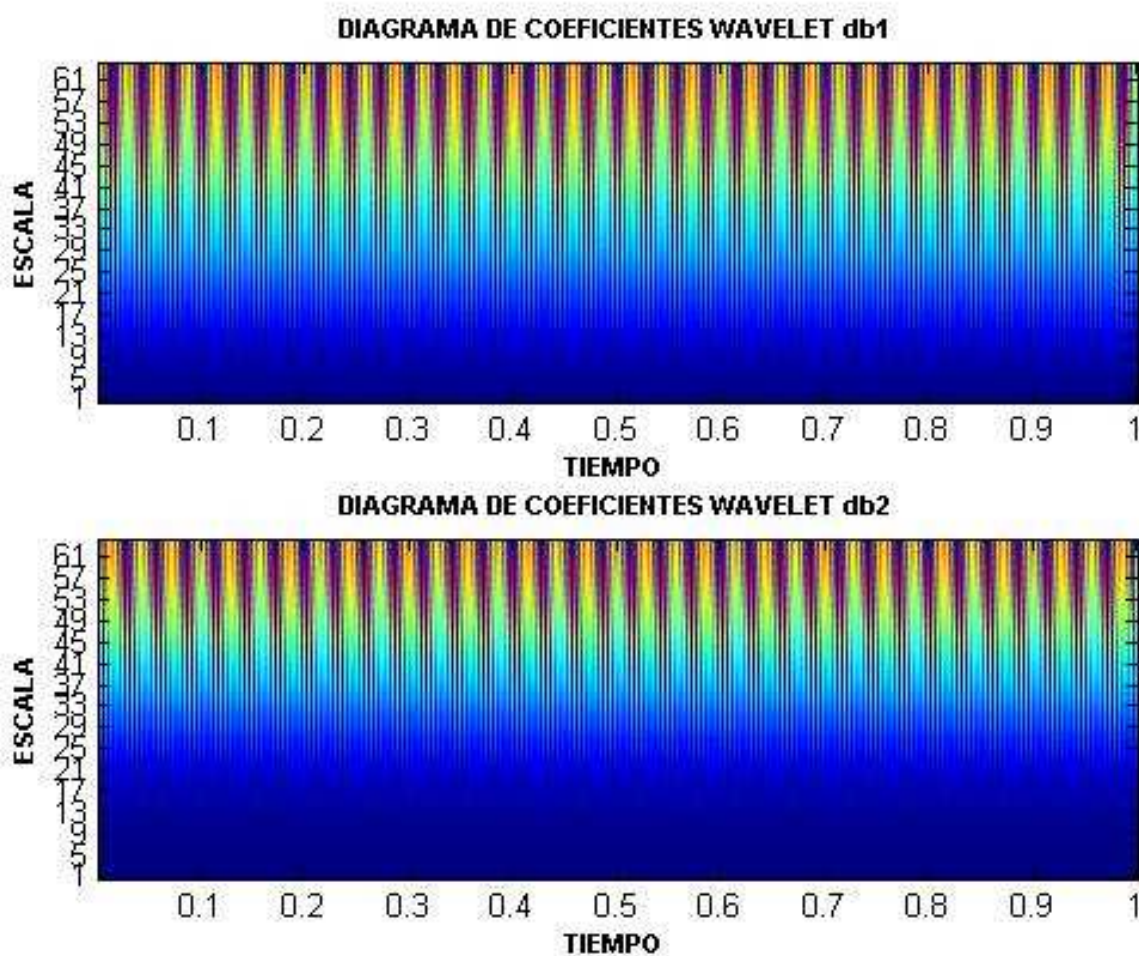


Figura 2.3.- Transformada Wavelet con escala 64 de señal de 100Hz

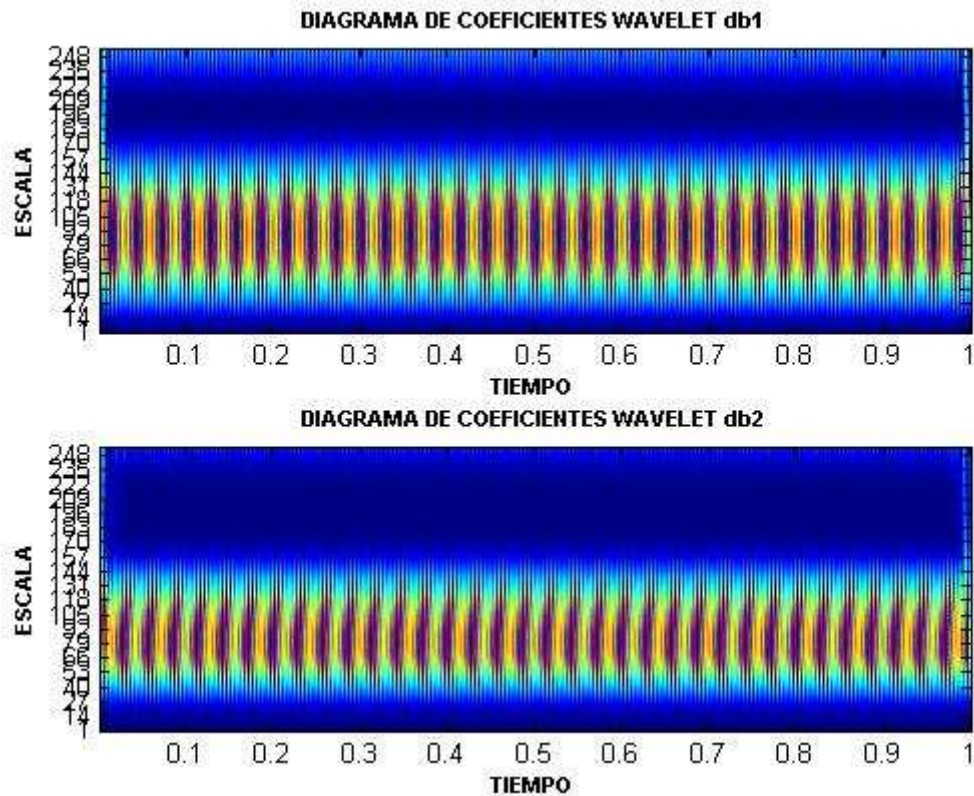


Figura 2.4.- Transformada Wavelet con escala 256 de señal de 100Hz

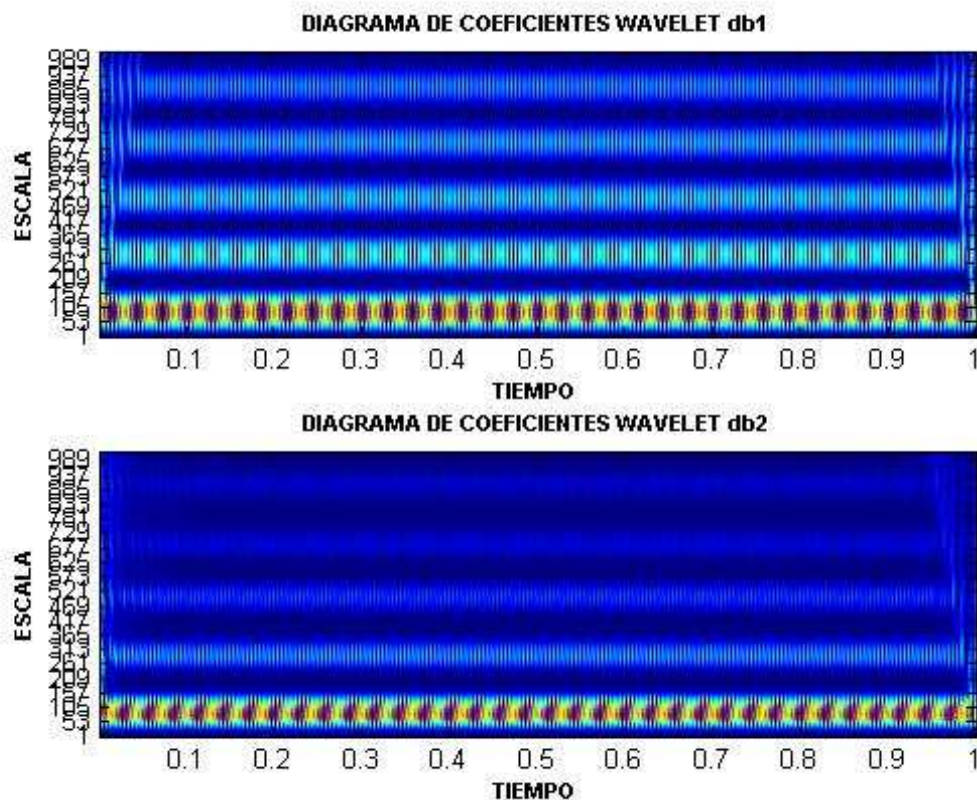


Figura 2.5.- Transformada Wavelet con escala 1024 de señal de 100Hz



Como se observa en los gráficos la mejor representación se consigue para una escala de 256, incluso con la escala de 64 se puede apreciar que las mayoría de las correlaciones se encuentran en torno a estas escalas. Par ser precisos deberíamos coger una escala intermedia a la de 256 y 64, ya que la escala 256 los máximos están en torno a 90 y lo que estamos haciendo es realizar cálculos excesivos a la hora del análisis, por esta razón descartamos una escala de 1024 (es decir grandes escalas) porque no son capaces de detectar la única frecuencia que hay en la señal y los cálculos realizados son casi todos innecesarios

También podemos observar que hay una pequeña diferencia a al hora de utilizar la db1 y la db2, pero es prácticamente inapreciable, las pequeñas diferencias se deben a las frecuencias centrales de cada Wavelet.

Como resultado podemos concluir que para un estudio de una señal estacionaria con una única frecuencia, como en el caso de la señal de 100Hz, el estudio de la transformada Wavelet es un estudio que se puede realizar y es correcto su análisis pero requiere un computo de operaciones mucho mayor y no vale la pena para este tipo de señales, además se observa cómo la STFT identifica perfectamente la frecuencia de la señal y es más adecuada ya que el parámetro del tiempo no nos limita poder utilizar un tamaño de ventana muy grande para identificar la frecuencia de la señal correctamente.



CAPITULO 3

ANALISIS 2: SEÑAL SENOIDAL DE BAJA FRECUENCIA Y BAJA AMPLITUD



3. ANALISIS 2: SEÑAL SENOIDAL DE BAJA FRECUENCIA Y BAJA AMPLITUD

El siguiente análisis consiste en una señal senoidal de muy baja frecuencia y de muy baja amplitud, vamos a coger una señal de 5 Hz. y de amplitud 0.1, también consideraremos que la señal es estacionaria en todo su espectro. La señal es la siguiente:

$$w(t) = 0.1\text{sen}(2\pi 5t)$$

Primero representaremos la señal temporal y el FFT de la señal [Figura 3.1].

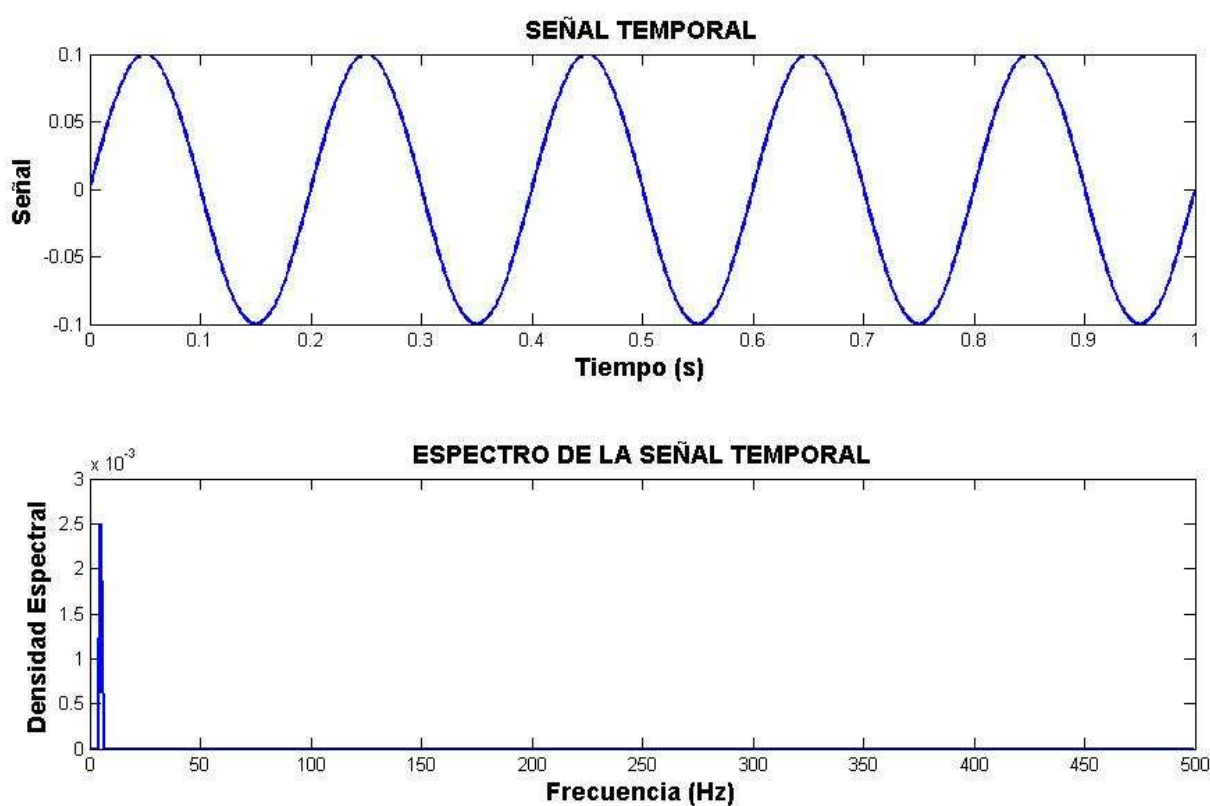


Figura 3.1.- Señal temporal y FFT de señal de 5 Hz.

Para el análisis de la STFT hemos utilizado de nuevo una ventana Hamming de anchura 256.

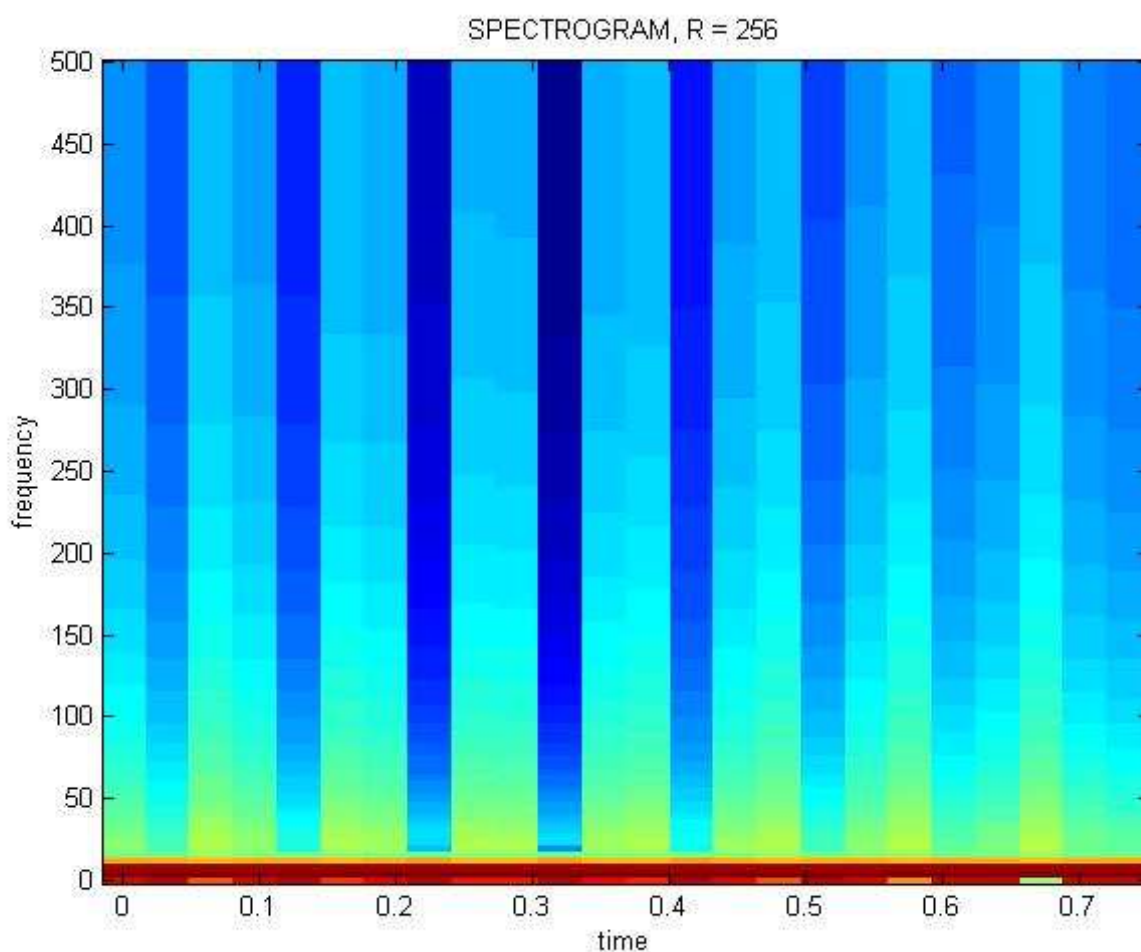


Figura 3.2.- Espectrograma con anchura de ventana de 256. Señal de 5Hz

Como se puede observar en el espectrograma se visualiza la franja a una frecuencia muy baja que corresponde a las 5 Hz. de la señal. Como en el análisis anterior tenemos una señal estacionaria en el tiempo y por esa razón hubiera estado mucho mejor visualizar el espectrograma con una ventana mucho más ancha.

Donde se observa un cambio respecto al primer análisis es en la transformada Wavelet, ya que debido a la baja frecuencia de la señal, para poder visualizar correctamente la frecuencia en la que estamos trabajando debemos utilizar grandes escalas como se observa en los siguientes gráficos **[Figura 3.3 y 3.4]**.

Hemos utilizado una Wavelet db6 para la representación de la transformada Wavelet en este caso.

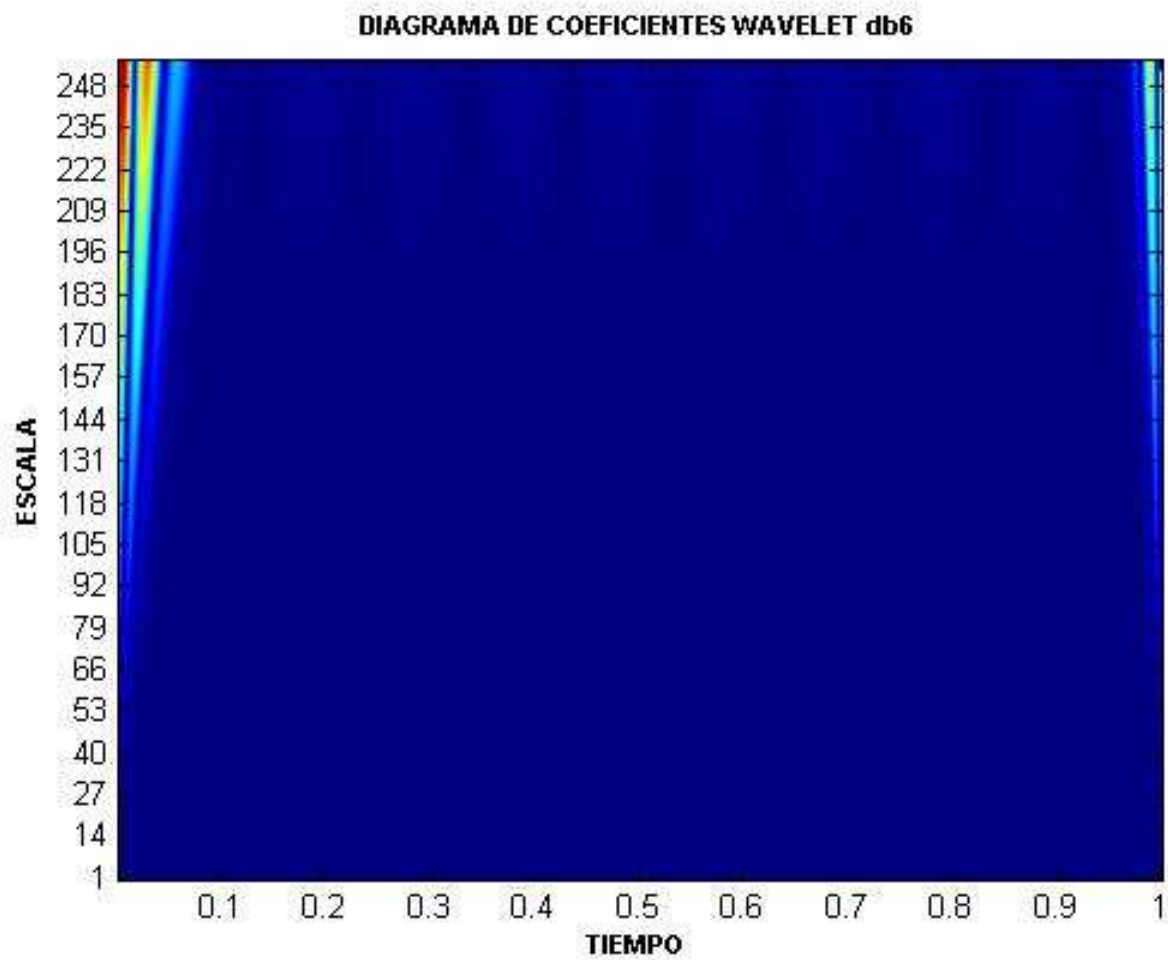


Figura 3.3.- Transformada Wavelet con escala 256 de señal de 5Hz

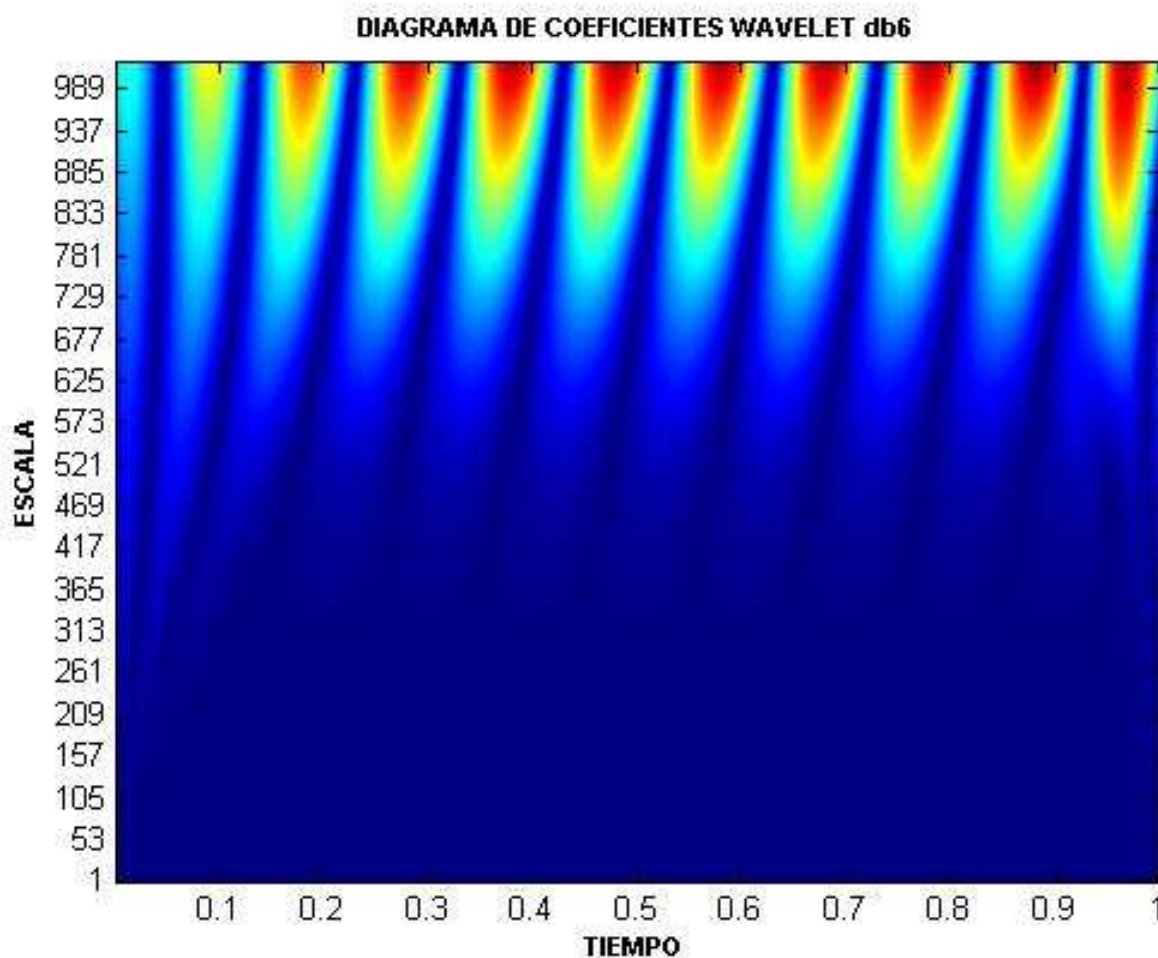


Figura 3.4.- Transformada Wavelet con escala 1024 de señal de 5Hz

Cómo se puede observar aún utilizando una escala tan grande como es la de 1024 es imposible visualizar perfectamente el contenido en frecuencia de la señal ya que las bajas frecuencias se encuentran a altas escalas, por lo tanto para poder utilizar correctamente este análisis de señales con muy bajas frecuencias, debemos utilizar escalas muy grandes y por lo tanto un gran esfuerzo computacional de calculo.

Como conclusión podríamos decir que para poder estudiar señales de muy baja frecuencia es análisis mediante la transformada Wavelet no es un buen método y mucho menos si la señal es estacionaria.





CAPITULO 4

ANÁLISIS 3: SEÑAL SENOIDAL DE ALTA FRECUENCIA Y ALTA AMPLITUD



4. ANALISIS 3: SEÑAL SENOIDAL DE ALTA FRECUENCIA Y ALTA AMPLITUD

El siguiente análisis consiste estudiar una señal también estacionaria y senoidal de muy alta amplitud (200) y con una frecuencia alta también (8760 Hz.). La señal es la siguiente:

$$w(t) = 200\text{sen}(2\pi 8760t)$$

Como siempre hacemos una representación temporal y su FFT de la señal [Figura 4.1].

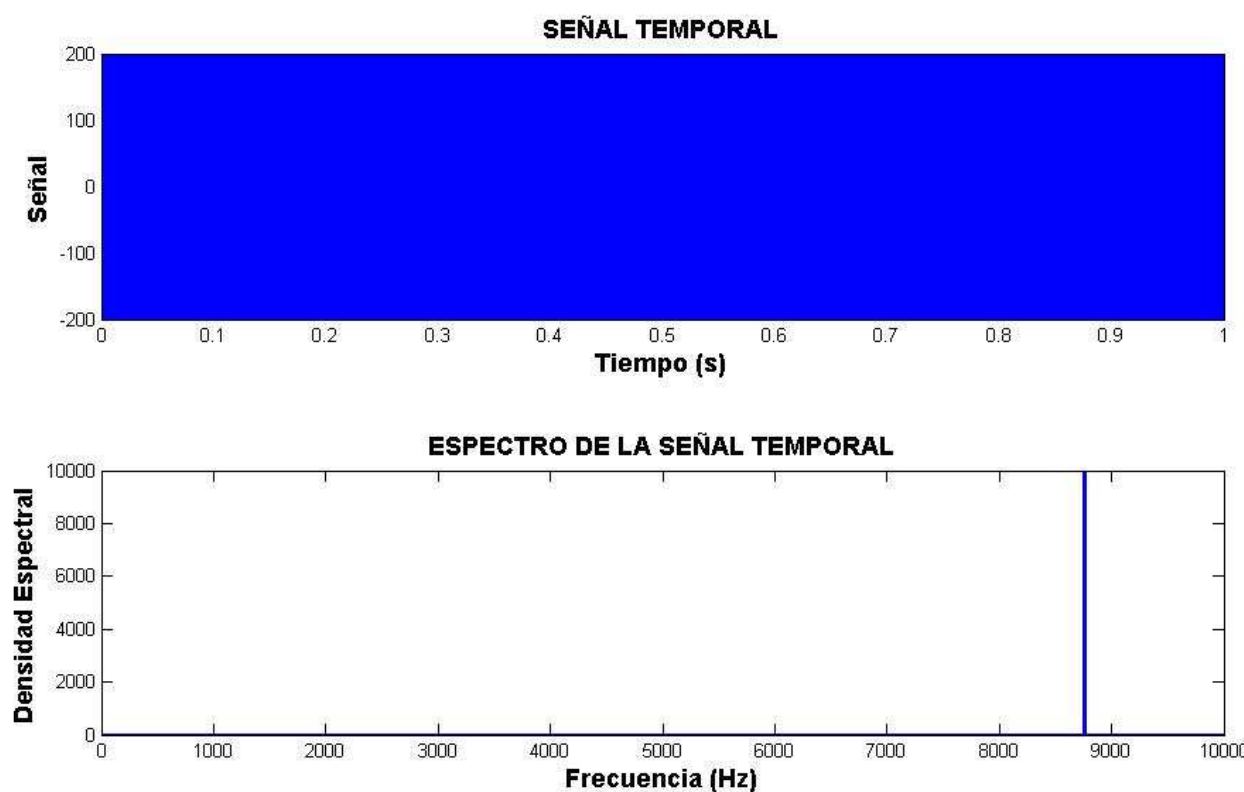


Figura 4.1.- Señal temporal y FFT de una señal de 8760 Hz*

**Nota: La gráfica temporal se observa totalmente en azul ya que la frecuencia es tan alta que la resolución no distingue la señal sinusoidal*

Volvemos hacer el mismo análisis de antes; en la STFT utilizamos una ventana Hamming de anchura 256 [Figura 4.2].

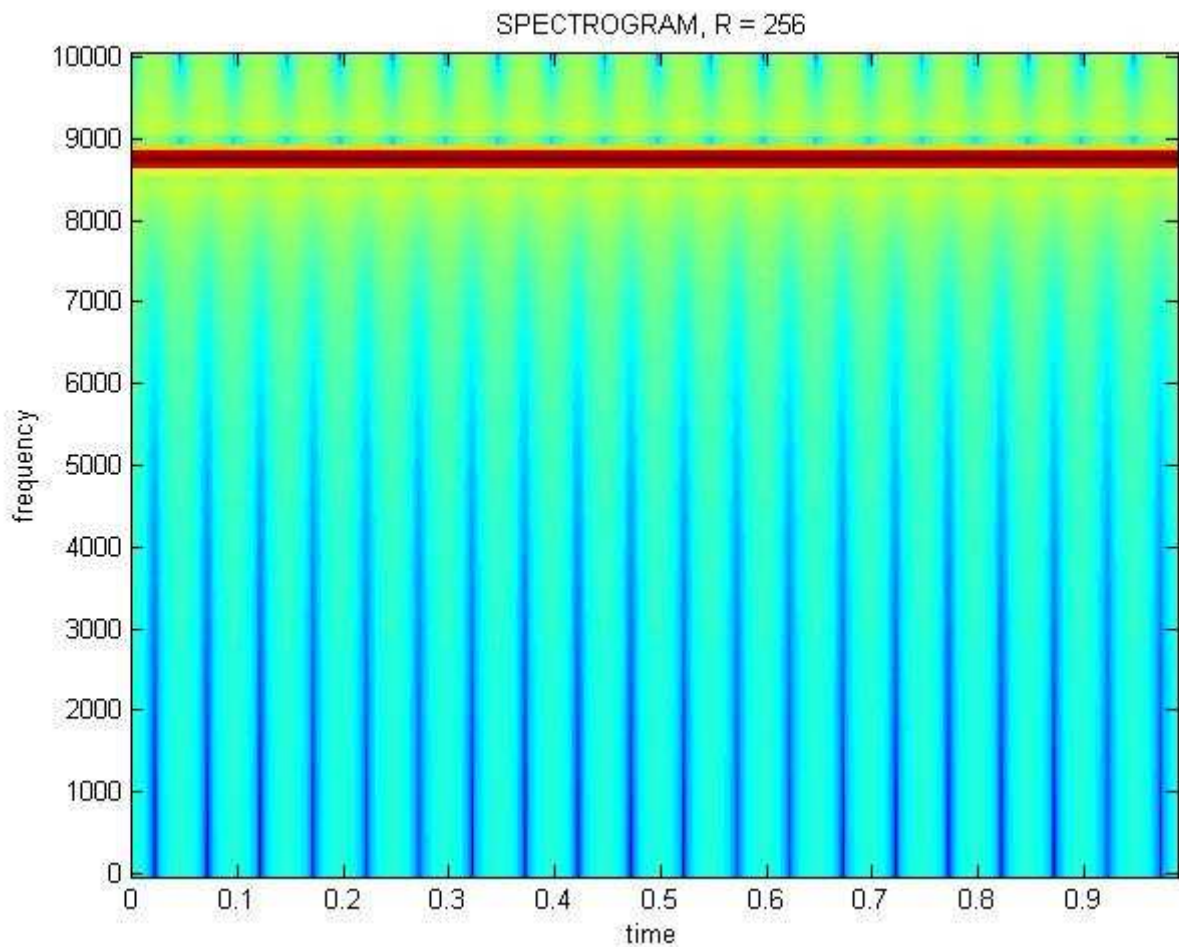


Figura 4.2.- Espectrograma con anchura de ventana de 256 señal de 8760Hz

Podemos observar y concluir lo mismo que en los análisis anteriores, siempre que la señal sea estacionaria el estudio de la señal con la STFT se comporta correctamente y es el adecuado. Se puede ver claramente la franja a unos 8700 Hz. que es más o menos donde se encuentra nuestra señal, como ya sabemos si la ventana hubiera sido mayor la precisión es aún mejor.

En cambio al hacer el estudio de la transformada Wavelet, también con una Wavelet db6, observamos lo siguiente:

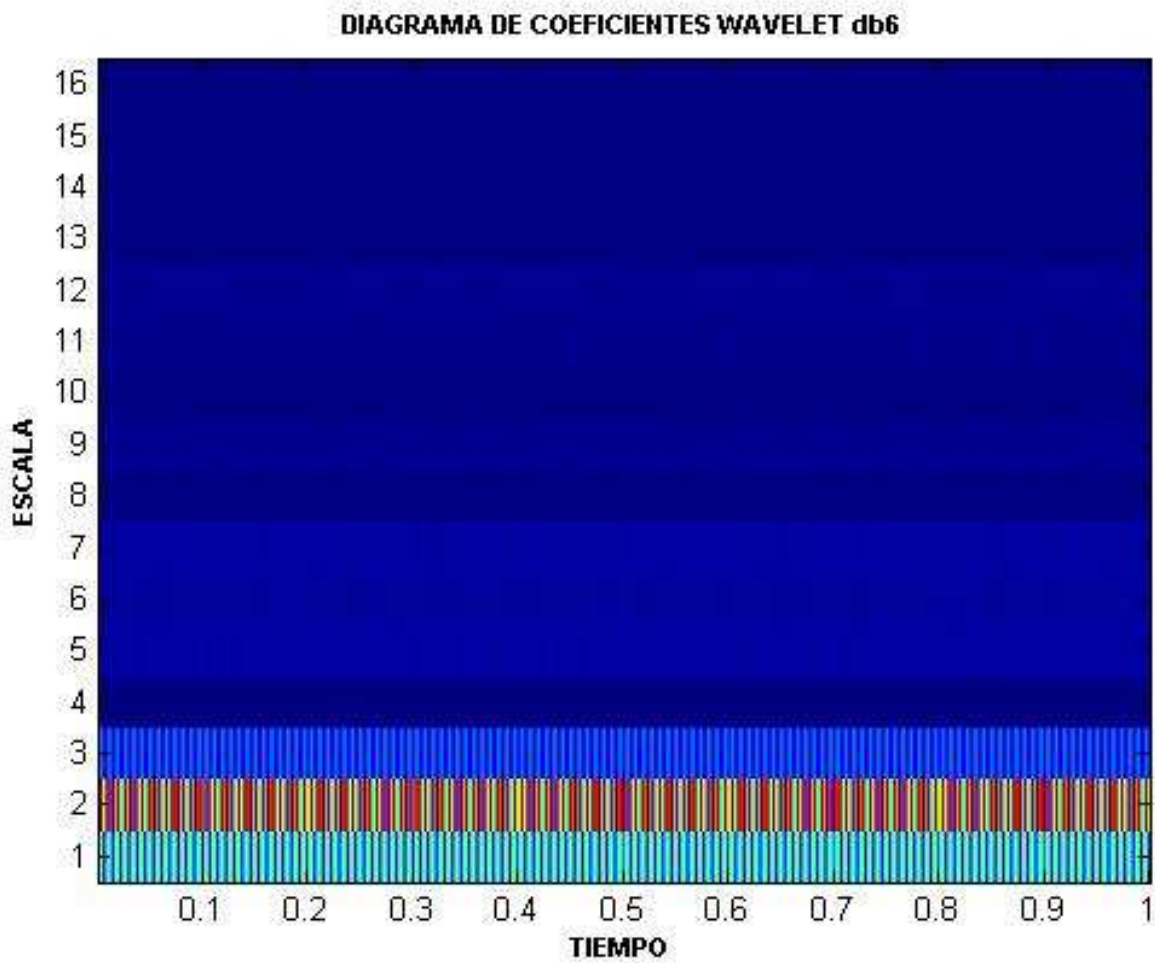


Figura 4.3.- Transformada Wavelet con escala 16. Señal de 8760Hz

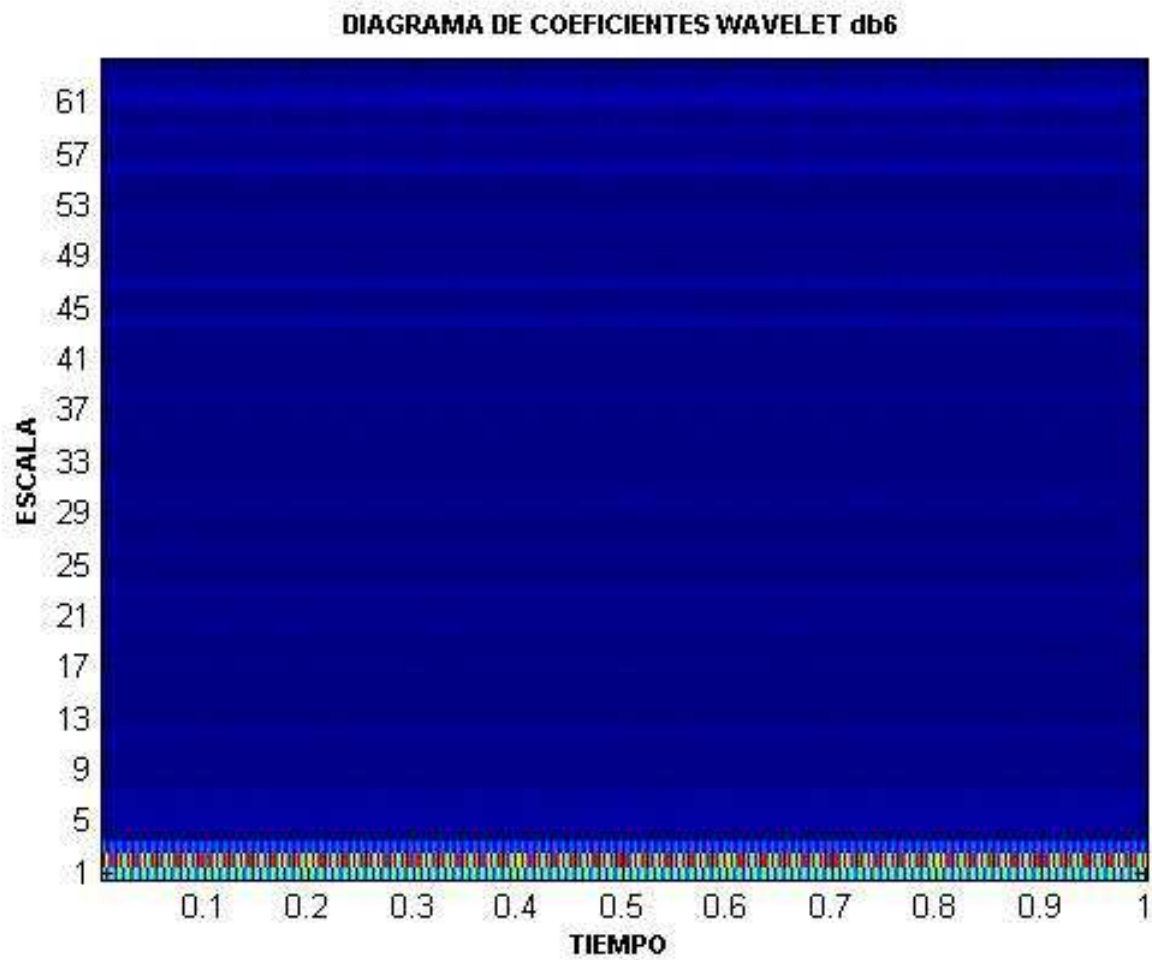


Figura 4.4.- Transformada Wavelet con escala 64. Señal de 8760Hz

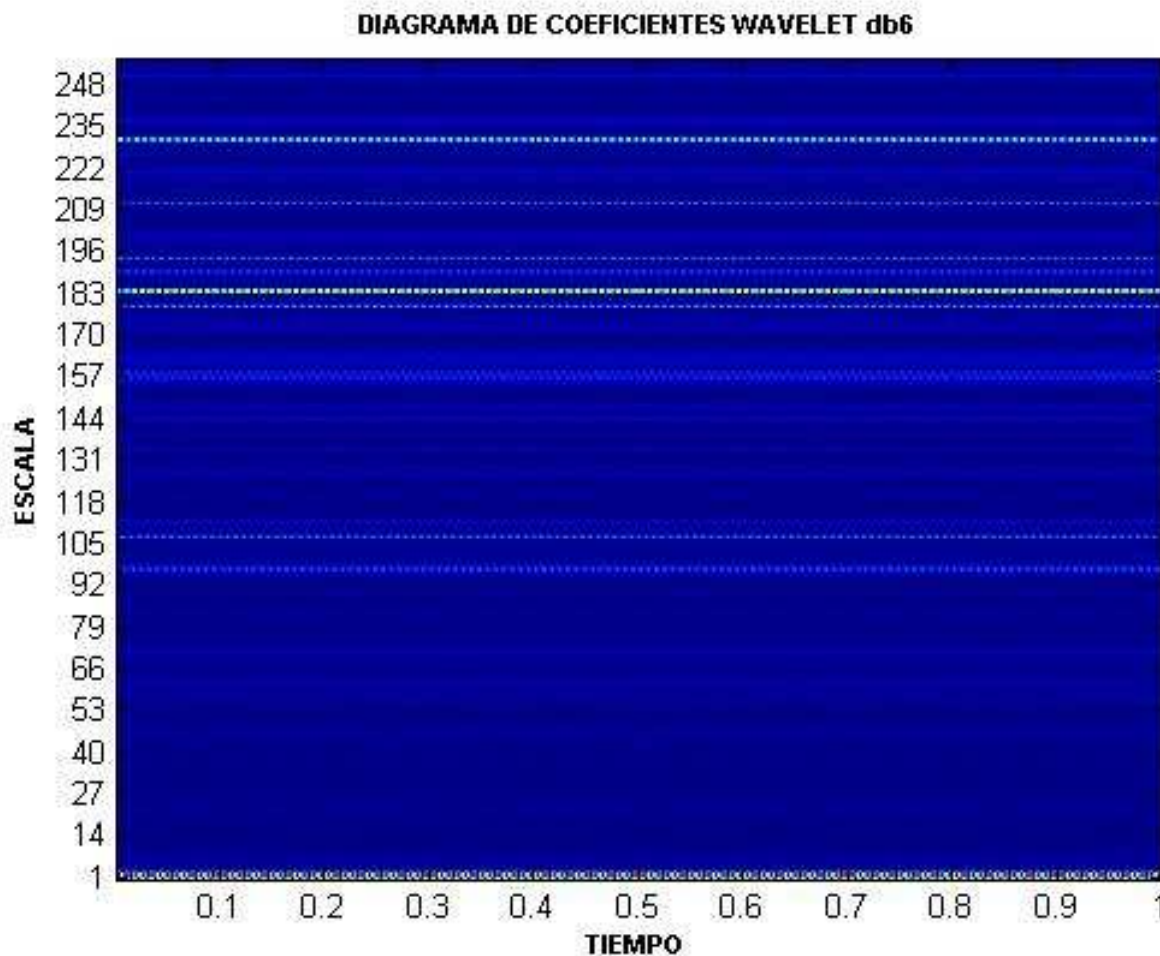


Figura 4.5.- Transformada Wavelet con escala 256. Señal de 8760Hz

Se observa primero que se necesita una escala muy baja para poder identificar tan alta frecuencia, por lo que conlleva un cálculo operacional muy bajo, es decir como ya sabemos cuando tenemos señales con altas frecuencias, son necesarios bajas escalas y en su análisis por lo tanto se emplean ventanas muy estrechas que lo que consiguen es una perfecta resolución temporal, pero una muy mala resolución frecuencial, de esta manera podemos observar como los gráficos obtenidos a bajas escalas la frecuencia es muy difícil de apreciar y su resolución es mediocre.

Por todas estas razones podemos concluir que tampoco es adecuado la aplicación de la transformada Wavelet para este estudio, ya que la señal es estacionaria y de muy baja frecuencia, y como la señal es estacionaria no nos importa la resolución temporal y si nos importa más la resolución frecuencial que la STFT nos la proporciona correctamente.



CAPITULO 5

ANÁLISIS 4: SEÑAL SENOIDAL ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES



5. ANALISIS 4: SEÑAL SENOIDAL ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES

A continuación vamos a analizar una señal estacionaria pero con diferentes frecuencias en todos su espectro, vamos a dividir este análisis en dos partes primero analizaremos una señal que posee frecuencias muy separadas entre si, y posteriormente una señal con diferentes frecuencias pero muy juntas, es decir del mismo orden.

5.1 ANALISIS 4.1. FRECUENCIAS MUY SEPARADAS [50Hz, 550Hz y 1250Hz]

Realmente la señal que estamos representando es la suma de 3 senos con diferentes frecuencias, es decir nuestra señal es la siguiente:

$$w(t) = 1\text{sen}(2\pi 50t) + 1\text{sen}(2\pi 550t) + 1\text{sen}(2\pi 1250t)$$

Como se puede ver en la ecuación tenemos una señal con frecuencias de 50, 550 y 1750 Hz. en todo el espectro. La representación temporal y el FFT de la señal es: [Figura 5.1]

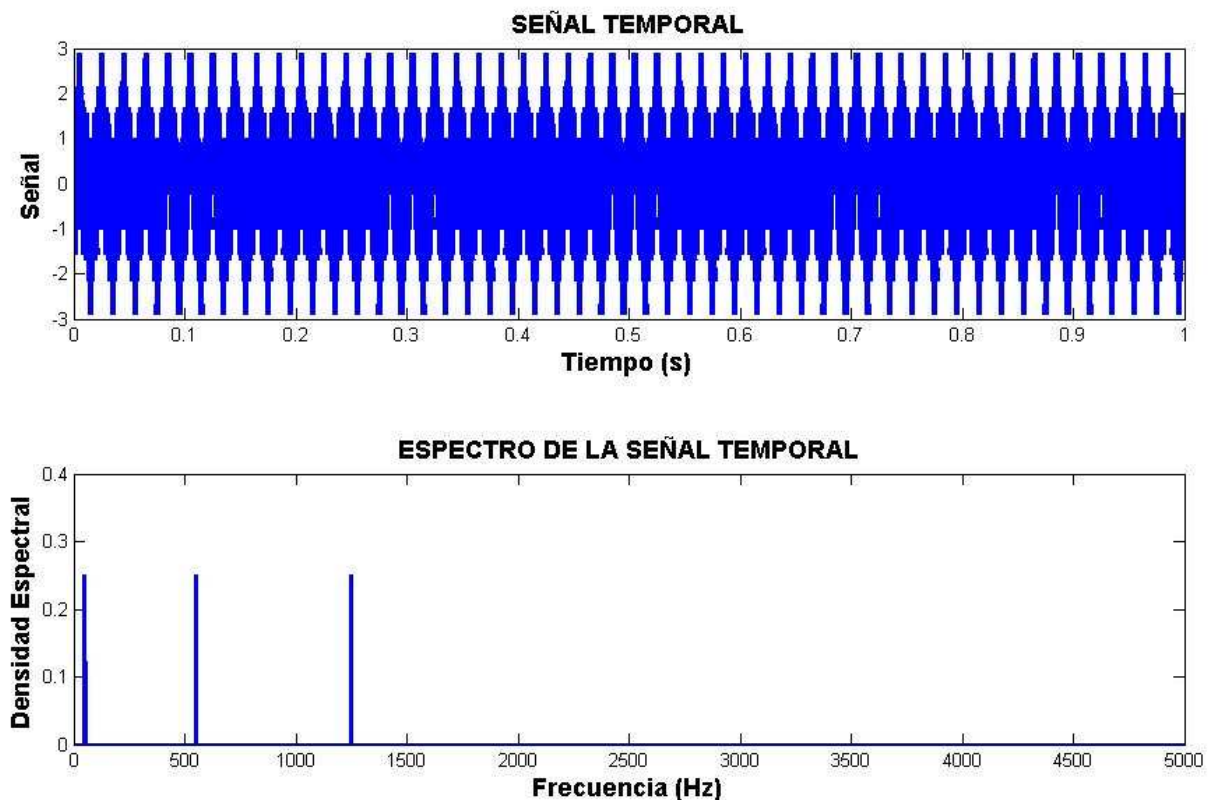


Figura 5.1.- Señal temporal y FFT de una señal de 50, 550 y 1750 Hz

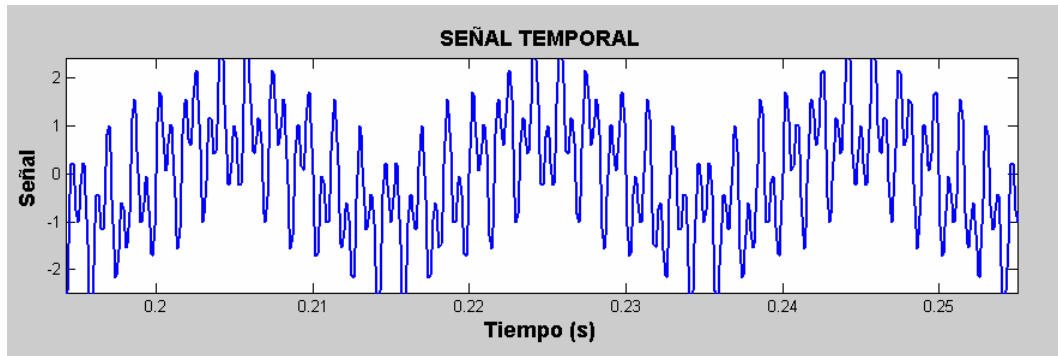


Figura 5.2.- Señal temporal de una señal de 50,550 y1750 Hz*

**Nota: Hemos hecho un zoom de la señal temporal para poder visualizar mejor la suma de los senos ya que en la gráfica temporal no se aprecia bien.*

Primero realizaremos los espectrogramas de la señal, utilizando como estamos haciendo hasta ahora una ventana Hamming, e iremos cambiando el ancho de ventana.

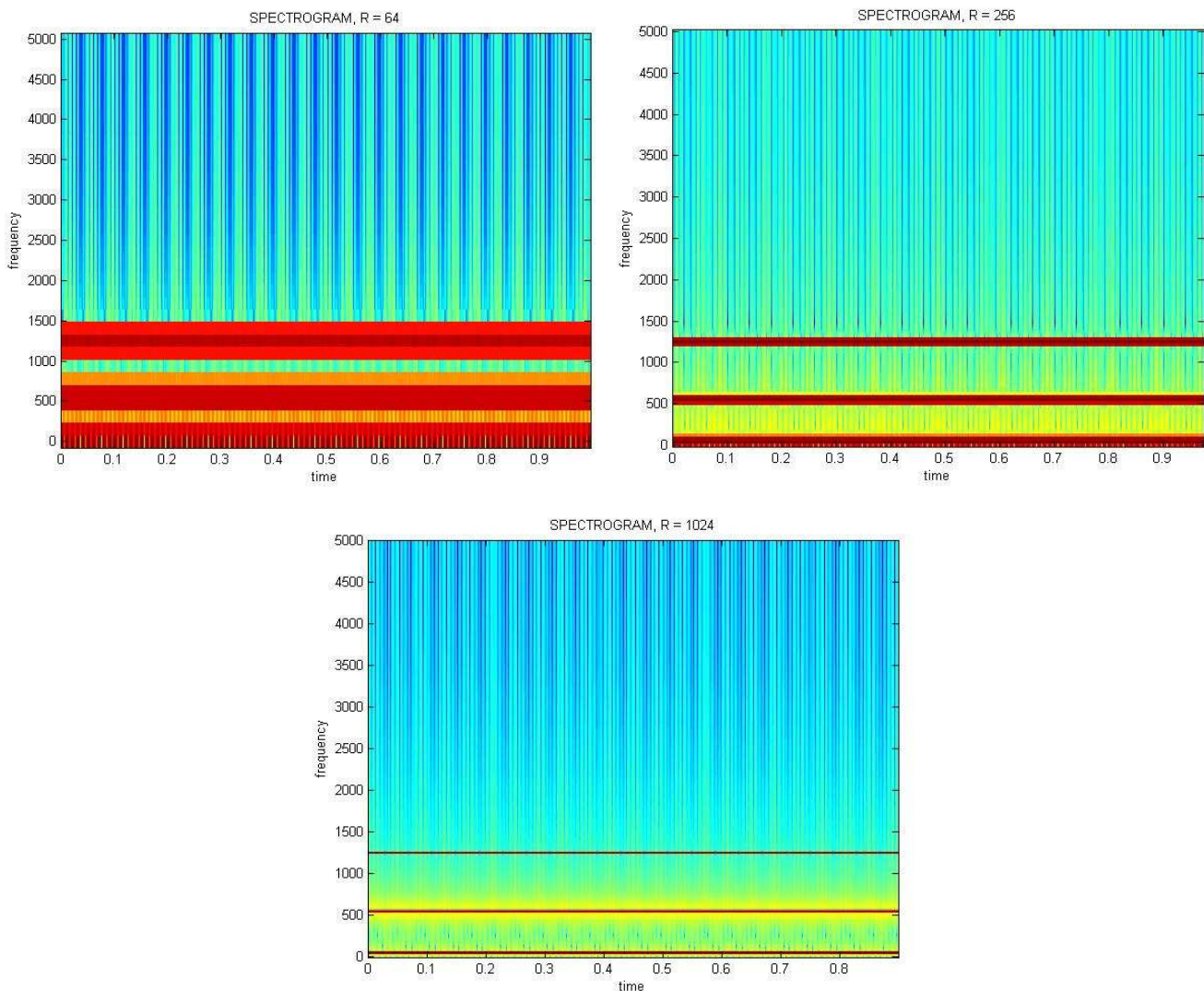


Figura 5.3.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64, 256 y 1024. Señal de 50, 550 y 1750Hz

Como se puede observar y sabiendo que la señal es estacionaria la mejor visualización se hace para anchos de ventana anchos que obtienen la mejor resolución en frecuencias; en este caso en el que las frecuencias están muy diferenciadas entre si, la visualización también es aceptable con un ancho de ventan intermedio de 256 por ejemplo, ya podemos adelantar que en el análisis de frecuencias muy juntas, esto no va ser así.

En lo que respecta la transformada Wavelet, vamos a seguir utilizando una Wavelet db6 como en los análisis anteriores; los resultados son los siguientes:

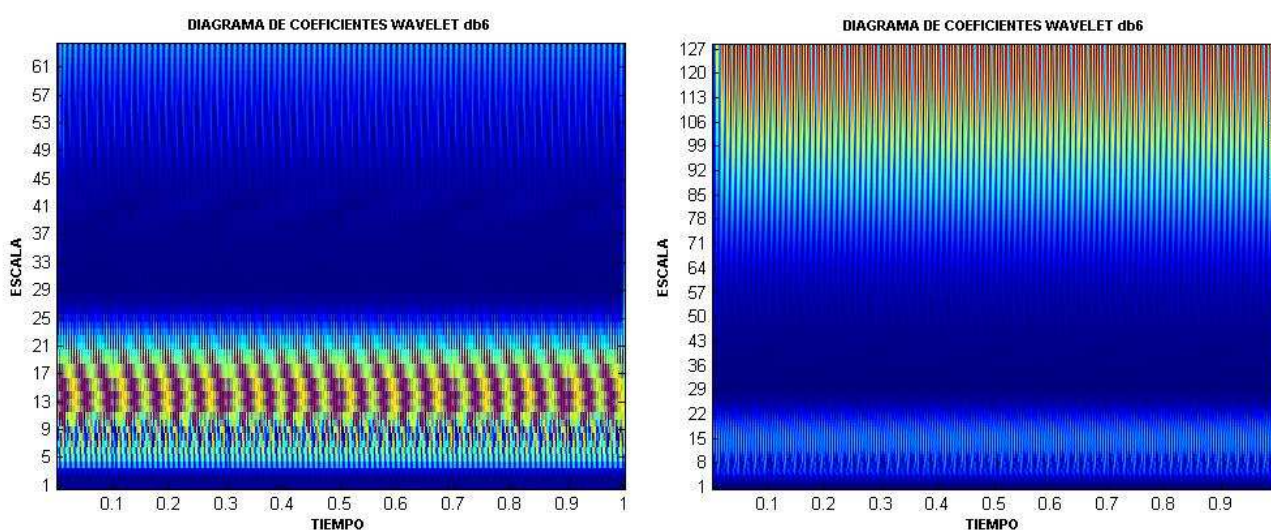


Figura 5.4.- Transformadas Wavelet con escalas de 64 y 128. Señal de 50, 550 y 1750Hz

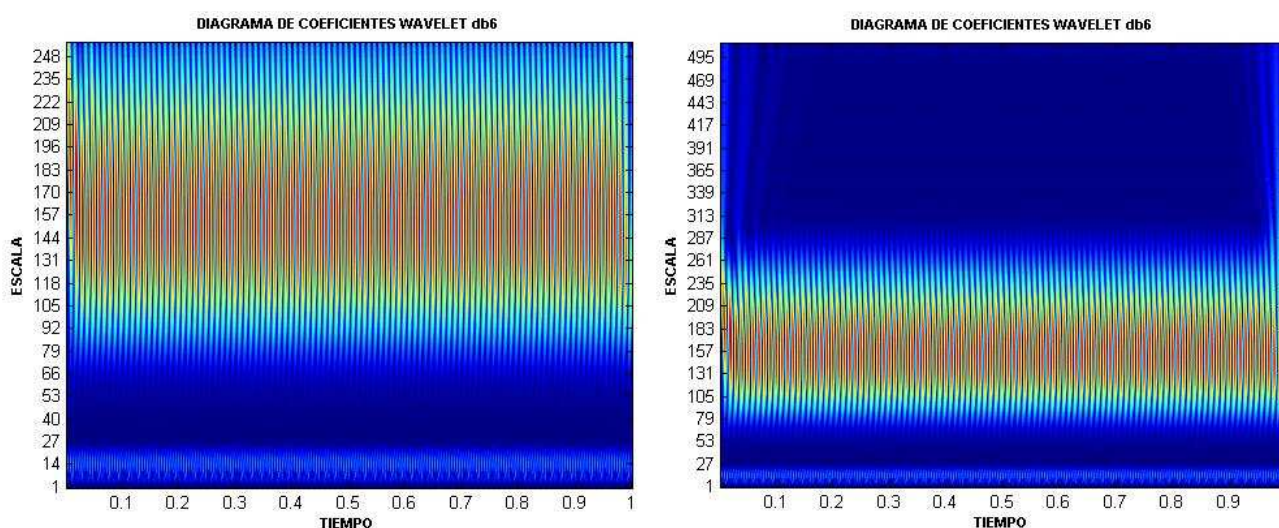


Figura 5.5.- Transformadas Wavelet con escalas de 256 y 512. Señal de 50, 550 y 1750Hz

Hemos representado la transformada Wavelet con 4 escalas diferentes, y vemos que el análisis Wavelet no es adecuado para este estudio de señales, ya que se necesita



una escala muy grande para poder visualizar la frecuencia tan baja de 50 Hz, que como se puede observar en ninguno de los gráficos se logra ver dicha frecuencia tan baja, para escalas bajas sólo somos capaces de detectar la componente de alta frecuencia como es el caso del gráfico con escala de 64, y así vamos subiendo de escala y podemos observar como van apareciendo las demás frecuencias, pero aun así no conseguimos ver la frecuencia de 5 Hz en el gráfico de escala 512.

Como conclusión establecemos que el análisis Wavelet no es conveniente para este tipo de señales, debido a la homogeneidad de la señal y a la gran diferencia de orden de magnitud que se encuentran las frecuencias, por eso optamos por la realización de la STFT.

5.2 ANÁLISIS 4.2. FRECUENCIAS MUY JUNTAS [550Hz, 600Hz y 650Hz]

Vamos a llevar a cabo el mismo análisis anterior pero ahora las frecuencias que tenemos son frecuencias muy juntas en el espectro. La señal es la siguiente:

$$w(t) = 1\text{sen}(2\pi 550t) + 1\text{sen}(2\pi 600t) + 1\text{sen}(2\pi 650t)$$

Como se puede ver en la ecuación tenemos una señal con frecuencias de 550, 600 y 650 Hz. en todo el espectro. La representación temporal y el FFT de la señal es: [Figura 5.6]

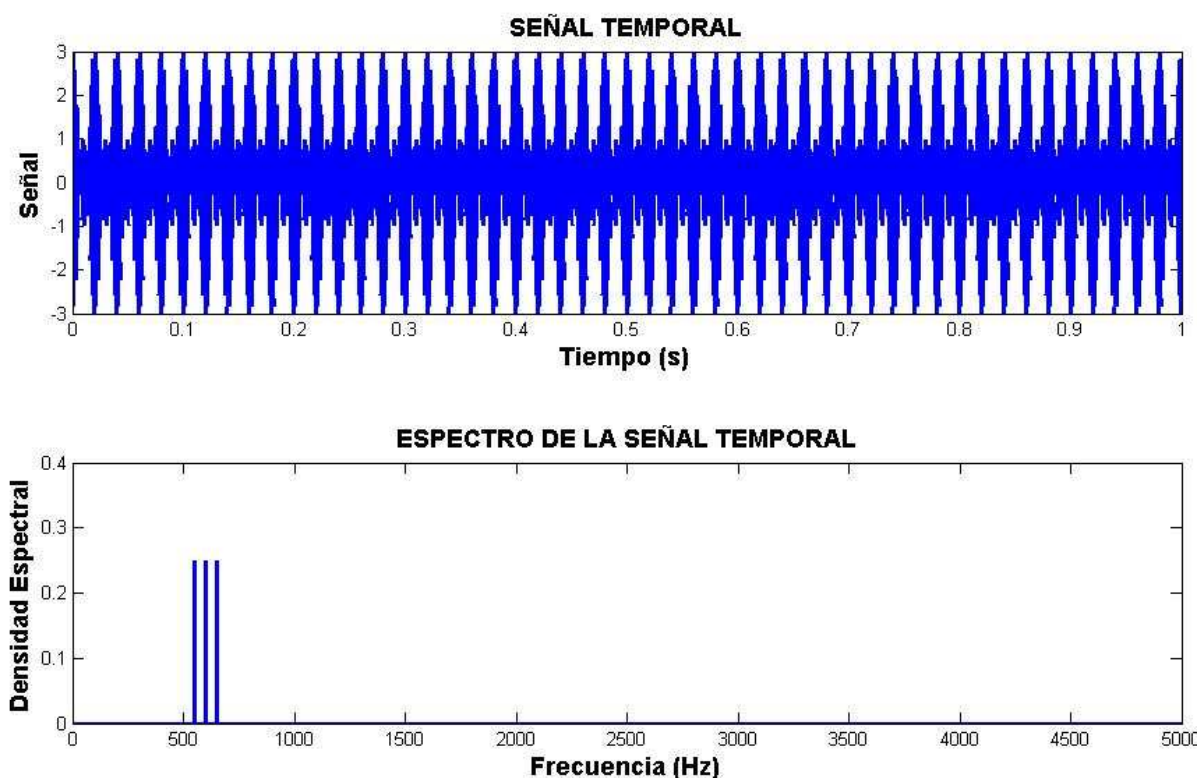


Figura 5.6.- Señal temporal y FFT de una señal de 8760 Hz*

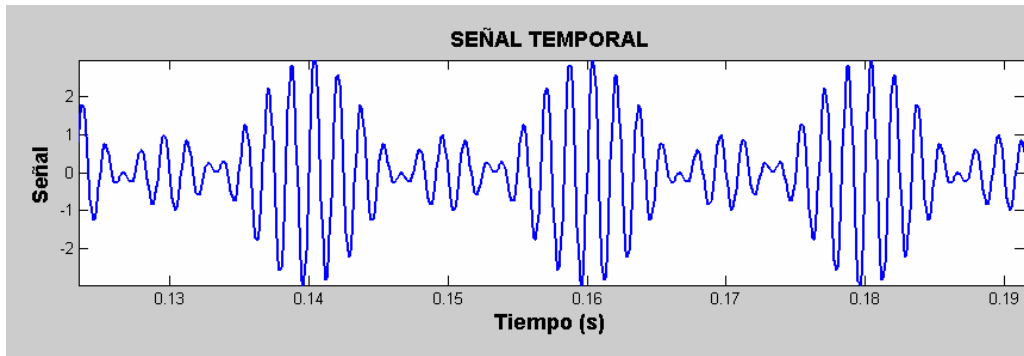


Figura 5.7.- Zoom de la señal temporal de una señal de 550,600 y650 Hz*

**Nota: Hemos hecho un zoom de la señal temporal para poder visualizar mejor la suma de los senos ya que en la gráfica temporal no se aprecia bien.*

Primero realizaremos los espectrogramas de la señal, utilizando como estamos haciendo hasta ahora una ventana Hamming, e iremos cambiando el ancho de ventana.

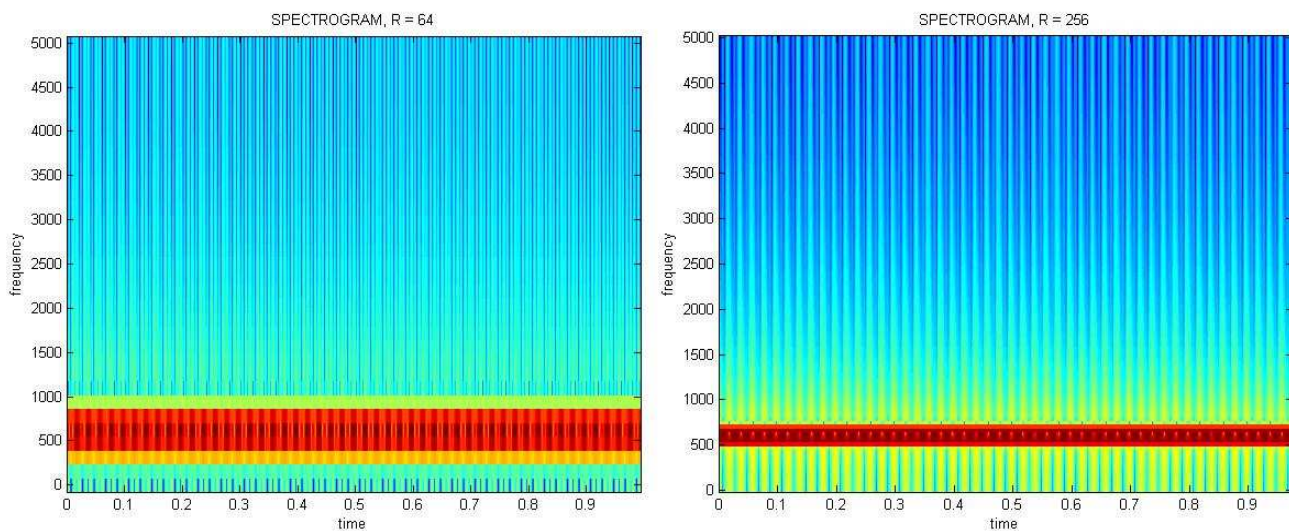


Figura 5.8.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64, 256. Señal de 550, 600 y 650Hz

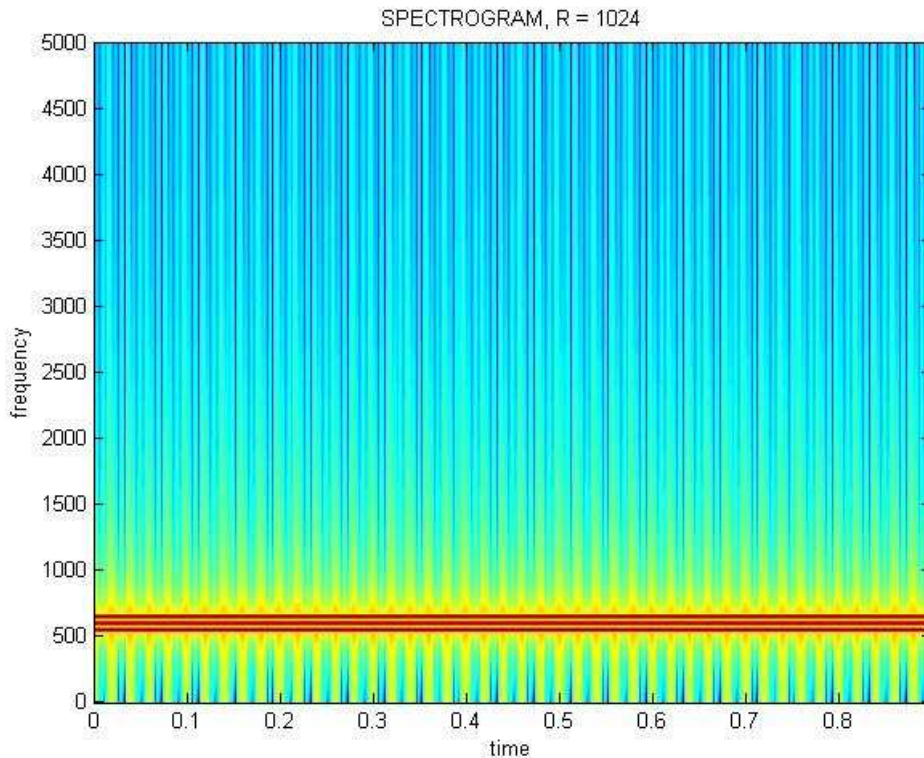


Figura 5.9.- Espectrograma con anchura de ventana de 1024. Señal de 550, 600 y 650Hz

Se puede ver cómo el único espectrograma en el que somos capaces de observar algo medianamente visible es aquel con ancho de ventana muy grande, en los demás es imposible poder diferenciar las frecuencias de la señal.

En lo que respecta la transformada Wavelet, vamos a seguir utilizando una Wavelet db6 como en los análisis anteriores; los resultados son los siguientes:

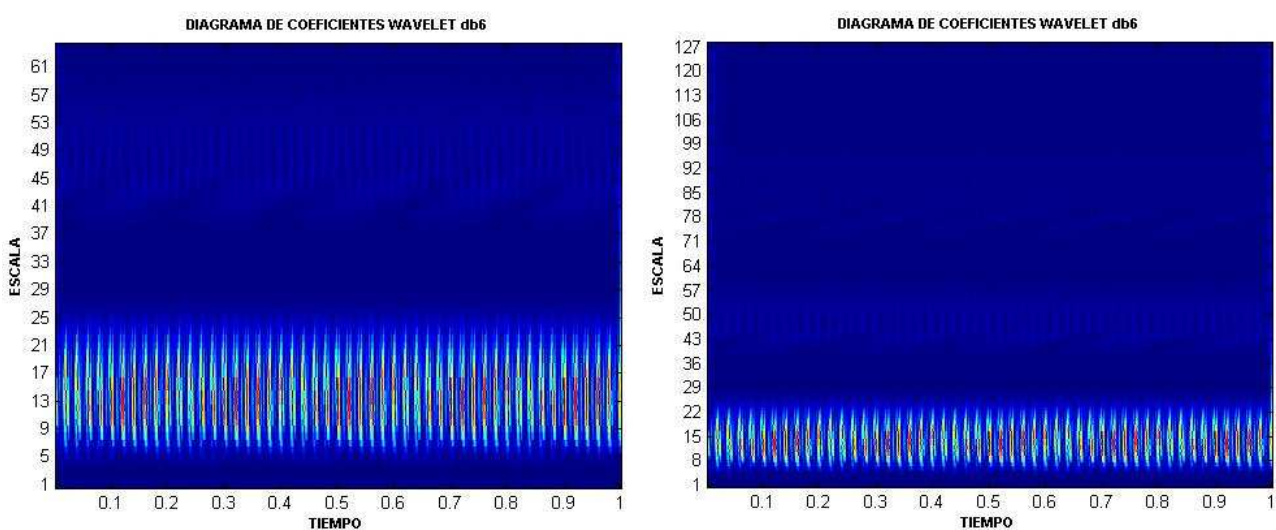


Figura 5.10.- Transformadas Wavelet con escalas de 64 y 128. Señal de 550, 600 y 650Hz

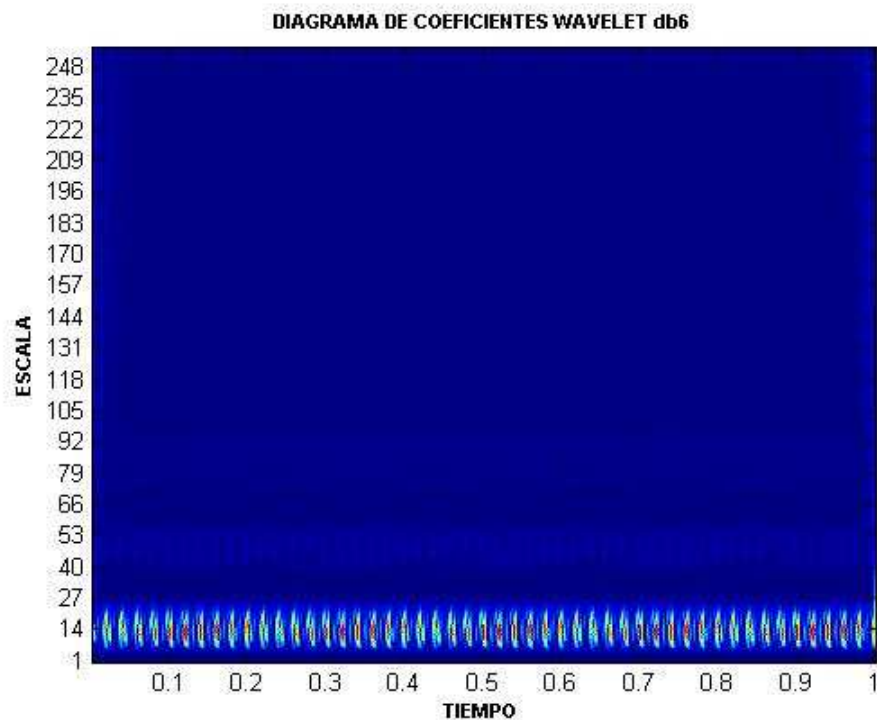


Figura 5.11.- Transformada Wavelet con escala de 512. Señal de 550, 600 y 650Hz

Se observa claramente como este análisis no es un buen método para identificar esta señal, con una escala de 64 ya nos basta para identificar que estamos alrededor de frecuencias entre 600 Hz, pero nos es imposible poder distinguir las tres frecuencias que tenemos en la señal de 550, 600 y 650 Hz.

Podemos decir como conclusión que el método más apropiado y sólo para grandes anchos de ventana es la STFT.



CAPITULO 6

ANÁLISIS 5: SEÑAL SENOIDAL **NO ESTACIONARIA DE** **AMPLITUD DIFERENTE Y** **MISMA FRECUENCIA**



6. ANALISIS 5: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA DE AMPLITUD DIFERENTE Y MISMA FRECUENCIA

A continuación vamos a llevar a cabo el primer análisis sencillo en el que la señal no es estacionaria. Vamos a analizar una señal senoidal con una frecuencia constante en todo su espectro pero con dos amplitudes diferentes a lo largo del tiempo.

La señal a analizar es la siguiente:

$$w(t) = \begin{cases} 100\text{sen}(2\pi 1750t) \rightarrow 0 \leq t \leq 0.5 \\ 800\text{sen}(2\pi 1750t) \rightarrow 0.5 < t \leq 1 \end{cases}$$

Por lo que tenemos una señal de dos amplitudes diferentes (100 y 800) y siempre con la misma frecuencia (1750Hz).

Como siempre representamos la señal temporal y la FFT. [Figura 6.1].

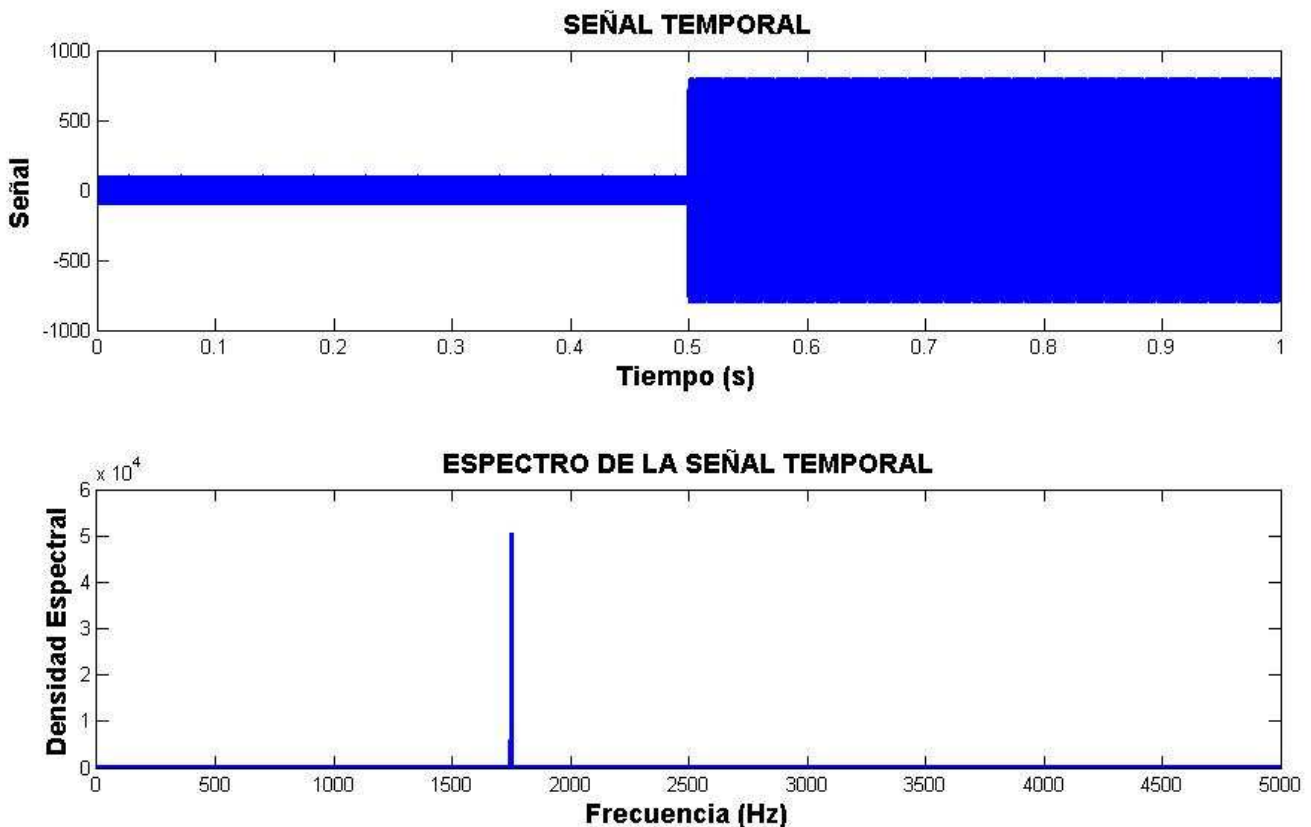


Figura 6.1.- Señal temporal y FFT de una señal de 1750 Hz*

**Nota: La gráfica temporal se observa totalmente en azul ya que la frecuencia es tan alta que la resolución no distingue la señal sinusoidal*



Una vez visto la señal temporal y la FFT vamos a representar los espectrogramas utilizando siempre una ventana Hamming pero con diferentes anchos de ventana. Ahora como la señal no es estacionaria podremos observar que existen problemas a la hora de poder elegir un ancho adecuado y poder utilizar este análisis en la señal.

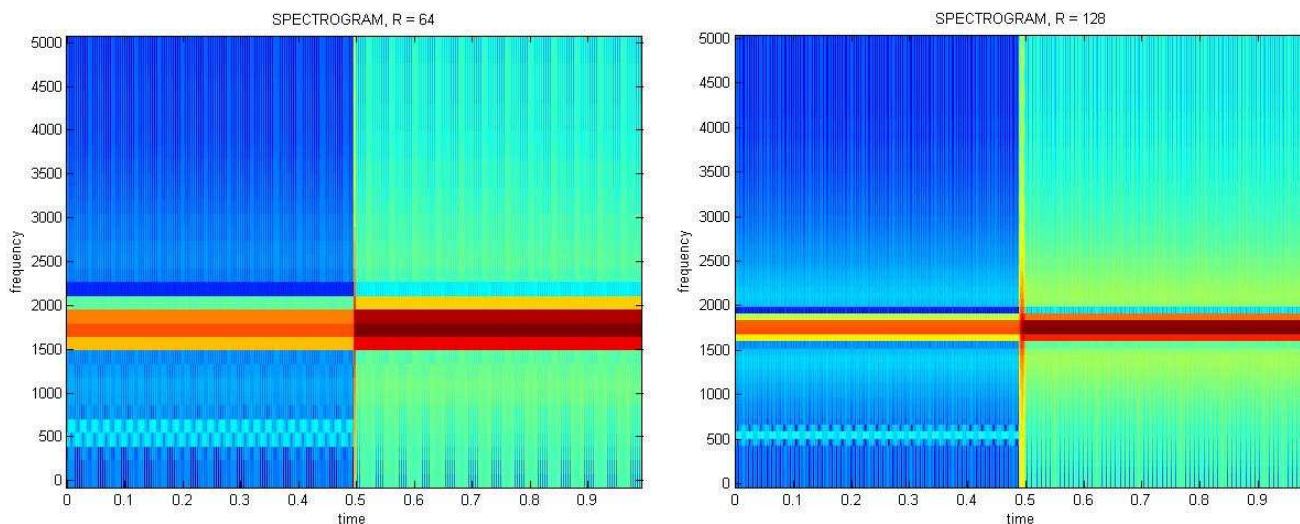


Figura 6.2.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64 y 128. Señal de 1750Hz

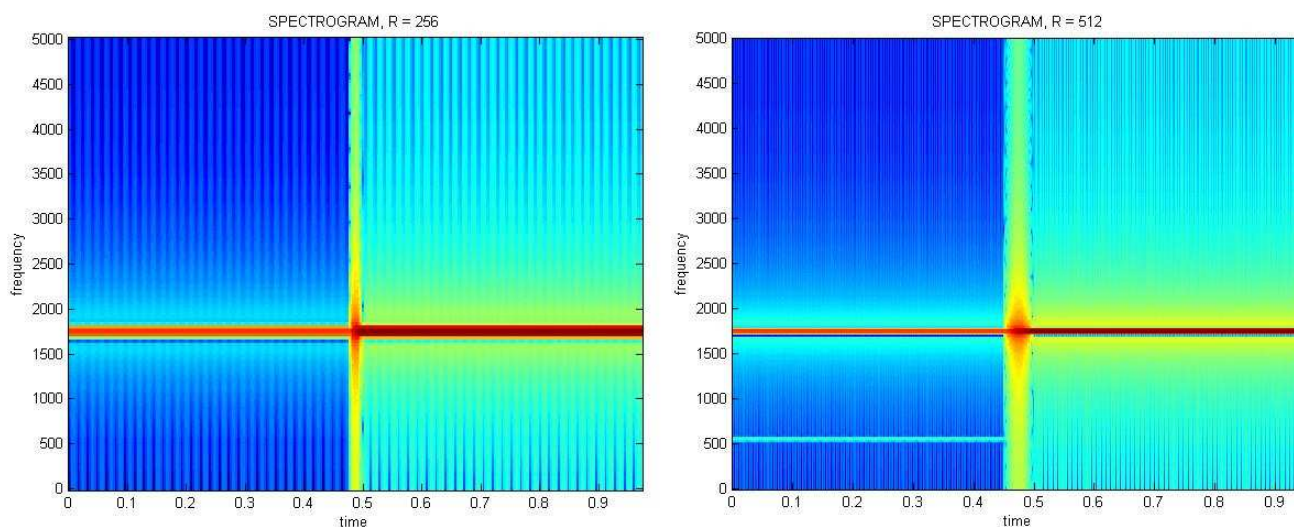


Figura 6.3.- Espectrogramas con anchura de ventana de 256 y 512. Señal de 1750Hz

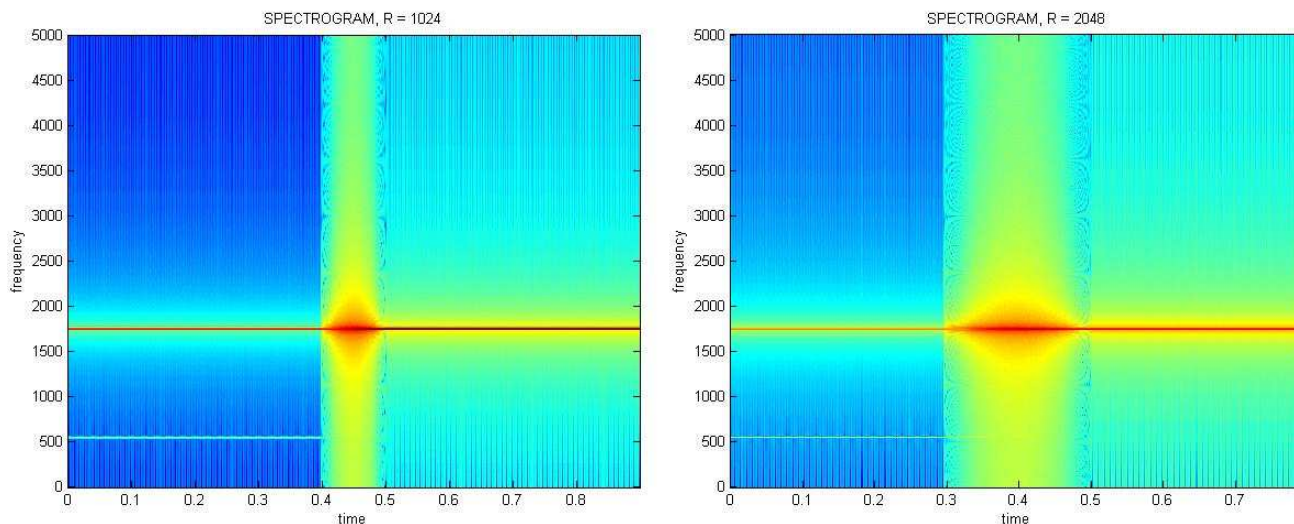


Figura 6.4.- Espectrogramas con anchura de ventana de 1024 y 2048. Señal de 1750Hz

Podemos observar como existe claramente dos partes diferenciadas en los espectrogramas, la primera parte corresponde a la señal con baja amplitud y la segunda parte a la señal con alta amplitud, pero las dos poseen la misma frecuencia (1750 Hz).

Aquí podemos ver como trabaja exactamente la STFT y se observa que es imposible poder captar una buena resolución temporal y frecuencial a la vez; para ventanas estrechas se observa correctamente donde se produce el cambio de baja a alta amplitud pero la frecuencia de la señal es dudosa, esta en un rango; y por el contrario para ventanas anchas la frecuencia se determina muy claramente, pero existe una franja temporal en el que se superponen las dos señales y no se sabe exactamente donde cambian las amplitudes.

Por lo tanto estamos ante un debate que el analista debe valorar si prefiere una buena precisión temporal o le resulta más interesante en este caso saber cual es el régimen frecuencial; dependiendo de lo que se quiera obtener utilizaremos una ventana más estrecha o más ancha.

Posteriormente vamos a realizar el análisis de la transformada Wavelet; como siempre estamos haciendo; vamos a utilizar una Wavelet db6 y comprobaremos con diferentes escalas.

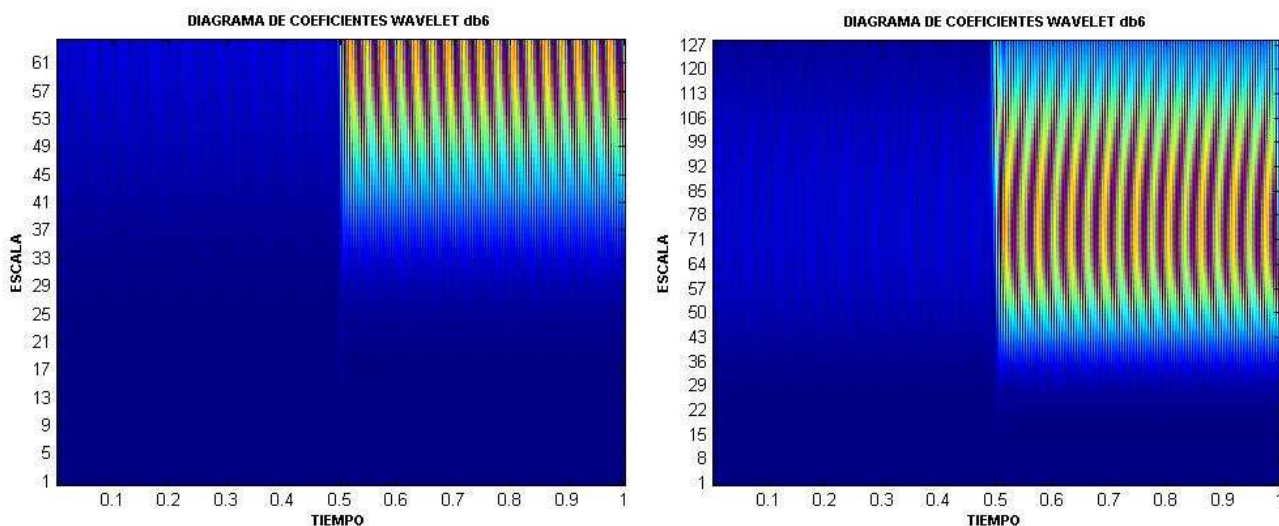


Figura 6.5.- Transformadas Wavelet con escalas de 64 y 128. Señal de 1750Hz

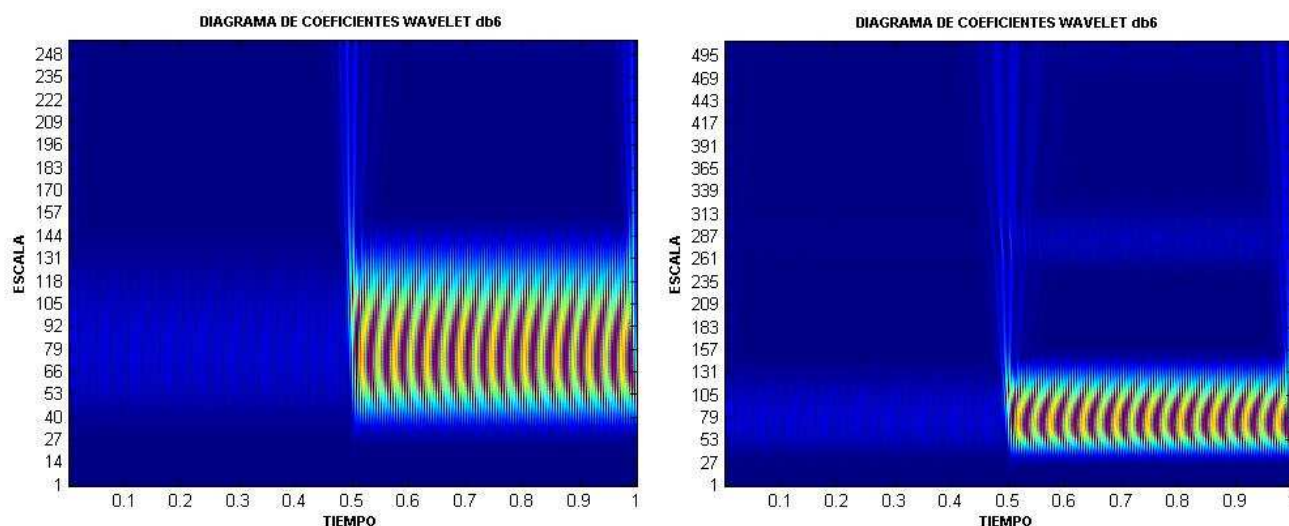


Figura 6.6.- Transformadas Wavelet con escalas de 256 y 512. Señal de 1750Hz

Como vemos en las representaciones de las transformadas Wavelets la visualización correcta se consigue para una escala de 128, ya que para escalas mayores como dijimos en los anteriores análisis se realizan cálculos innecesarios donde hay escalas en las que no existen coeficientes, y por lo tanto no vale la pena el gasto computacional.

Como podemos observar y concluir en la transformada Wavelet no tenemos el problema que se nos presenta en la STFT con la resolución temporal, ya que utilizando cualquier escala se puede observar claramente las dos zonas diferenciadas que existen y que corresponden a las dos amplitudes de la señal. Por lo tanto para el análisis de este tipo de señales, aunque la resolución frecuencial de la STFT es algo mejor, podemos concluir que la utilización de la transformada Wavelet es un buen método para analizar la señal.





CAPITULO 7

ANÁLISIS 6: SEÑAL SENOIDAL **NO ESTACIONARIA DE** **FRECUENCIAS DIFERENTES**



7. ANALISIS 6: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA DE FRECUENCIAS DIFERENTES

En el siguiente análisis tenemos ahora una señal no estacionaria pero con diferentes frecuencias en todos su espectro, como hicimos anteriormente dividimos el análisis en dos partes primero analizaremos una señal que posee frecuencias muy separadas entre si, y posteriormente una señal con diferentes frecuencias pero muy juntas, es decir del mismo orden.

7.1 ANÁLISIS 6.1. FRECUENCIAS MUY SEPARADAS [100Hz, 300Hz, 1200Hz y 2000Hz]

Las frecuencias que tenemos son frecuencias muy separadas en el espectro. Y a diferencia con la señal homogénea, ahora no tenemos una suma de senos si no tenemos diferentes señales sinusoidales en el tiempo y con frecuencias muy diferentes. La señal es la siguiente:

$$w(t) = \begin{cases} 1\text{sen}(2\pi 100t) \rightarrow 0 \leq t \leq 0.25 \\ 1\text{sen}(2\pi 300t) \rightarrow 0.25 < t \leq 0.5 \\ 1\text{sen}(2\pi 1200t) \rightarrow 0.5 < t \leq 0.75 \\ 1\text{sen}(2\pi 2000t) \rightarrow 0.75 < t \leq 1 \end{cases}$$

Como se puede ver en la ecuación tenemos una señal con frecuencias de 100, 300, 1200 y 2000 Hz. en todo el espectro. La representación temporal y el FFT de la señal es: **[Figura 7.1]**

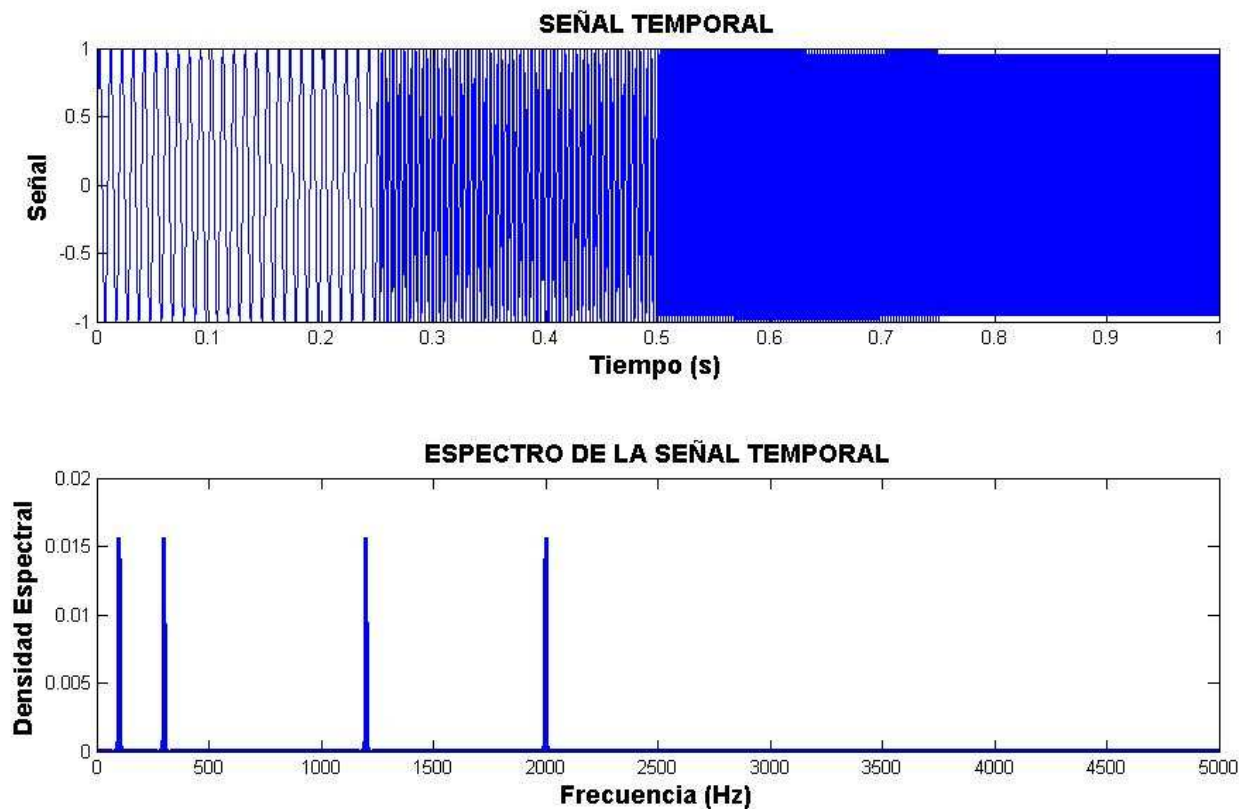


Figura 7.1.- Señal temporal y FFT de una señal de 100, 300, 1200, 2000 Hz*

**Nota: La parte totalmente en azul de la seña, la frecuencia es tan alta que la resolución no distingue bien la señal sinusoidal*

Como se puede ver, como ya hemos estudiado en la teoría, uno de los problemas de la transformada de Fourier (FFT) es el régimen temporal, que no es capaz de distinguir en el instante de tiempo en el que ocurren los fenómenos, identifica perfectamente las frecuencias, pero no el instante de tiempo; por esta razón utilizamos la STFT y la transformada Wavelet.

Los espectrogramas obtenidos con la ventana Hamming son los siguientes:

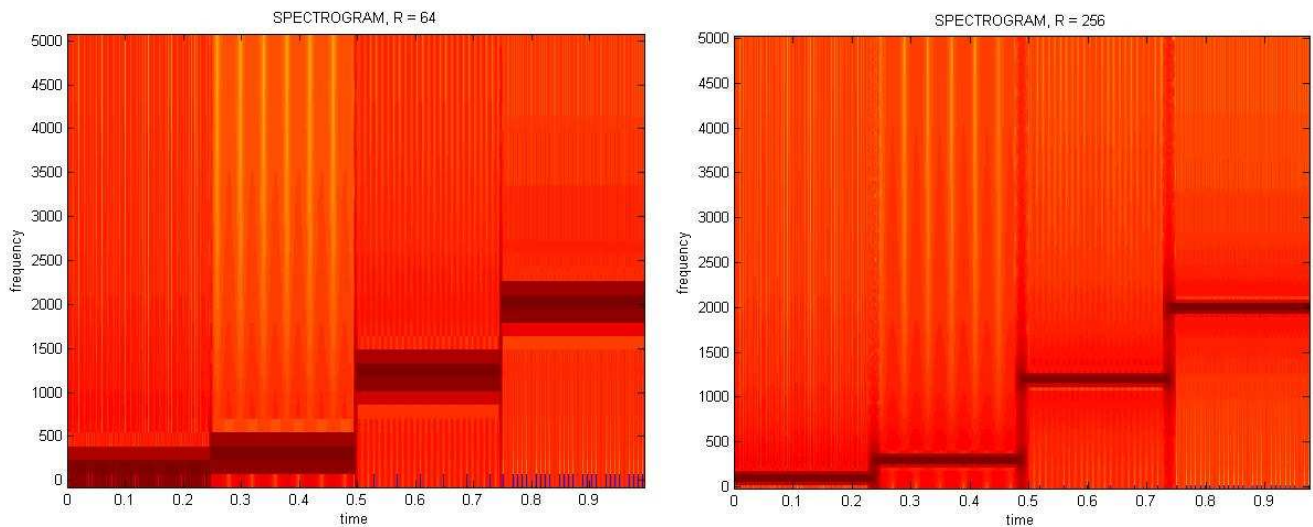


Figura 7.2.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64 y 256. Señal de 100, 300, 1200, 2000 Hz

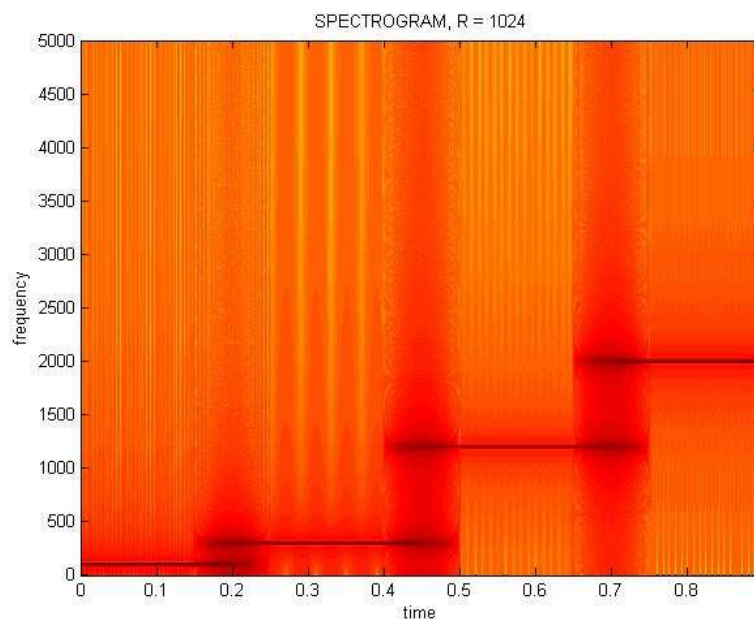


Figura 7.3.- Espectrograma con anchura de ventana de 1024. Señal de 100, 300, 1200, 2000 Hz

Este análisis es muy semejante al anterior no homogéneo, tenemos que llegar a un acuerdo de resolución y debemos decidir que nos interesa más, en el caso de tener una ventana estrecha se puede visualizar muy bien en el instante de tiempo en el que ocurre las frecuencias, pero la resolución frecuencial no es muy buena, pero como la señal que estamos analizando posee frecuencias muy separadas entre sí, utilizando un ancho de ventana de 256 obtenemos un buen análisis, ya que tenemos una resolución temporal más que aceptable y una buena resolución frecuencial.



Vamos a ver que sucede ahora con la transformada Wavelet, como siempre utilizamos una Wavelet db6, y obtenemos los siguientes gráficos.

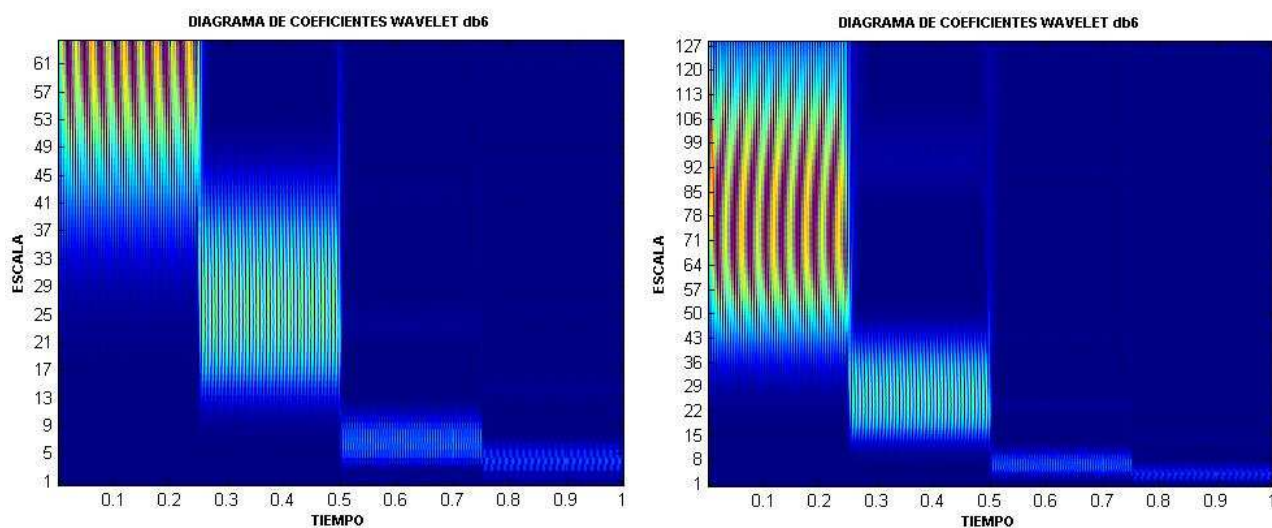


Figura 7.4.- Transformadas Wavelet con escalas de 64 y 128. Señal de 100, 300, 1200 y 2000Hz

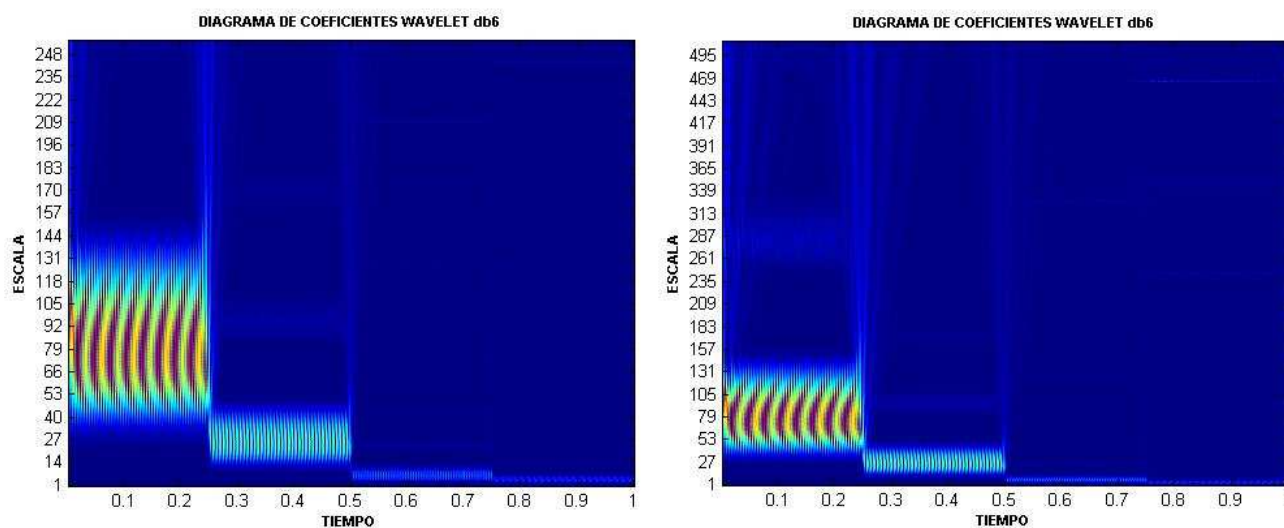


Figura 7.5.- Transformadas Wavelet con escalas de 256 y 512. Señal de 100, 300, 1200 y 2000Hz

Para una escala pequeña de 64 no somos capaces de identificar la frecuencia más baja de 100 Hz., pero nos basta una escala de 128 para poder identificar correctamente las 4 frecuencias de la señal, utilizar escalas más altas no merece la pena ya que se realiza un cálculo innecesario porque no existen coeficiente a tan altas escalas. En el caso de que hubiéramos tenido una frecuencia muy baja de 10 o 20 Hz, es imprescindible haber utilizado una escala mayor si queremos visualizar dicha frecuencia, pero como no es así, nos basta con una escala de 128.

Como comparativa entre los dos métodos, los dos reflejan muy bien las frecuencias, si queremos ser exhaustivos en el análisis, la STFT visualiza mejor el



régimen frecuencial, pero la transformada Wavelet obtiene muy buenos resultados temporales; por esta razón podemos ir concluyendo en que la transformada Wavelet es un método especialmente dedicado para señales no estacionarias. Como resumen, cualquier método es bueno para analizar este tipo de señales, en el que las frecuencias son muy diferenciables.

7.2 ANÁLISIS 6.2. FRECUENCIAS MUY JUNTAS [500Hz, 525Hz, 575Hz y 600Hz]

Vamos a llevar a cabo el mismo análisis anterior de señal no homogénea pero ahora las frecuencias que tenemos son frecuencias muy juntas en el espectro. La señal es la siguiente:

$$w(t) = \begin{cases} 1\text{sen}(2\pi 500t) \rightarrow 0 \leq t \leq 0.25 \\ 1\text{sen}(2\pi 525t) \rightarrow 0.25 < t \leq 0.5 \\ 1\text{sen}(2\pi 550t) \rightarrow 0.5 < t \leq 0.75 \\ 1\text{sen}(2\pi 600t) \rightarrow 0.75 < t \leq 1 \end{cases}$$

Como se puede ver en la ecuación tenemos una señal con frecuencias de 500, 525, 575 y 600 Hz. en todo el espectro. La representación temporal y el FFT de la señal es: [Figura 7.6]

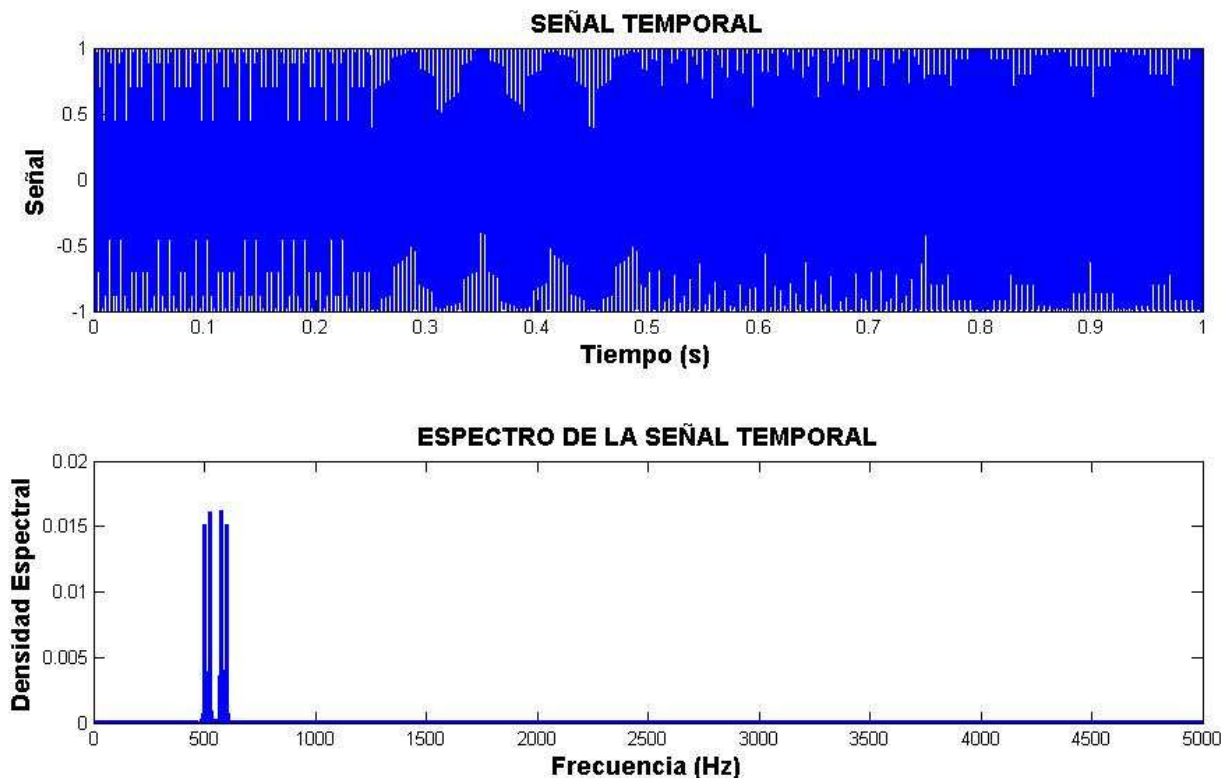


Figura 7.6.- Señal temporal y FFT de una señal de 500, 525, 550, 600 Hz*

*Nota: La parte totalmente en azul de la seña la frecuencia es tan alta que la resolución no distingue bien la señal sinusoidal

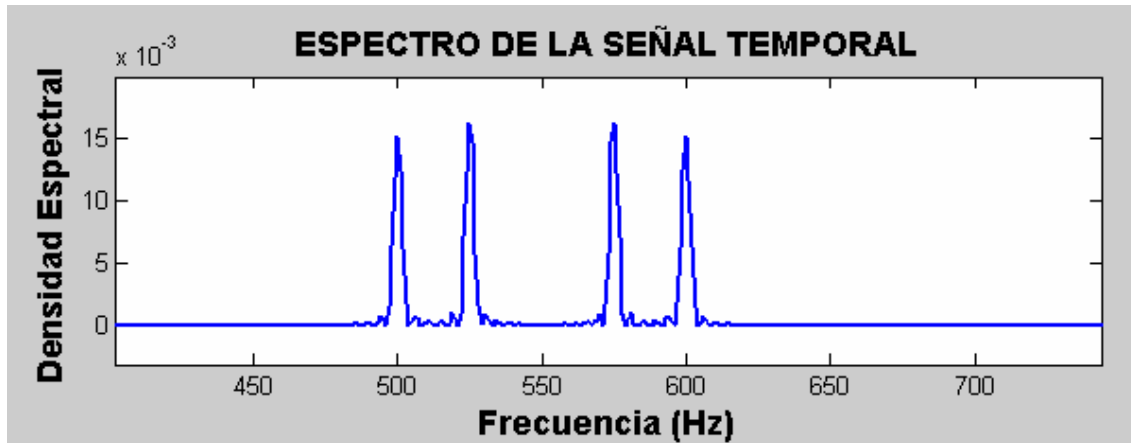


Figura 7.7.- Zoom del espectro de la señal de 500, 525, 550, 600 Hz*

*Nota: Hemos hecho un zoom del espectro para poder visualizar mejor las frecuencias que tenemos

Realizamos los espectrogramas de la señal con la ventana Hamming y obtenemos los siguientes gráficos:

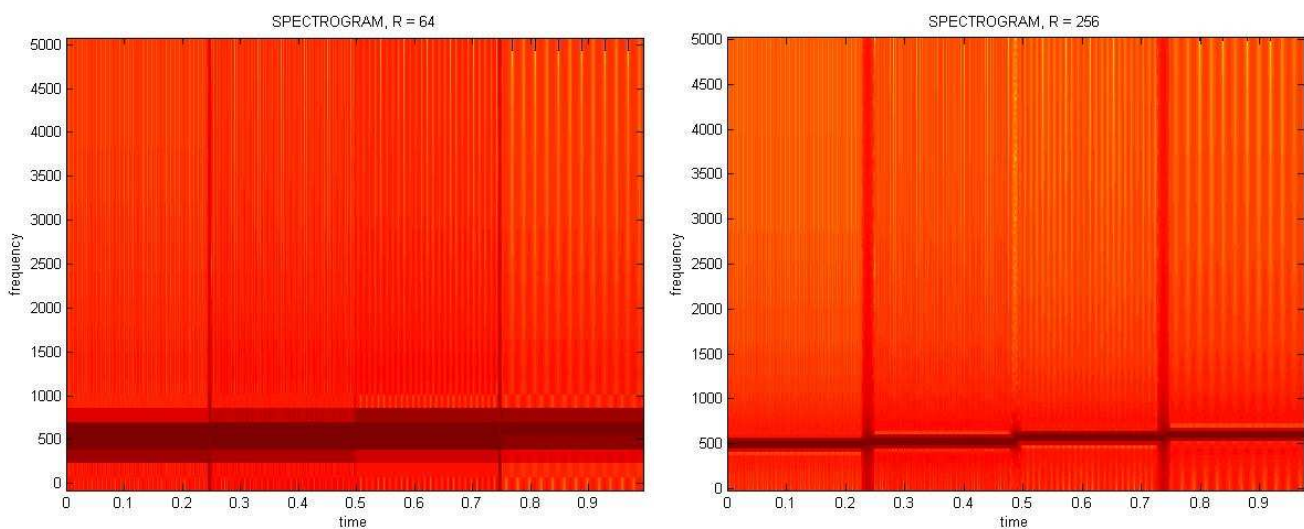


Figura 7.8.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64 y 256. Señal de 500, 525, 550, 600 Hz

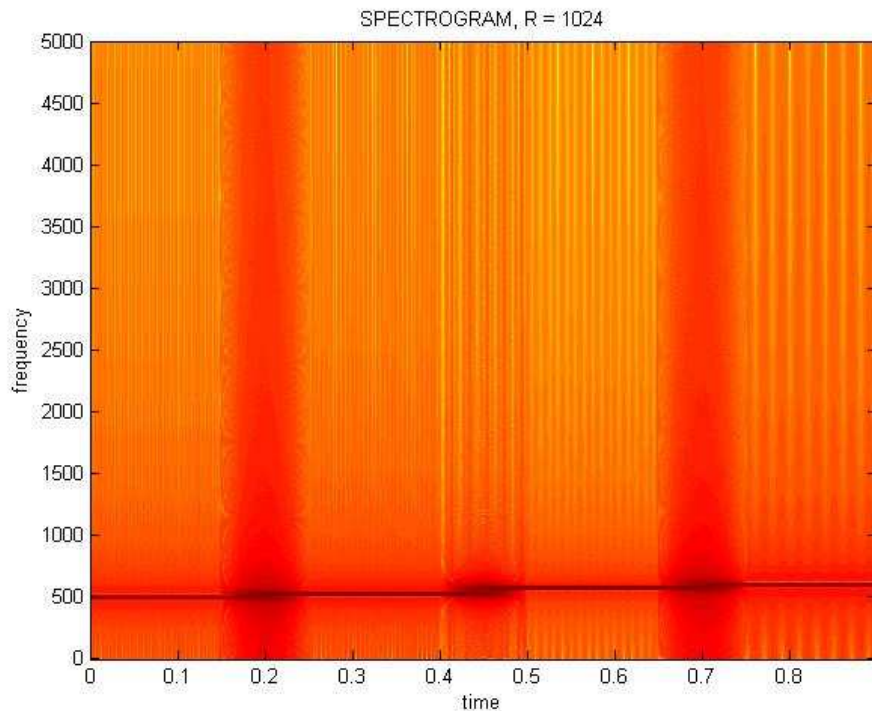


Figura 7.9.- Espectrograma con anchura de ventana de 1024. Señal de 500, 525, 575, 600Hz

Como se puede ver este análisis no es un buen análisis para poder identificar las frecuencias de la señal, como tenemos señales con frecuencias muy próximas necesitamos un ancho de ventana muy grande para poder visualizar correctamente las frecuencias de la señal, pero lo que conseguimos con esto es perder un mucha resolución temporal, y las señales como que se superponen, no se puede identificar correctamente cuando se cambia de señal.

Al hacer a transformada Wavelet con db6 obtenemos lo siguiente:

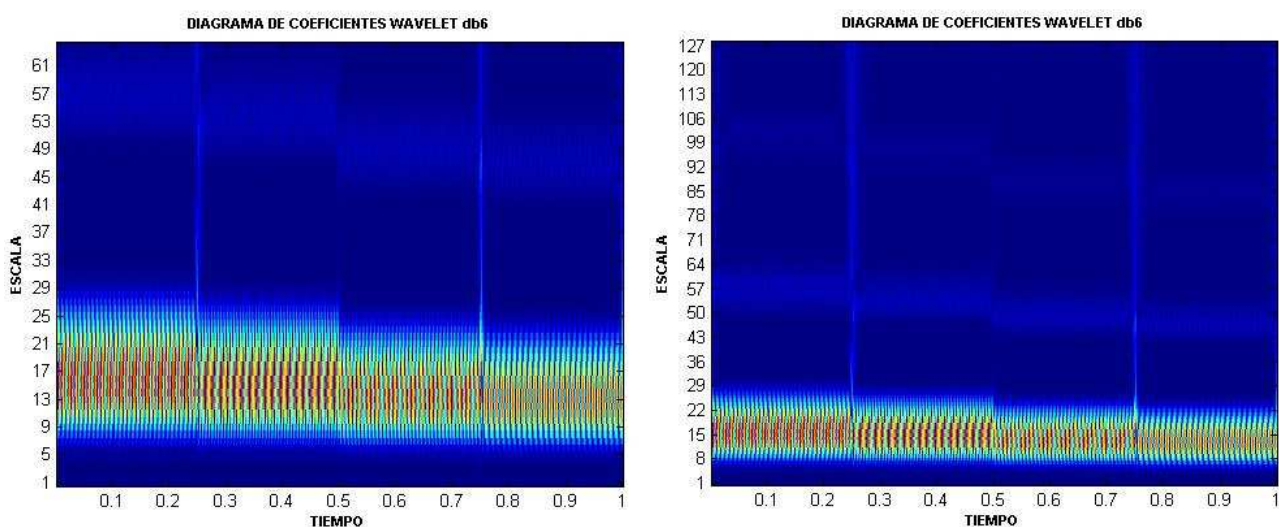


Figura 7.10.- Transformadas Wavelet con escalas de 64, 128. Señal de 500, 525, 575 y 600Hz

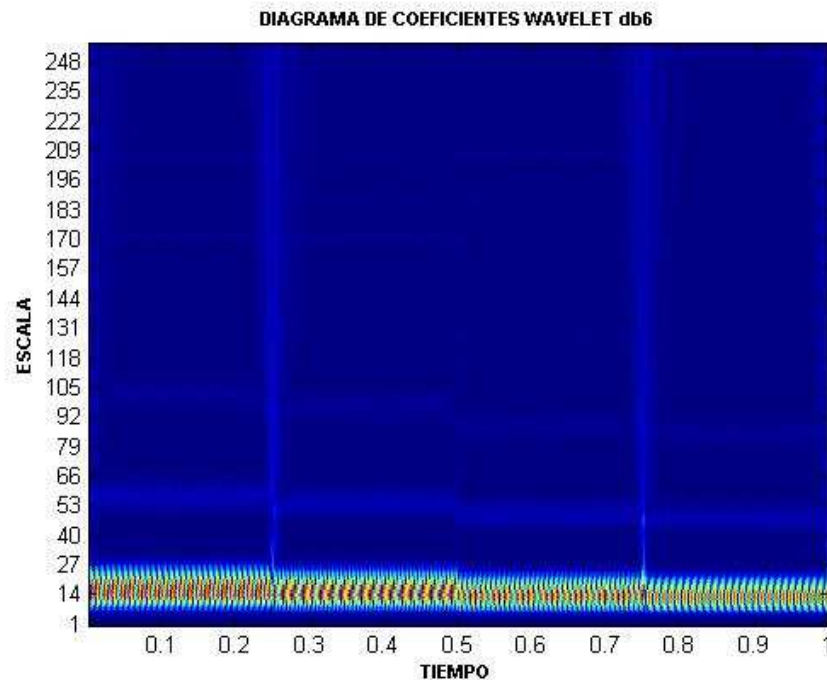


Figura 7.11.- Transformada Wavelet con escala de 256. Señal de 500, 525, 575 y 600Hz

Se observa que mas o menos obtenemos un buen análisis de la señal en términos de frecuencia, y podemos observar que en resolución temporal tenemos un más que aceptable análisis. Para este caso nos bastaría una escala pequeña, de 64, ya que con esta escala ya somos capaces de identificar las frecuencias de la señal, podemos observar como en el gráfico de escalas 64 se observa clarísimamente las diferentes señales en el tiempo y también podemos observar un buen resultado frecuencial.

Como conclusión establecemos que para señales muy juntas en frecuencia y no estacionarias el método de la transformada Wavelet ya va teniendo mayor sentido utilizarlo, ya que se obtienen conclusiones más claras y algo mejor que la STFT.





CAPITULO 8

ANÁLISIS 7: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA CON PICOS DE ALTA FRECUENCIA



8. ANALISIS 7: SEÑAL SENOIDAL NO ESTACIONARIA CON PICOS DE ALTA FRECUENCIA

La señal que tenemos es una señal senoidal no estacionaria en el tiempo, con frecuencias muy parecidas durante todo su espectro; y puntualmente vamos a tener unos picos de alta frecuencia y alta amplitud en determinados momentos de la señal. La señal consta de cuatro franjas de 500, 525, 575, 600 Hz de frecuencia y dentro de cada franja existe en un determinado periodo corto de tiempo, un pulso, donde la frecuencia es mucho mayor, 3000Hz, y la amplitud es de 10.

La representación temporal y el FFT de la señal es: *[Figura 8.1]*

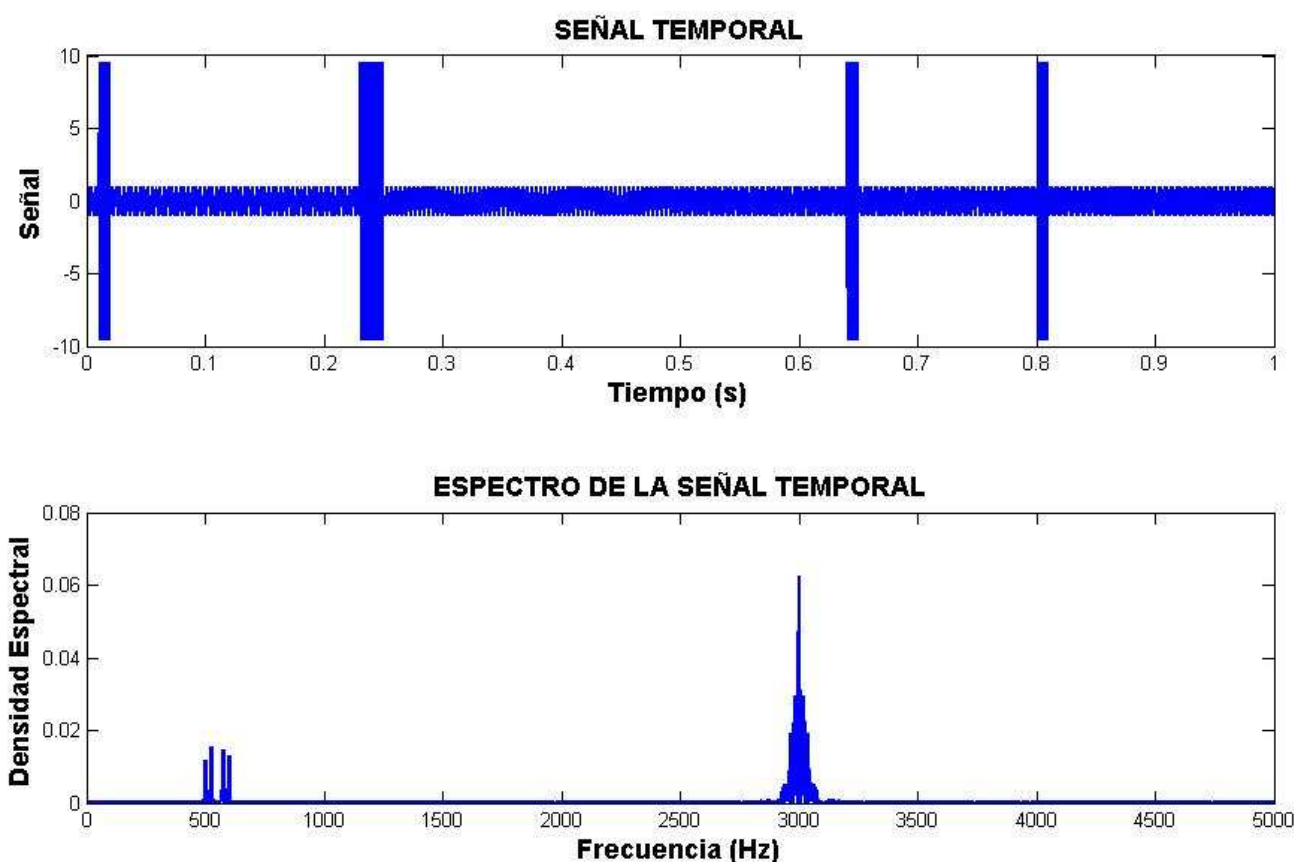


Figura 8.1.- Señal temporal y FFT de una señal de 500, 525, 575, 600 Hz con picos de señal de 3000Hz.

Realizamos los espectrogramas de la señal con la ventana Hamming y obtenemos los siguientes gráficos:

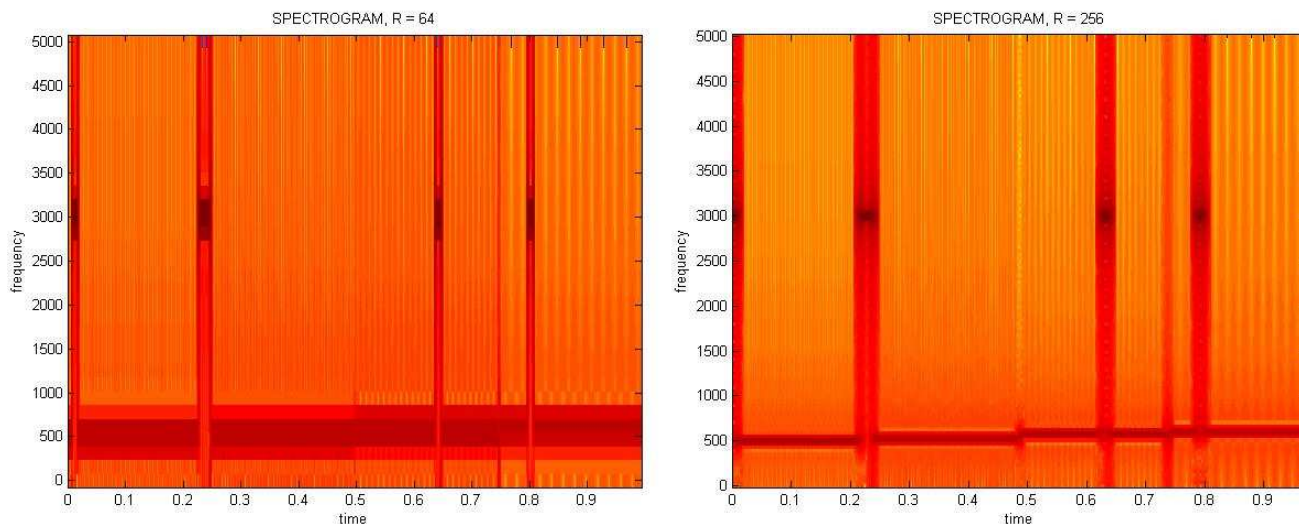


Figura 8.2.- Espectrogramas con anchura de ventana de 64 y 256. Señal de 500, 525, 575, 600Hz. con picos de 3000Hz.

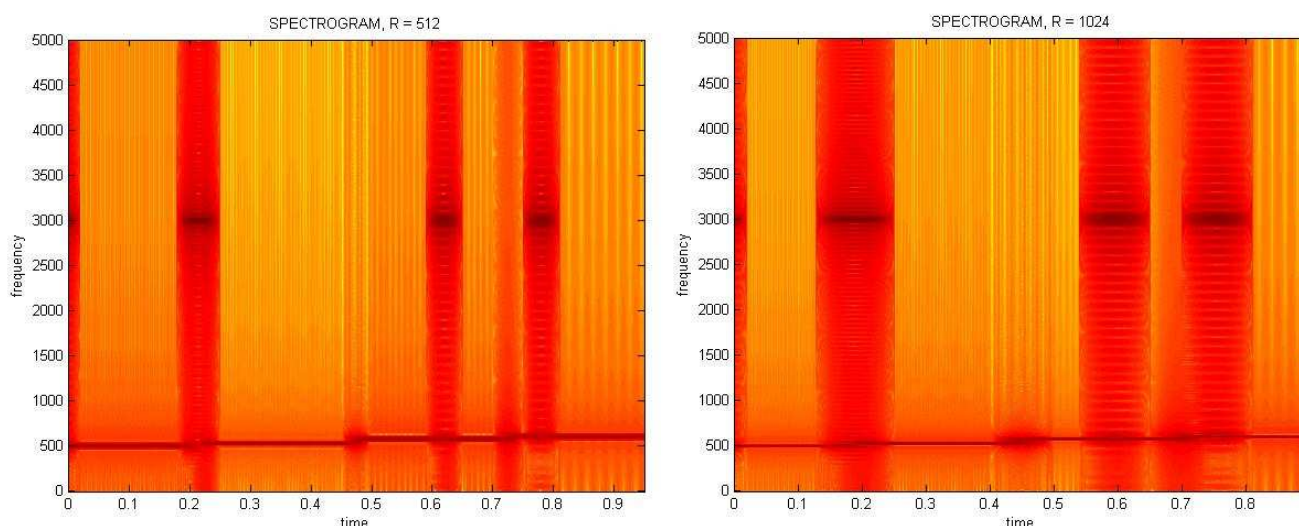


Figura 8.3.- Espectrogramas con anchura de ventana de 512 y 1024. Señal de 500, 525, 575, 600Hz. con picos de 3000Hz.

Podemos observar que el espectrograma que mejor se adecua a la señal es aquel que se realiza con una ventana de 256 de ancho, ya que como se puede observar, ventanas más altas distorsionan mucho la precisión temporal. Este tipo de análisis es un buen criterio a la hora de analizar picos de frecuencias, ya que se puede ver aproximadamente el instante y la frecuencia en la que ocurre dicho pico claramente, las 4 manchas oscuras, corresponden a los diferentes picos de la señal, y la mancha continua de frecuencia 500Hz aprox. corresponde al resto de la señal.

Ahora vamos a ver que obtenemos al hacer la transformada Wavelet con db6:

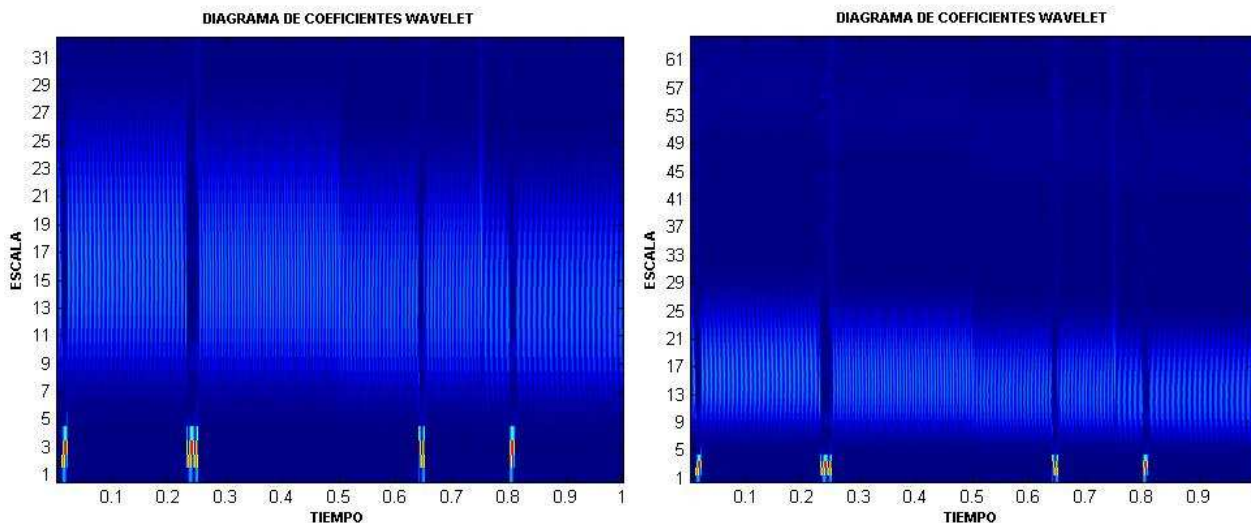


Figura 8.4.- Transformadas Wavelet con escalas de 32 y 64. Señal de 500, 525, 575 y 600Hz y picos de 3000 Hz

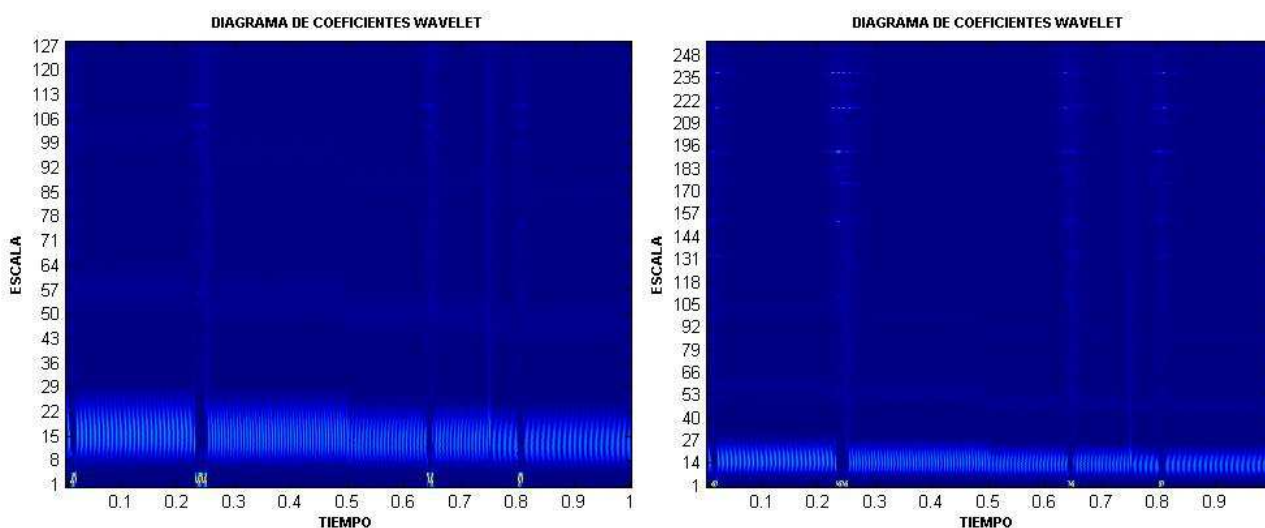


Figura 8.5.- Transformadas Wavelet con escalas de 128 y 256. Señal de 500, 525, 575 y 600Hz y picos de 3000 Hz

Como se puede observar este análisis de la transformada Wavelet es un método mas adecuado cuando estamos analizando pulsos puntuales de alta frecuencia; su resolución temporal es muy aceptable en cualquier escala, y se puede observar que con una representación de escala baja, es decir para 64 e incluso para 32 se puede ver correctamente los 4 picos diferenciados para de alta frecuencia. En este caso las escalas bajas identifican correctamente las frecuencias del sistema porque tenemos una señal de frecuencias altas, alrededor de 500Hz y picos de 3000Hz.

Una conclusión muy satisfactoria de este análisis es que a la hora de comprobar señales con picos de alta frecuencias en su espectro, aplicar la transformada Wavelet es un método que observa mejor que la STFT lo que esta sucediendo en la señal, por esta razón, la transformada Wavelet va ser uno de los métodos que utilizaremos con mayor



detenimiento a la hora de analizar una señal de defecto, como por ejemplo una señal de defecto en una máquina rotatoria en el que el defecto viene dado por una pequeña grieta en algún lugar de uno de los rodamientos.

De esta forma y habiendo analizados todos estos ejemplos sencillos y viendo que método es el más adecuado en cada momento dependiendo de la señal, ahora vamos a centrarnos en el análisis que sí nos resulta más interesante y es el porqué de este proyecto final de carrera, el análisis de señales de defectos de rodamientos; y haremos un análisis exhaustivo de estos tipos de señales haciendo un estudio y comparación utilizando la STFT y la transformada Wavelet con sus diferentes ventanas y Wavelet madre respectivamente.





SECCIÓN 2

ANALISIS DE SEÑALES EMITIDAS POR UN RODAMIENTO CON DEFECTO

CAPITULO 9 INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES DE RODAMIENTOS

CAPITULO 10 PROGRAMA ADEVI 5.0

CAPITULO 11 SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA DE UN RODAMIENTO

CAPITULO 12 SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 10HZ.

CAPITULO 13 SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 20, 30, 40 y 50HZ.

CAPITULO 14 SELECCIÓN FINAL DE LA WAVELET MADRE EN DEFECTO INTERNO

CAPITULO 15 SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO EXTERNO EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.

CAPITULO 16 SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO DE UN ELEMENTO RODANTE EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.

CAPITULO 17 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS





CAPITULO 9

INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES DE RODAMIENTOS



9. INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES DE RODAMIENTOS

Como ya hemos dicho vamos a comenzar con el estudio de una señal vibratoria de un defecto de un rodamiento, y el objetivo final del proyecto será obtener la mejor selección posible entre las diferentes ventanas de la STFT y las diferentes Wavelet madre de la transformada Wavelet que aporten de forma precisa tanto en el tiempo como en la frecuencia lo que está ocurriendo en dicha señal defectuosa; en dicho rodamiento.

Para ello vamos a empezar con un estudio inicial de señales simuladas mediante un programa de ordenador, en este caso simularemos la señal mediante el programa MATLAB® versión R2008a, más concretamente con una aplicación en Matlab llamada ADEVI 4.5 en el que se puede hacer un estudio de diferentes señales tanto de rodamientos como de engranajes. Nosotros nos centraremos en el estudio de los tres defectos más comunes en un rodamiento, que son el defecto en la pista interna, el defecto en la pista externa y un defecto de un elemento rodante del mismo. Todas estas señales son señales que han sido simuladas propiamente por dicho programa ADEVI 4.5, dicho programa se reprogramará y llegaremos a unas conclusiones en dicho proyecto para poder aplicarlas posteriormente a señales reales captadas en el laboratorio de una máquina rotatoria, pero en dicho proyecto no nos centraremos en señales reales, si no solo en simuladas, y se dejarán las señales reales para futuras investigaciones, pero se darán las pautas necesarias para que en un futuro dichas conclusiones teóricas puedan ser aplicadas a una señal real.



CAPITULO 10

PROGRAMA ADEVI 5.0

10. PROGRAMA ADEVI 5.0

ADEVI es un programa interactivo y con aplicaciones visuales creado en Matlab, más concretamente con el GUIDE de Matlab, por antiguos alumnos en sus respectivos proyectos fin de carrera.

Es un programa cuyo objetivo es facilitar la labor del usuario, y es un programa totalmente visual, orientado a facilitar la comprensión y visualización de los cálculos y las gráficas necesarias para el análisis de vibraciones de un ensayo dado, así como de la simulación de vibraciones por defecto tanto de un rodamiento como de un engranaje, nosotros nos centraremos en el análisis de defectos de un rodamiento tanto en su pista interna, externa y de su elemento rodante.

Hemos partido de una versión anterior, ADEVI 4.5, ya creada y programada anteriormente y en este proyecto se ha llevado a cabo su utilización para poder analizar las diferentes señales de interés, se hizo una reprogramación o una nueva versión de la aplicación para poder visualizar y obtener unos resultados y conclusiones más concretas, a la hora del estudio de señales en rodamientos, en la obtención de los espectrogramas de la señal y de la transformada Wavelet de la misma. Se creó por lo tanto la versión 5.0. Al final del proyecto se incluyen en los anexos los códigos de programación que se han llevado a cabo por la reprogramación o actualización.



Figura 10.1.- Portada del programa ADEVI 5.0



CAPITULO 11

SEÑAL VIBRATORIA **SIMULADA DE UN RODAMIENTO**



11. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA DE UN RODAMIENTO

Presentamos a continuación el modelo de señal de un rodamiento con diferentes defectos. El estudio que vamos a llevar a cabo es el estudio de 3 defectos diferentes.

- Defecto de anillo interior
- Defecto de anillo exterior
- Defecto de elemento rodante

Los tres defectos se implementan en Matlab mediante un programa que se encuentra en los Anexos del proyecto

A la hora de programar la simulación existen una infinidad de variables que determinan la señal de un rodamiento defectuoso, vamos por ejemplo a mencionar las principales variables en el caso de tener un defecto de pista interior:

- ***La amplitud debida a la carga sin compensar***, a su paso por el defecto (carga radial). Este valor expresa la relación entre la carga total aplicada sobre el rodamiento y la vibración registrada (las medidas registradas son las que se realizan con un acelerómetro y cuya amplificación vendrá establecida por un previo o acondicionador de la señal. Sus unidades podrían ser voltios, decibelios, u otro tipo de señal en la cual pueda ser expresada la amplitud de la vibración registrada).

- ***Frecuencia de giro del anillo interior***, para anillo exterior fijo. Se mide en hertzios.

- ***Velocidad de giro del anillo interior***, para anillo exterior fijo. Se mide en revoluciones por minuto.

- ***Influencia de la velocidad de giro*** en la amplitud de la vibración.

- ***Amplitud debida a la velocidad de giro***

- ***Datos geométricos del rodamiento:***

- Número de elementos rodantes
- Diámetro del elemento rodante
- Diámetro medio del rodamiento
- Diámetros de contacto de las circunferencias interiores y exteriores
- Angulo de contacto

- ***Frecuencia de paso de un defecto*** en las pistas interior y exterior de un rodamiento

- *Frecuencia natural* del sistema y *frecuencia* de vibración *amortiguada*
- *Factor de carga* del rodamiento con fallo
- *Tamaño del defecto*

A continuación podemos visualizar en el programa ADEVI todos estos parámetros que hemos mencionado y que se pueden introducir manualmente por el usuario para que obtengamos la simulación del defecto que queremos analizar, para este caso es un defecto de pista interior.

PARAMETROS PARA LA SIMULACION DE UN DEFECTO EN ANILLO INTERIOR

A. Características de la muestra		C. Características del rodamiento	
A.1. Frecuencia de muestreo	10000 Hz	C.1. Numero de elementos rodantes	13
A.2. Numero de puntos	20000	C.2. Diametro del elemento rodante	9.6 mm
		C.3. Diametro medio del rodamiento	46 mm
		C.4. Angulo de contacto del rodamiento	40 °

B. Características del sistema		D. Características del defecto	
B.1. Velocidad de giro	600 rpm 10 Hz	D.1. Tamaño efectivo de defecto en pista interior	1 mm
B.2. Relacion de amortiguamiento	0.3333	D.2. Frecuencia de paso por defecto (F.P.D.)	
B.3. Frecuencia natural del sistema	3500 Hz	D.2.1 F.P.D. En pista interior	75.39 Hz
B.4. Influencia de la velocidad en la amplitud	0.01	D.2.2 F.P.D. En pista exterior	54.61 Hz
B.5. Amplitud de vibracion		D.2.3 F.P.D. En elemento rodante	46.69 Hz
B.5.1. Por carga sobre el rodamiento	1	D.2.4 Frecuencia del tren fundamental	4.20 Hz
B.5.2. Ruido aleatorio	0		
B.5.3. Generada por el desequilibrio	0		
B.5.4. Max por carga sobre elemento rodante	0.4357		
B.5.5. Max por velocidad sobre elemento rodante	0.1000		
B.5.6. Max sobre elemento rodante	0.5357		
B.6. Zona de carga del rodamiento	0.5 180.00 °		

Figura 11.1.-Parámetros y variables para la simulación de la señal con defecto en pista interior

Como se puede observar los datos más importantes introducidos y que vamos a mantener constantes para todos nuestros análisis son los siguientes:

Frecuencia de muestreo=10000Hz

Número de puntos=20000

Tamaño de defecto=1mm

Frecuencia natural del sistema 3500Hz

Amplitud de vibración por carga de rodamiento=1

Zona de carga del rodamiento=180°

El análisis va consistir en ir cambiando la frecuencia de giro del sistema, es decir iremos cambiando la velocidad de giro del anillo interior manteniendo fijo el anillo exterior.

Vamos hacer 5 estudios de la señal simulada; a 10 Hz. (600 r.p.m), a 20 Hz. (1200 r.p.m), a 30 Hz. (1800 r.p.m), a 40 Hz. (2400 r.p.m), a 50 Hz. (3000 r.p.m). y analizaremos los diferentes resultados que iremos obteniendo con las diferentes ventanas en la STFT y las diferentes Wavelets madre en la transformada Wavelet

Como ejemplo se muestra la señal obtenida mediante la simulación de dicho defecto mediante el programa ADEVI 5.0 [Figura 11.2]

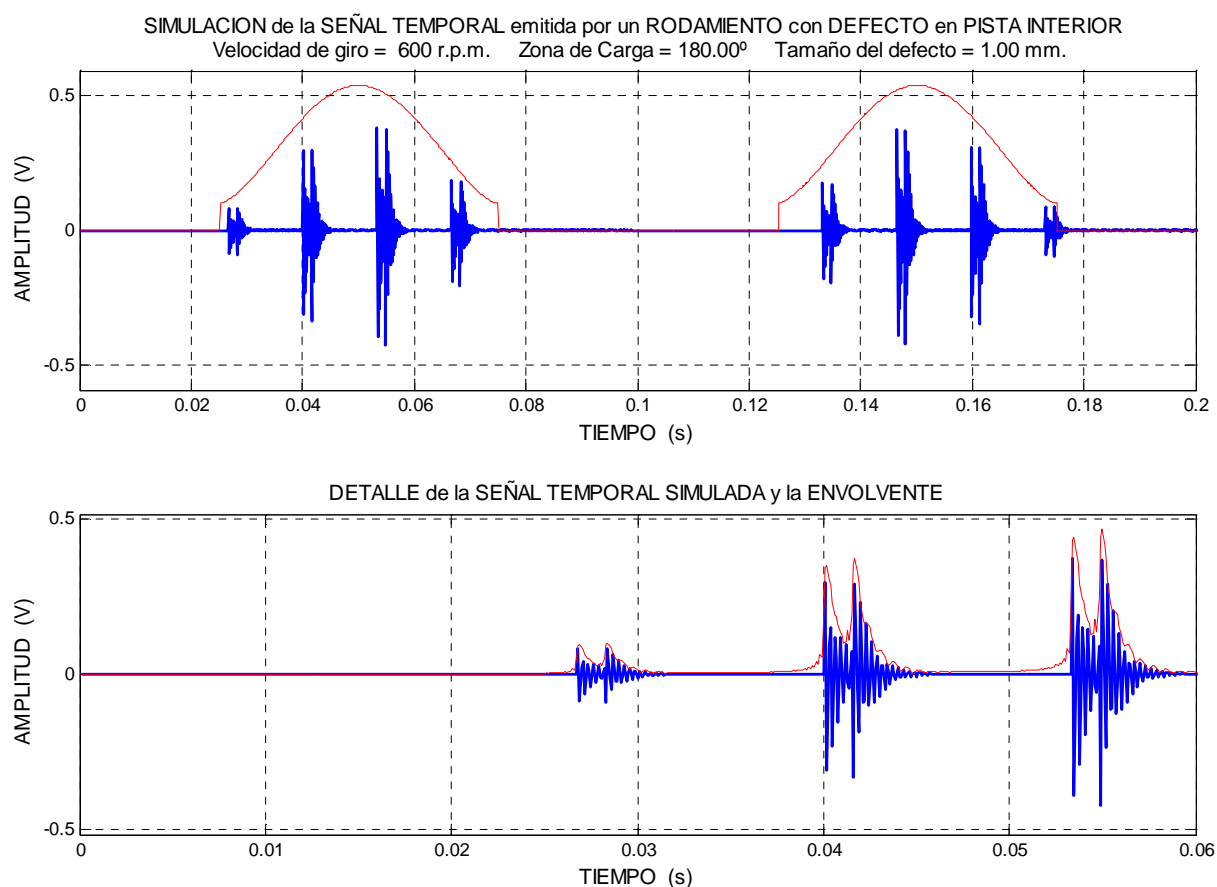


Figura 11.2.-Señal temporal y detallada de un rodamiento con defecto en pista interior.

Se observa en el primer gráfico que la línea azul representa la señal temporal emitida por el rodamiento y la línea roja representa la envolvente de la zona de carga que en este caso es de 0.5 es decir 180°. En el segundo gráfico se muestra en detalle la señal temporal, mientras que la línea roja muestra la envolvente de la señal anterior calculada como el valor absoluto de la transformada Hilbert.

También el mismo programa nos puede calcular el espectro de potencia del rodamiento y el espectro de potencia de la envolvente [Figura 11.3]

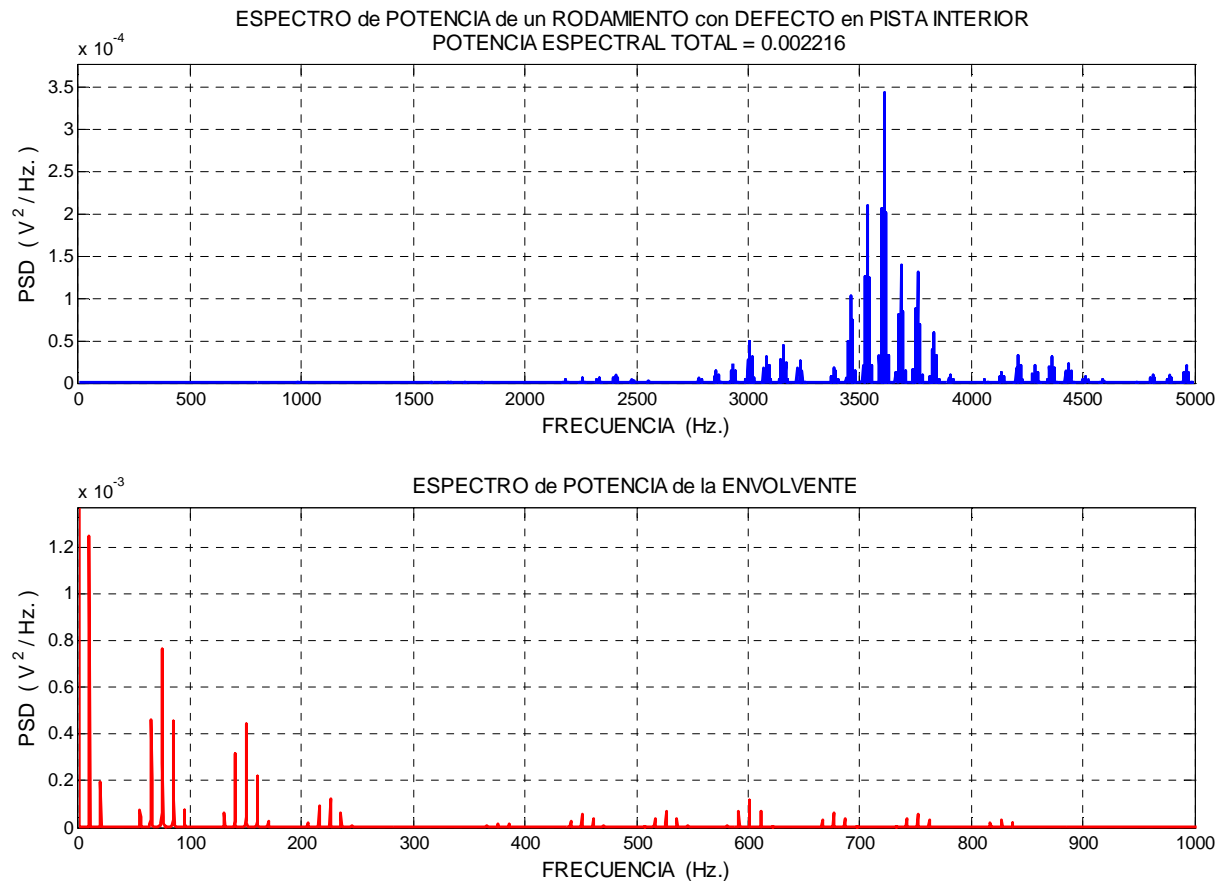


Figura 11.3.-Espectro de la señal y de la envolvente.

Una vez visto un ejemplo de una señal de la que vamos analizar nos centraremos en el análisis de los 5 estudios a las diferentes frecuencias de giro y de los 3 tipos diferentes defectos en los rodamientos visualizando los espectrogramas de la señal y la transformada Wavelet.





CAPITULO 12

SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA **CON DEFECTO INTERNO EN UN** **RODAMIENTO A 10HZ.**



12. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 10HZ.

El propósito de nuestro proyecto es conseguir una comparación entre la STFT y la transformada Wavelet analizando el espectrograma con diferentes ventanas y tamaños de la misma y la transformada Wavelet con diferentes Wavelets madre.

La primera señal a analizar consiste en una señal simulada de un rodamiento con un defecto en la pista interior, los parámetros y los datos de la señal son los que ya hemos mencionado anteriormente.

La señal temporal para una velocidad de 10 Hz (600 r.p.m) es la siguiente:

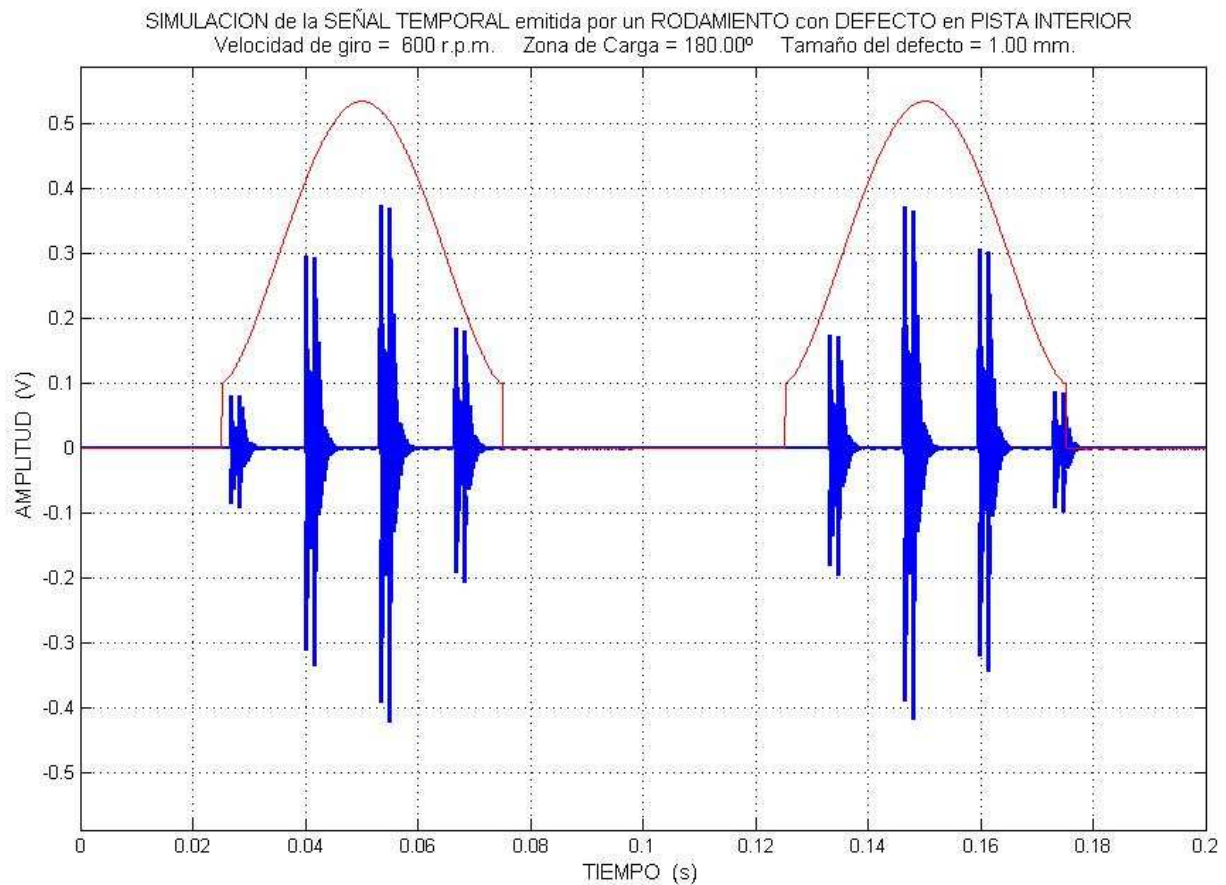


Figura 12.1.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz.



12.1 ESTUDIO DEL ESPECTROGRAMA. DEFECTO INTERNO 10HZ

Hemos realizado un análisis de los espectrogramas utilizando diferentes tipos de ventanas, para este primer análisis hemos mostrado la totalidad de los espectrogramas para que se pueda mostrar la diferencia existentes entre cada uno de ellos, hemos comparado diferentes anchos de ventana y el ancho de ventana que se adecua y representa mejor lo que esta sucediendo en la señal es un ancho de 128, el resultado es el siguiente:

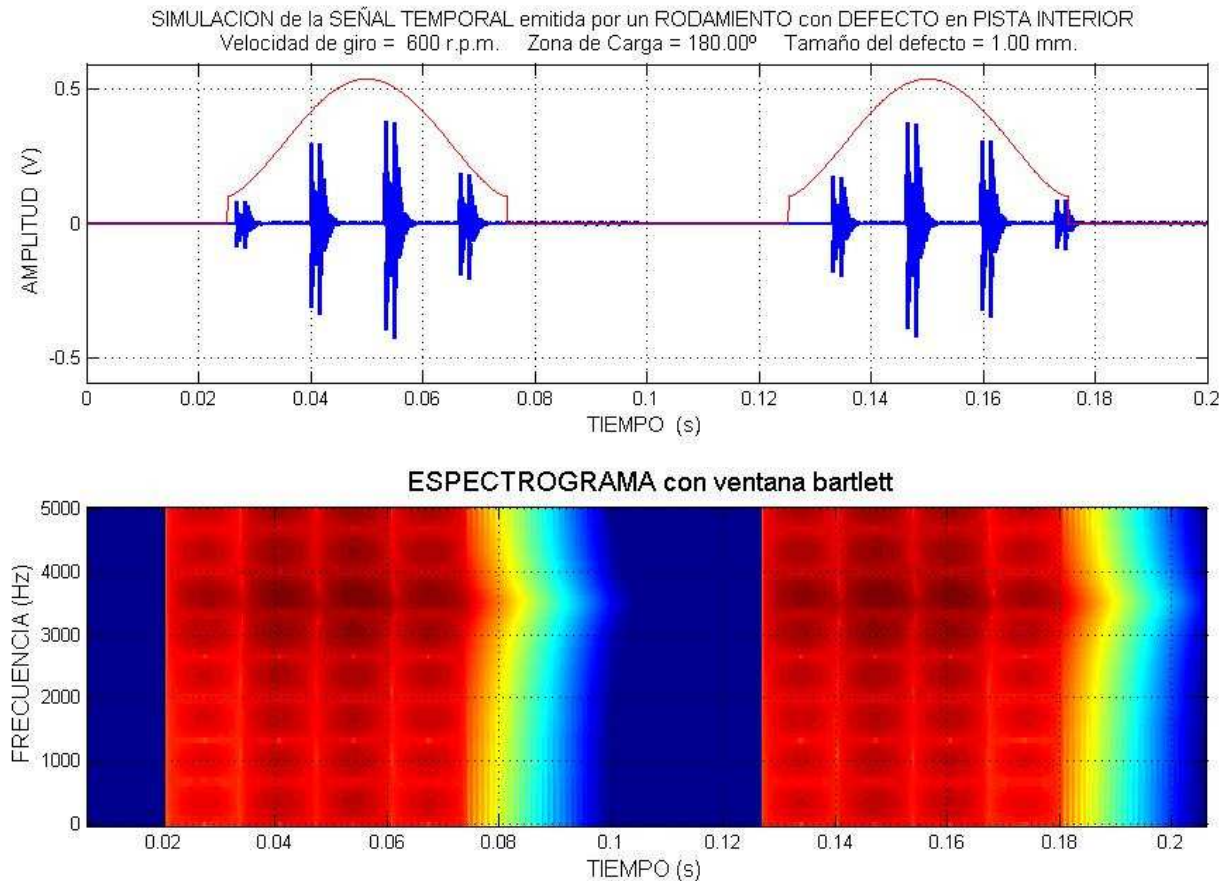


Figura 12.2.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Bartlett con ancho de ventana de 128

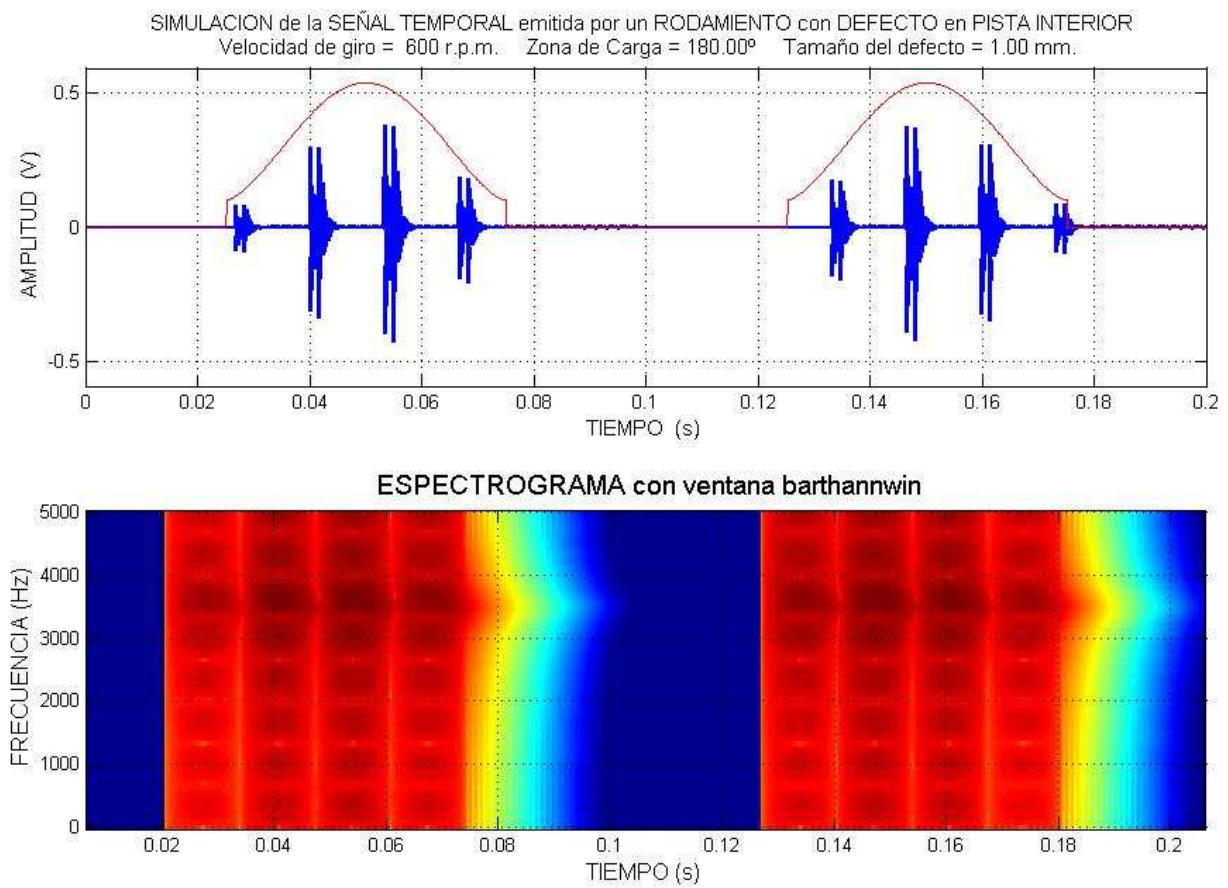


Figura 12.3.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Bartlett-Hanning modificado con ancho de ventana de 128

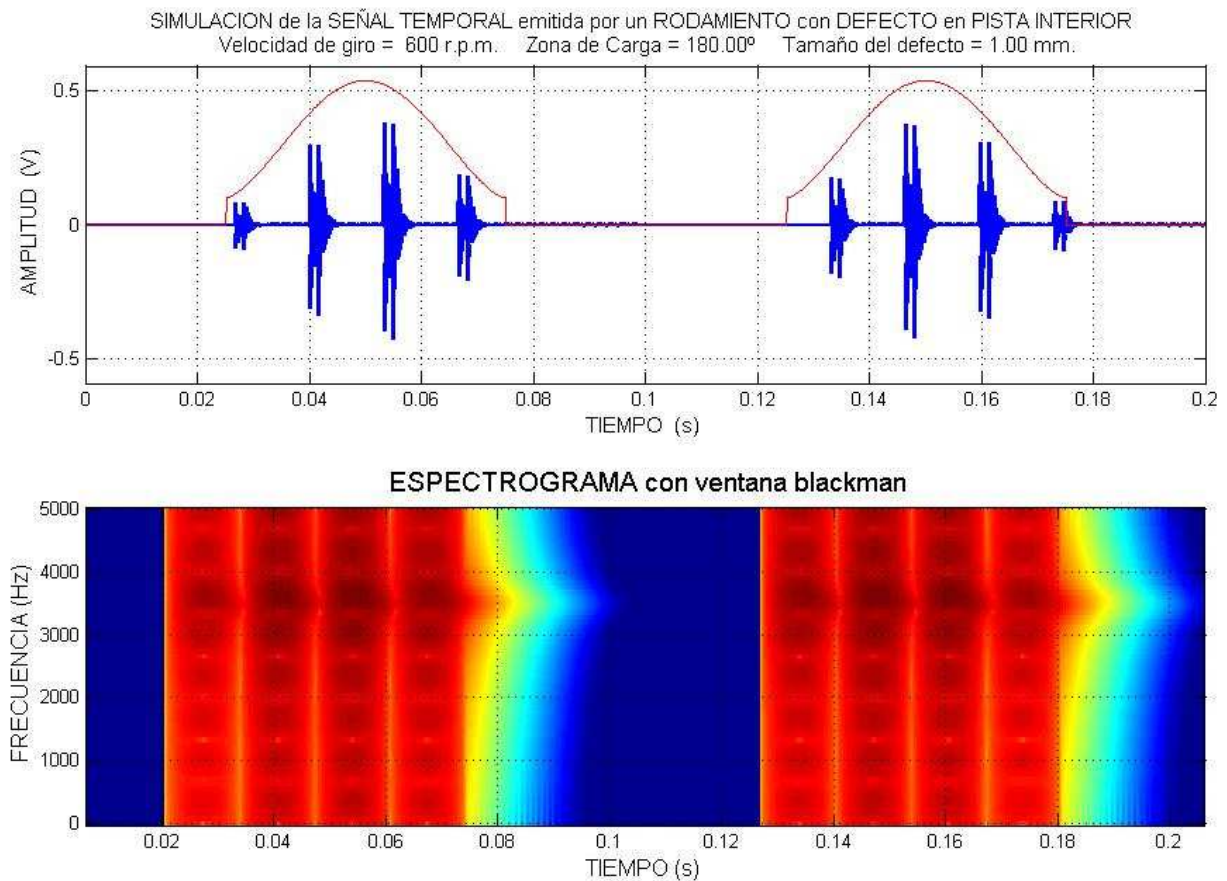


Figura 12.4.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Blackman con ancho de ventana de 128

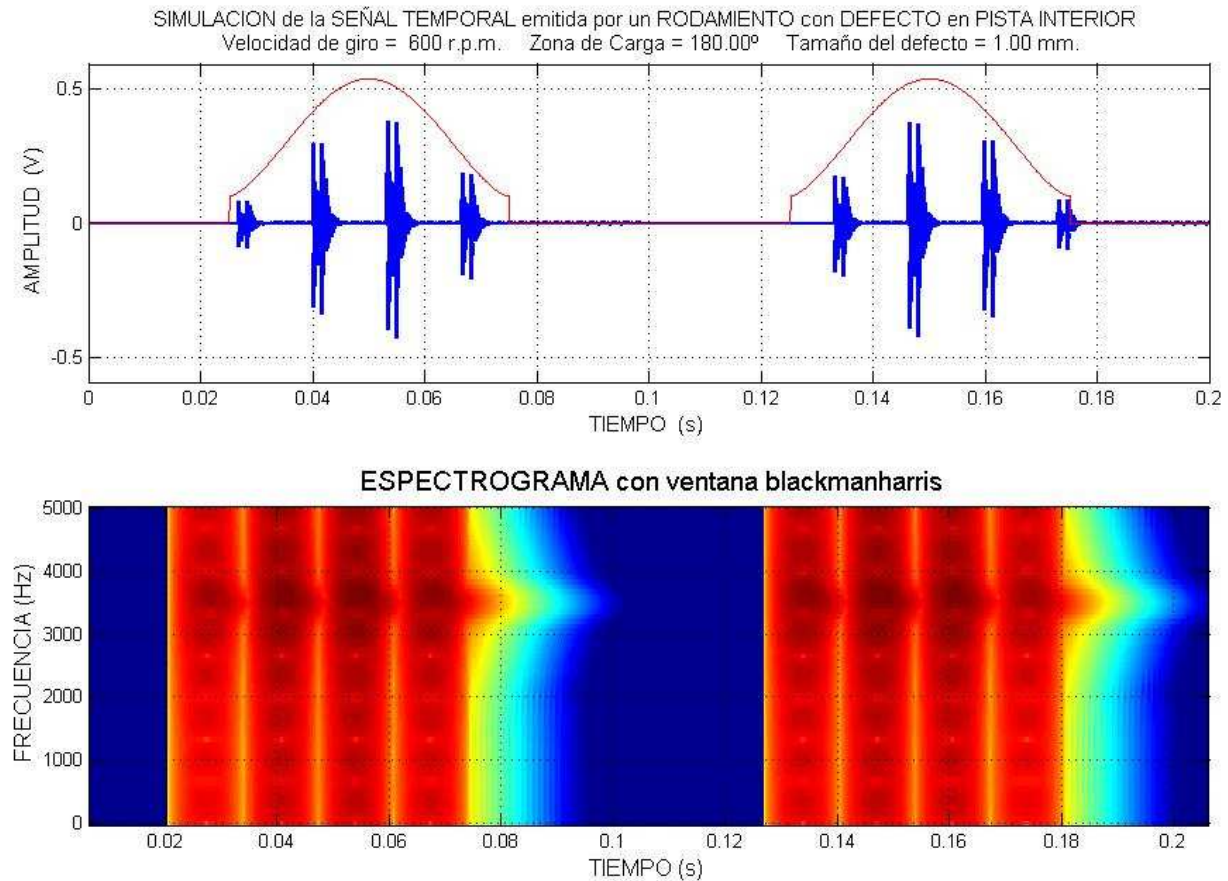


Figura 12.5.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Harris con ancho de ventana de 128

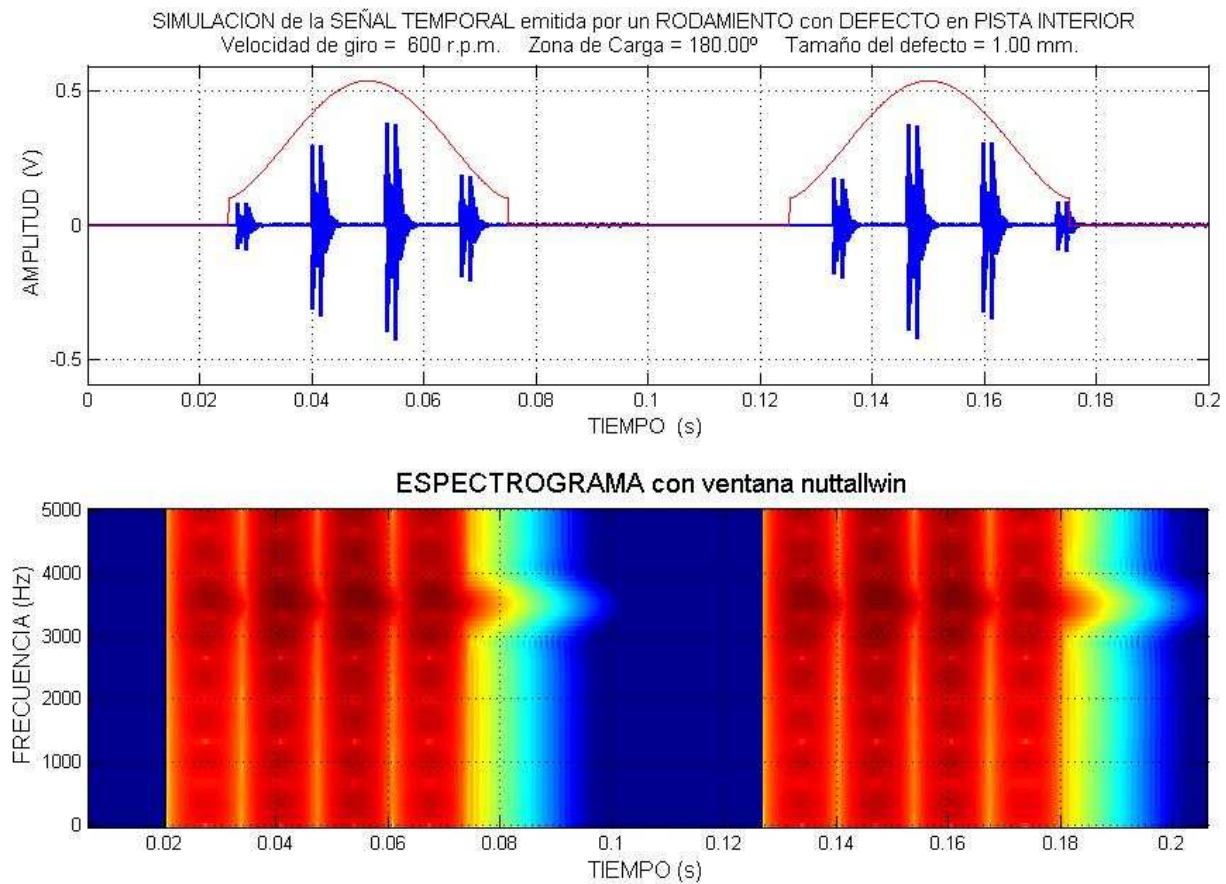


Figura 12.6.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Nuttall con ancho de ventana de 128

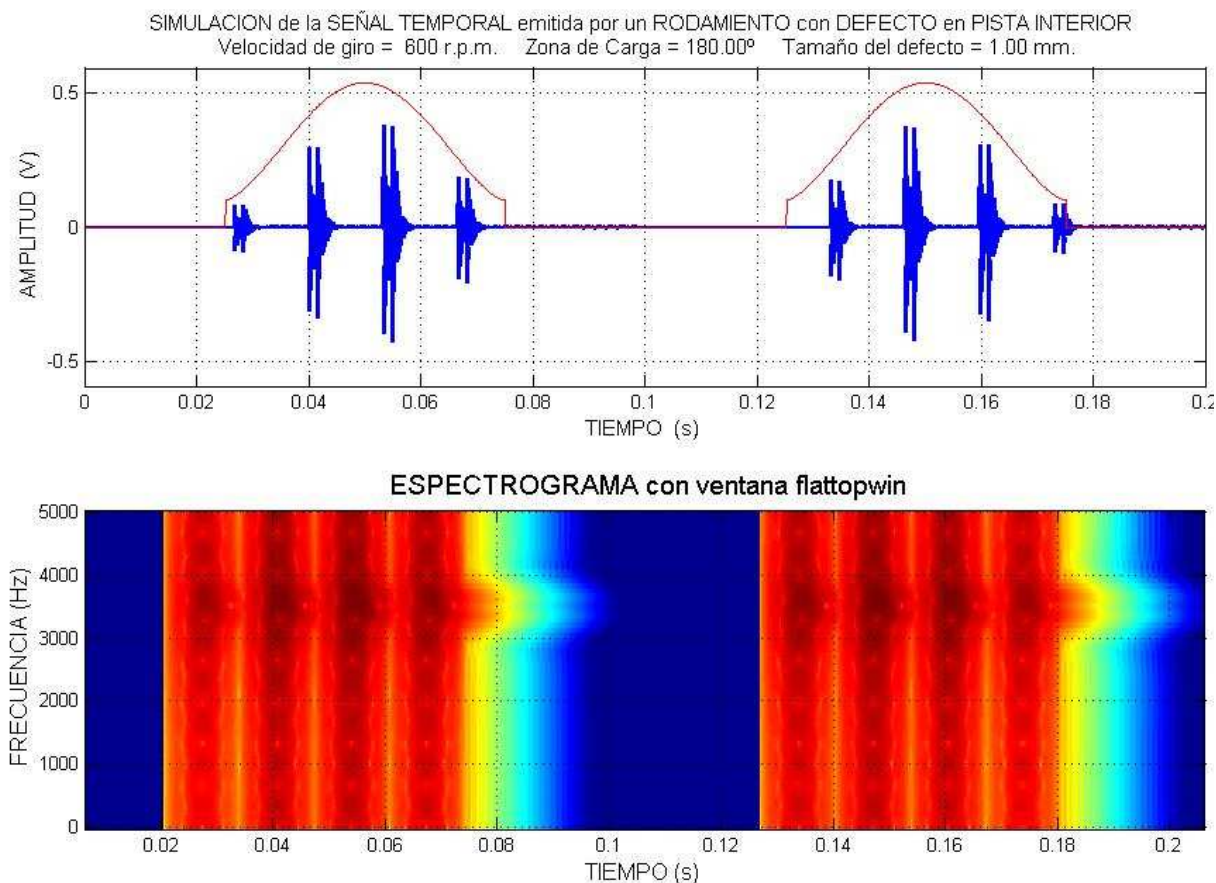


Figura 12.7.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 128

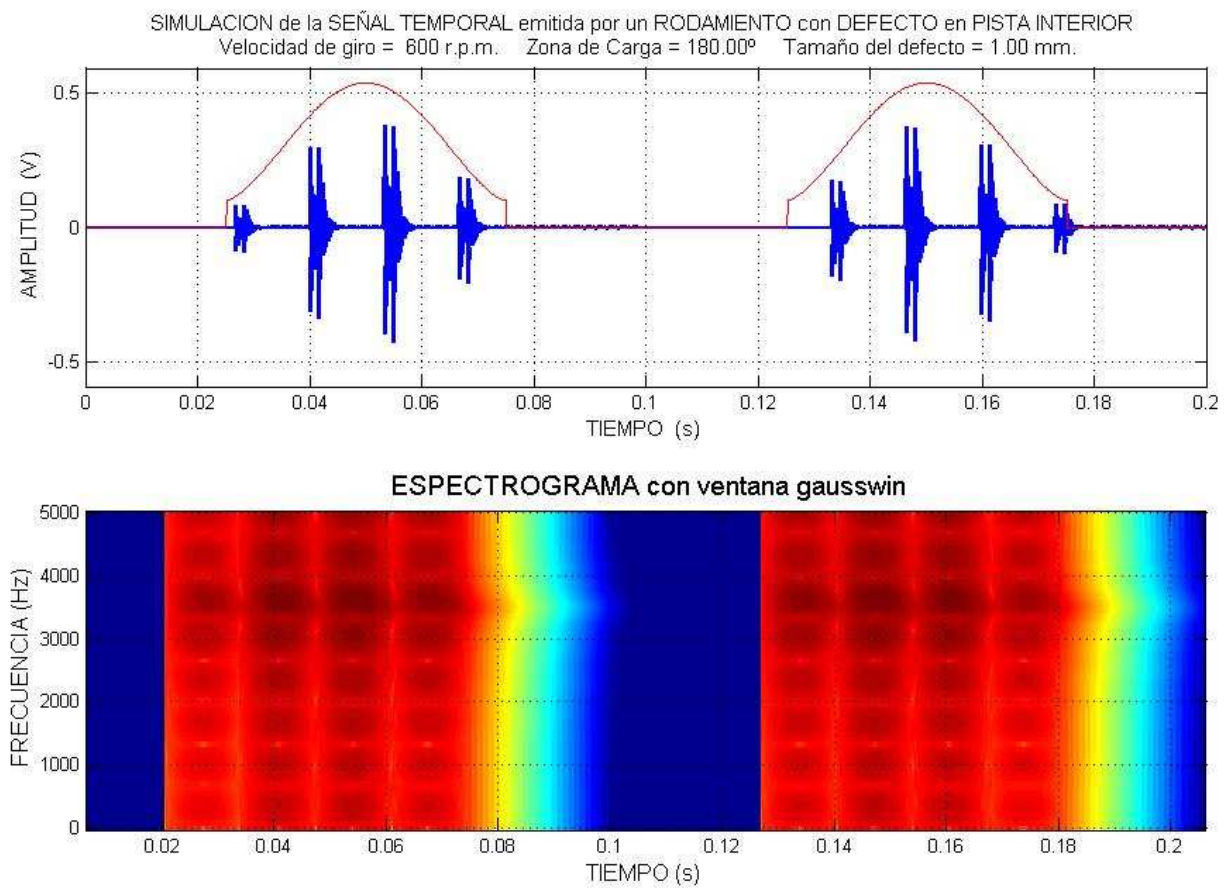


Figura 12.8.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Gaussiana con ancho de ventana de 128

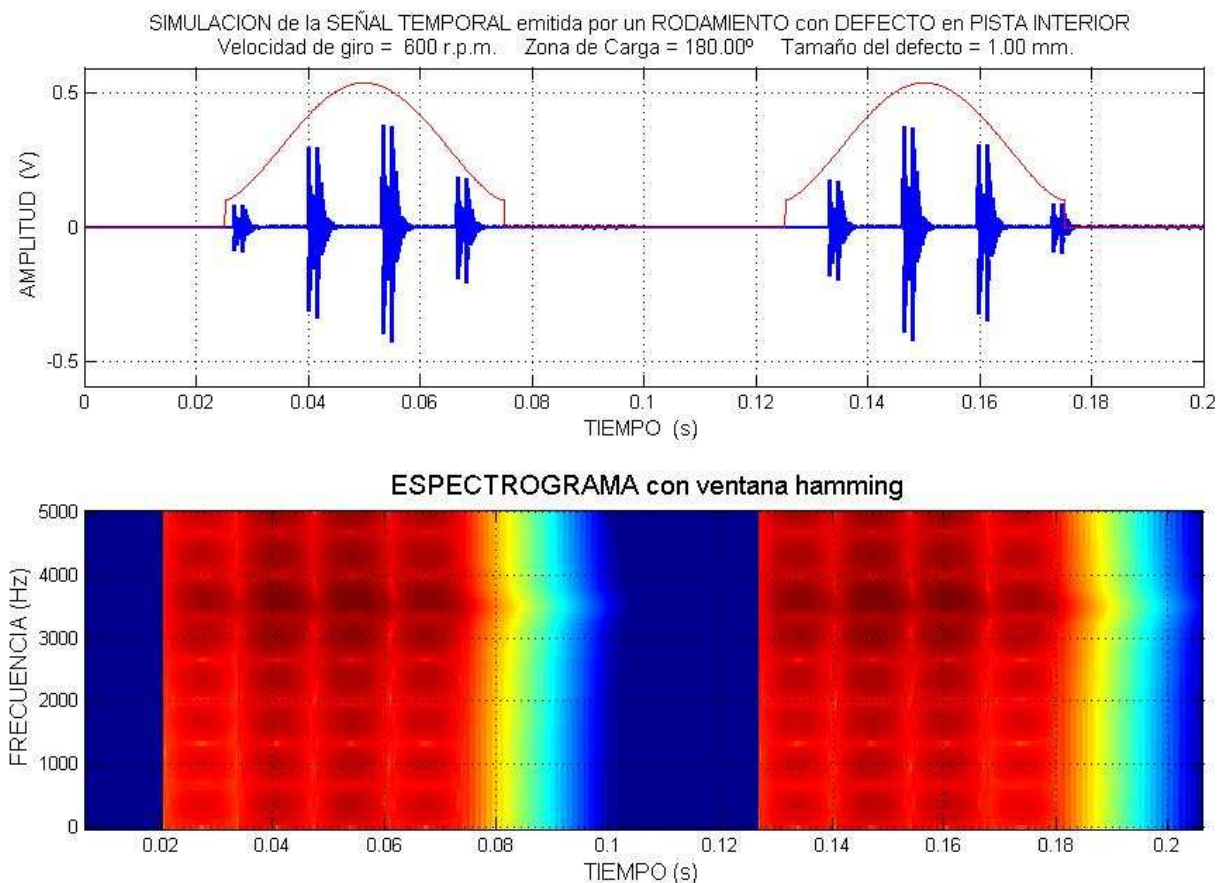


Figura 12.9.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Hamming con ancho de ventana de 128

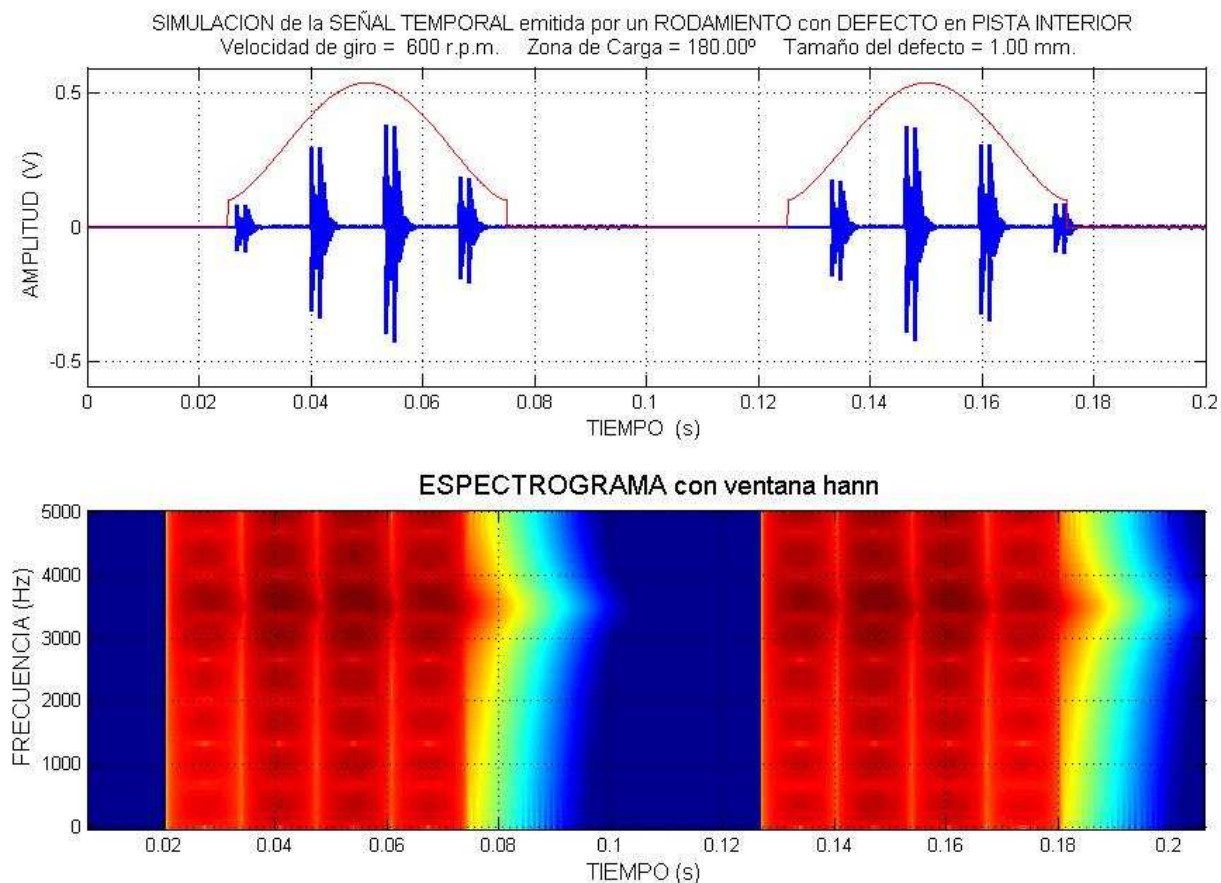


Figura 12.10.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Hann con ancho de ventana de 128

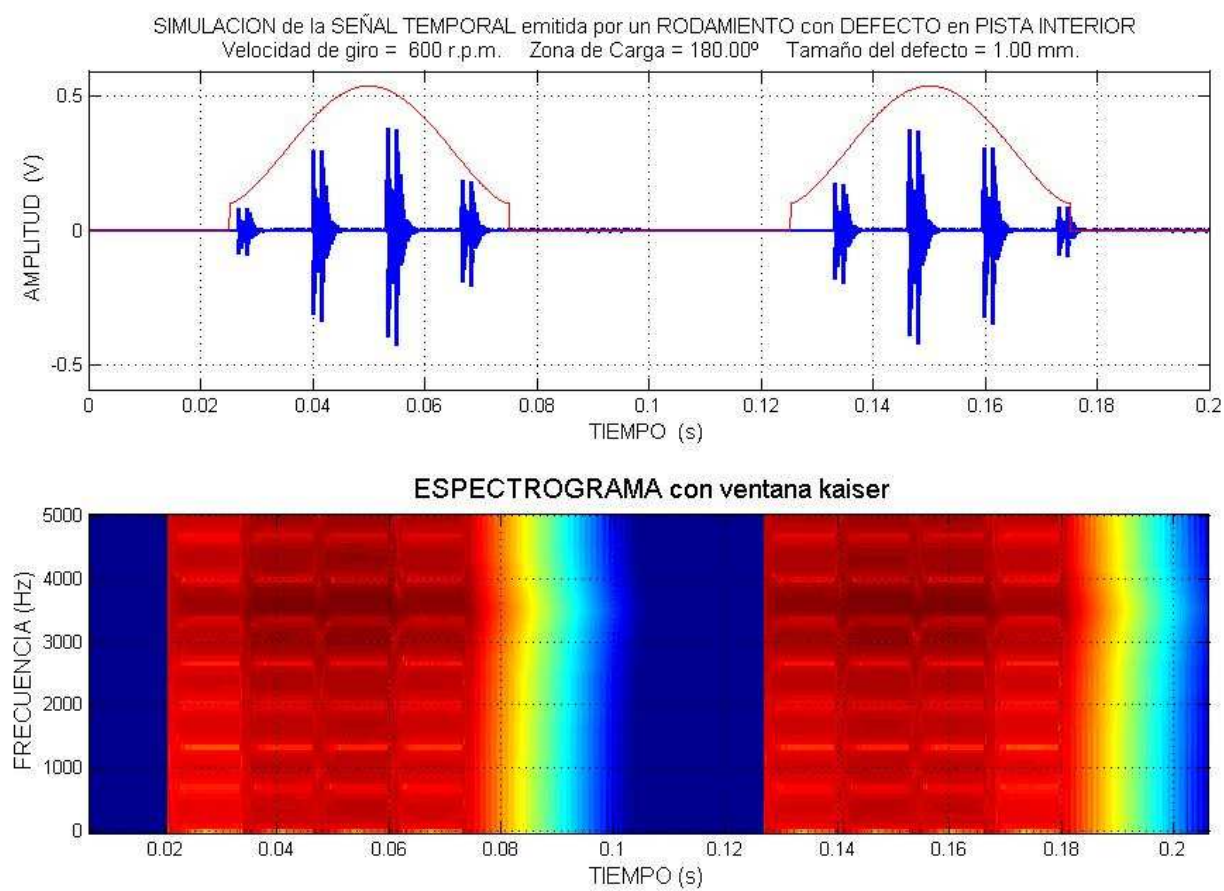


Figura 12.11.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Kaiser con ancho de ventana de 128

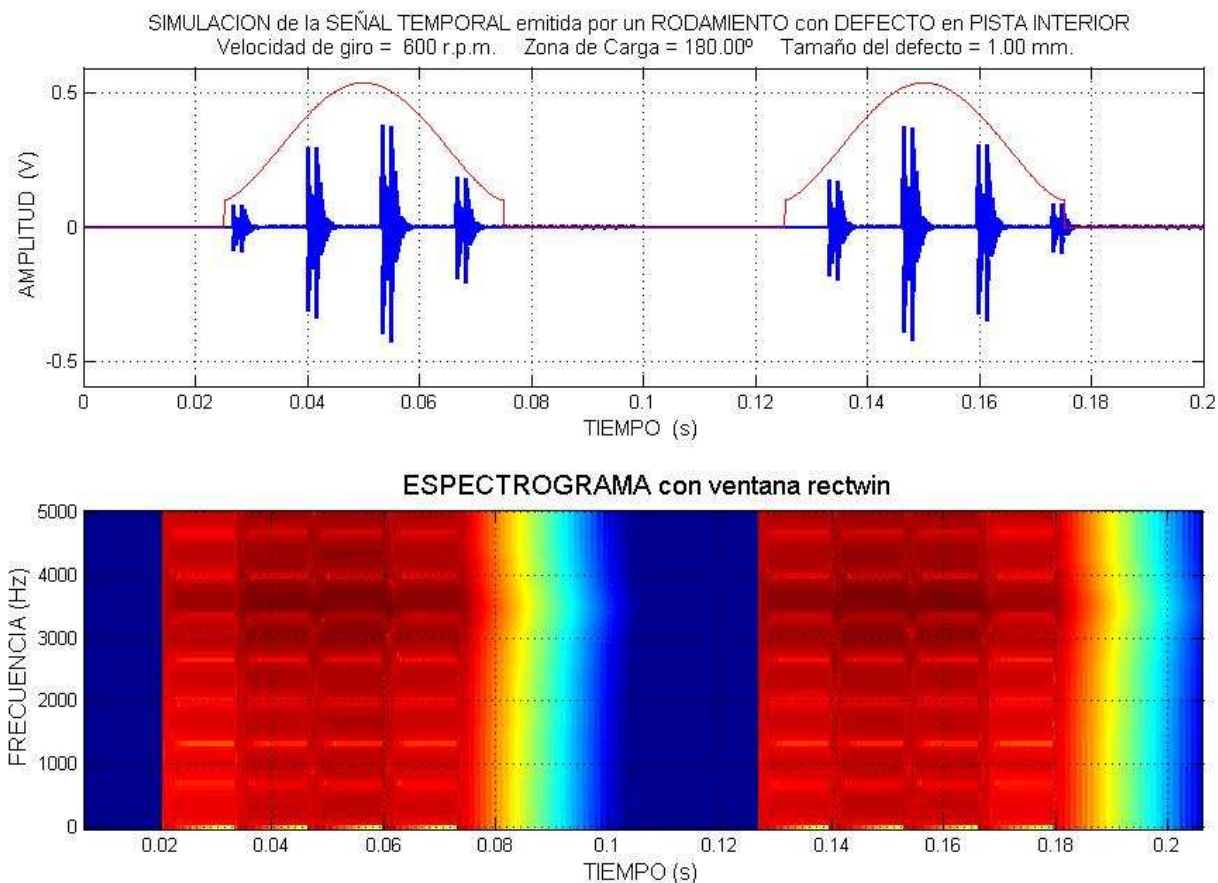


Figura 12.13.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Rectangular con ancho de ventana de 128

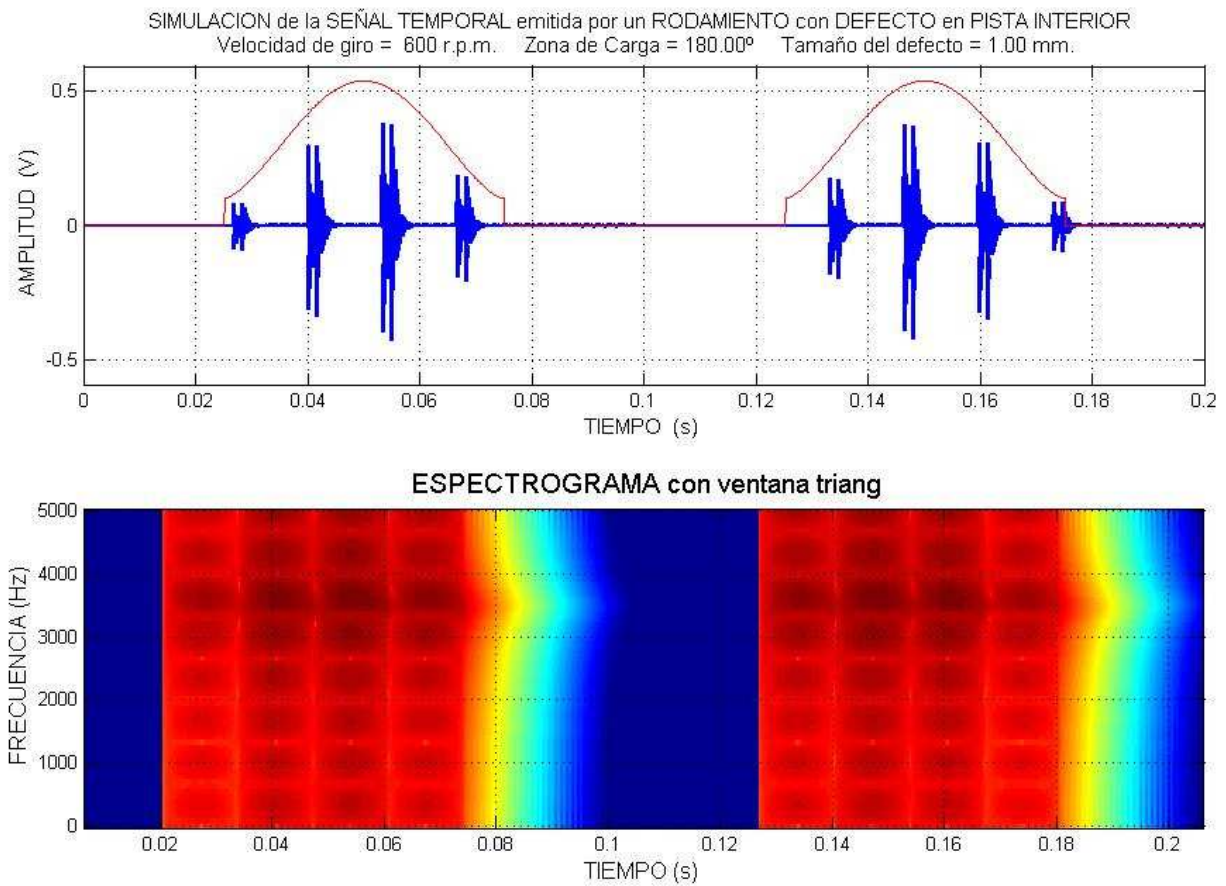


Figura 12.14.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Triangular con ancho de ventana de 128

Una vez visto todos los espectrogramas posibles de la señal a esta frecuencia, podemos concluir e ir descartando espectrogramas con ventanas en los que no obtenemos un resultado claro de la señal como puede ser los espectrogramas formados por las ventanas Rectangulares y Kaiser, ya que en estos gráficos en la resolución temporal conseguida no se observa correctamente los momentos en los que se produce el paso por el defecto. Por otro lado en los demás espectrogramas se obtienen más o menos unos resultados aceptables en los que se puede ver con mayor o menos claridad el defecto de la señal. Como conclusión hemos seleccionado una ventana Flat top. [Figura 12.15] para el análisis de este tipo de señal, también obtenemos muy buenos resultados con la ventanas Blackman, tanto la sencilla como con la Blackman-Harris y Blackman-Nuttall.

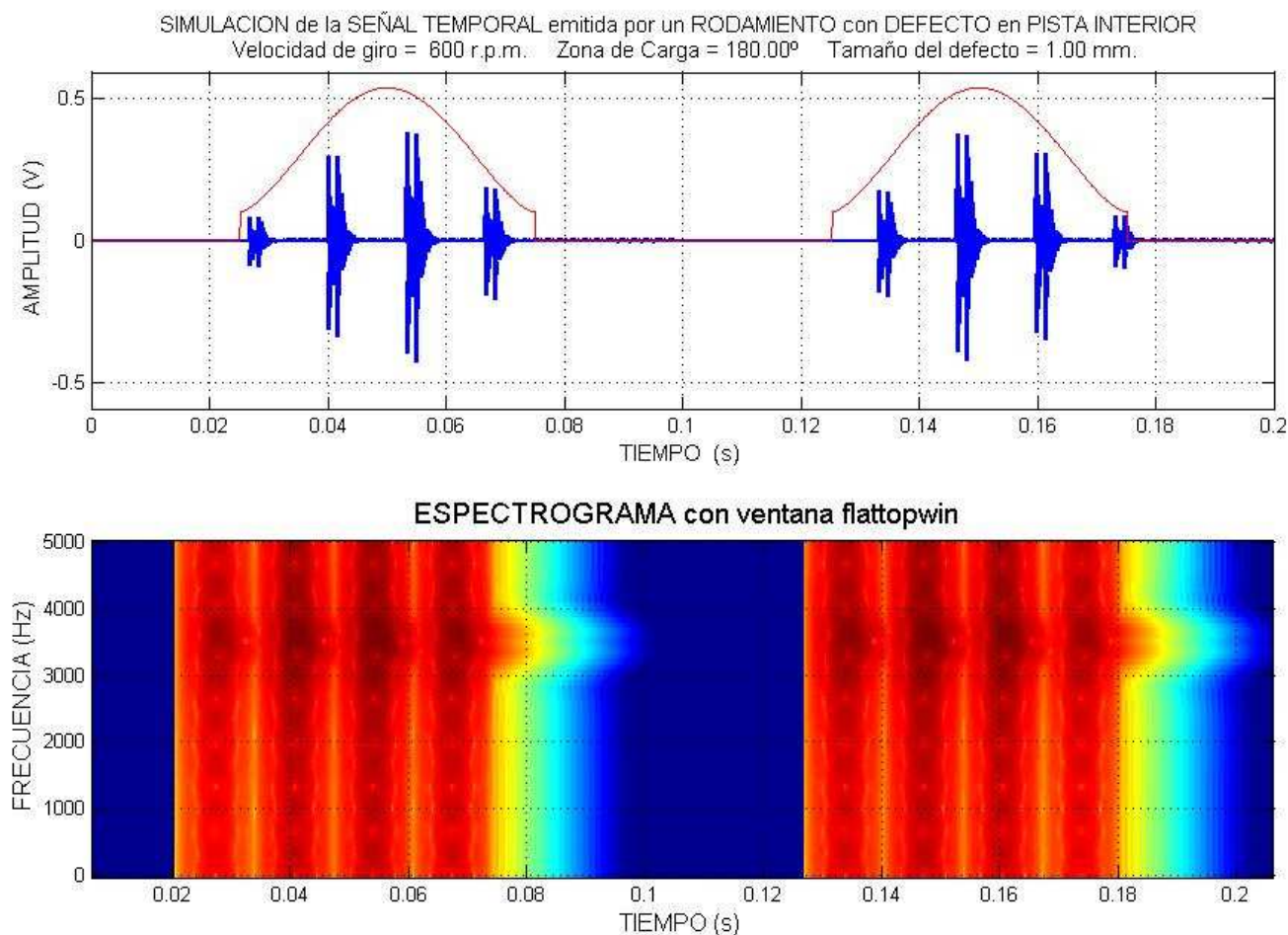


Figura 12.15.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 128

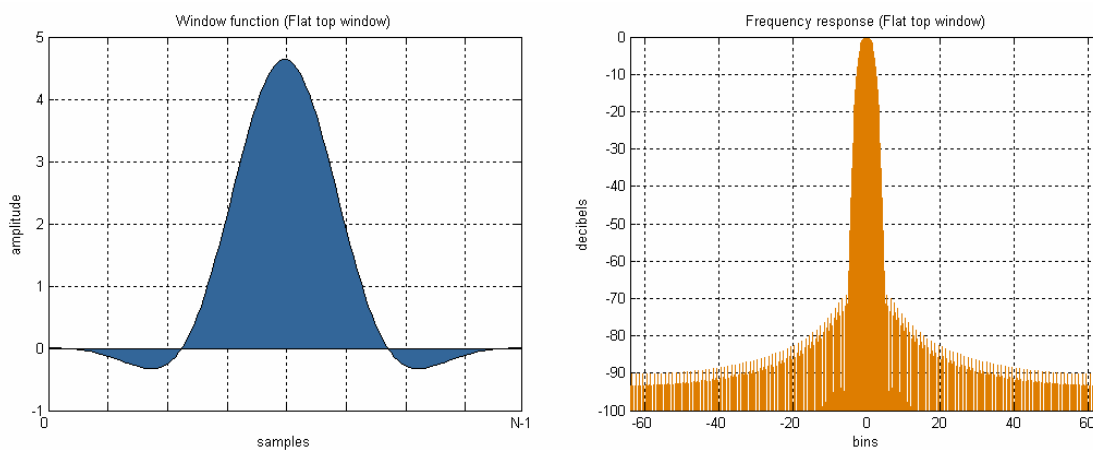


Figura 12.16.-Función ventana Flat top y su respuesta en frecuencia

A continuación se muestran varios espectrogramas realizados con ventana Flat top y con diferentes anchos de ventana para que podamos visualizar como se comporta el espectrograma cambiando el ancho de la ventana

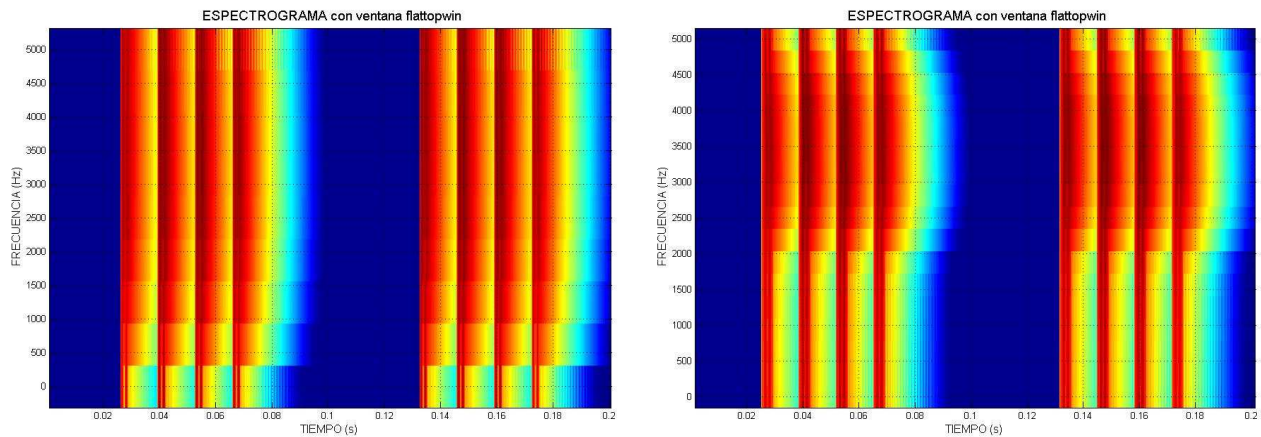


Figura 12.17.- Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 16 y 32

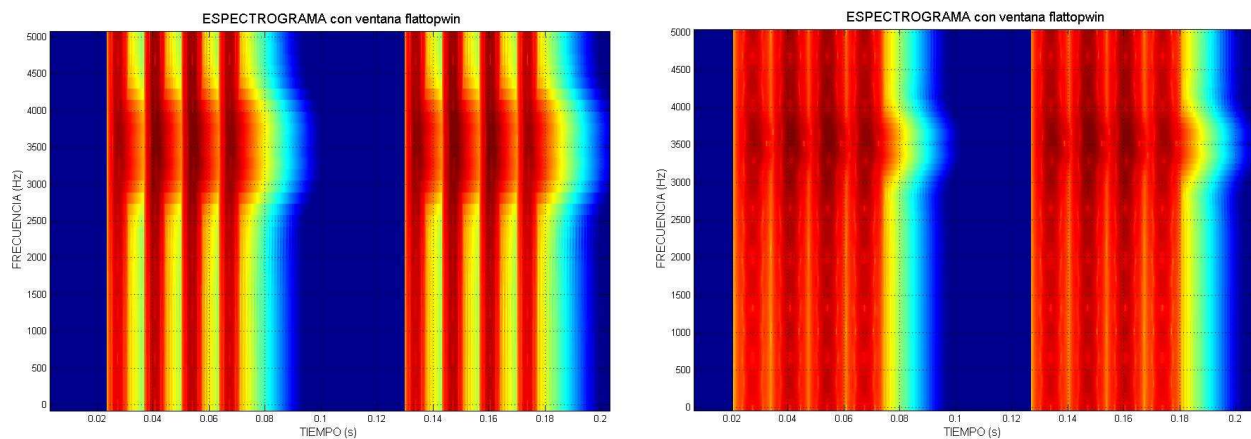


Figura 12.18.- Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 64 y 128

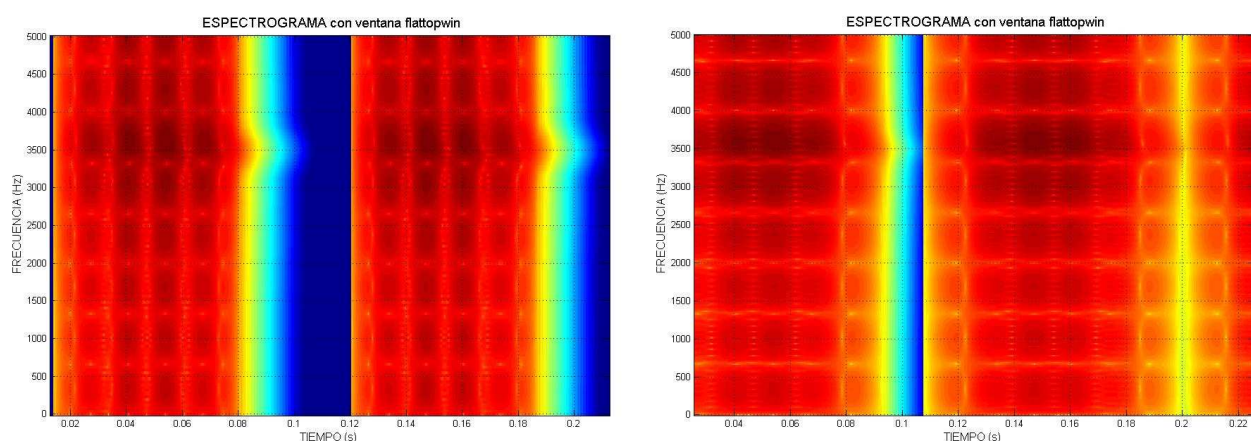


Figura 12.19.- Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 256 y 512

Se observa que para anchos de ventana bajos es imposible identificar a la frecuencia natural del sistema, a partir de un ancho de 128 se consiguen ver resultados



significantes, y para un ancho de 512 se observa que la frecuencia natural del sistema de 3500 Hz se identifica correctamente aunque existe una pequeña distorsión temporal.

Como conclusión final a este análisis a esta frecuencia de 10 Hz y para este tipo de señal de un rodamiento con defecto interno, podemos decir que la mejor ventana que visualiza este tipo de defectos es la Flat top con un ancho de ventana de 128 ó 256, pero podemos decir que el gran inconveniente que se nos presenta en este método es la identificación de muchas más frecuencias de la señal que no nos interesan para el estudio, ya que estamos analizando defectos en un rodamiento y nos interesa saber evaluar en que instante de tiempo se pasa por dicho defecto.

Posteriormente evaluaremos la transformada Wavelet y veremos si este problema nos lo soluciona o seguimos con él.



12.2 ESTUDIO DE LA TRANSFORMADA WAVELET. DEFECTO INTERNO 10HZ

Una vez realizado el estudio del espectrograma vamos a realizar el estudio de la Transformada Wavelet, para llevar a cabo este estudio vamos a realizar una implementación en Matlab en el que obtengamos los mejores resultados en los coeficientes a la hora de la representación de la transformada Wavelet. Es decir vamos a establecer un criterio de selección de la Wavelet madre que consiste en la computación de la matriz que crea Matlab a la hora de la representación de la transformada; cogeremos el mayor valor de esta matriz, que corresponde al coeficiente más alto y calcularemos todas aquellos coeficientes que se encuentren por encima de un tanto por ciento de dicho valor (99%, 95%, 90%, 85% y 80%). Aquella representación Wavelet que obtenga mayores coeficientes por encima de dichos valores será la que mejor represente dicha señal y la que elegiremos como criterio de selección.

Para entender mejor este funcionamiento vamos a explicar con más detalle lo que estamos haciendo. Supongamos por ejemplo que seleccionamos una escala de 128. Nuestra señal como sabemos contiene 20000 puntos en un tiempo de representación de 2 segundos, al ser una señal periódica que se repite con cada revolución del rodamiento no es necesario analizar la señal completa, por lo tanto cogeremos 2000 puntos que corresponden a 0.2 segundos de la señal, y por lo tanto en el ejemplo de 10 Hz se puede concluir claramente que el rodamiento da dos revoluciones completas.

El análisis de la señal se realiza mediante una transformada Wavelet continua (CWT) y como hemos dicho para una escala de 128; vamos a obtener una matriz de dimensiones 2000x128, con valores para cada punto de tiempo y cada escala; es decir tendremos 256000 coeficientes.

Dentro de todos los coeficientes obtenidos hay un máximo, por ejemplo si realizamos la transformada Wavelet con una escala de 128 utilizando una Wavelet Haar, la más sencilla, el coeficiente máximo es 0.54347, y una vez obtenido el máximo realizaremos unos cálculos en los que obtengamos los coeficientes que superen el 99, 95, 90, 85, 80 % de este valor, para este caso los coeficientes que superan dichos valores son: 1, 2, 2, 2, 3 respectivamente.

Así de esta forma haciendo un recorrido de todas las transformadas Wavelet obtenemos los coeficientes de todas ellas para cada escala y para cada Wavelet madre.

Para poder llevar a cabo dicho estudio y obtener una mejor representación de la señal a estudiar se ha implementado dentro de la aplicación ADEVI 4.5 un programa en el que se obtiene dicha información a la hora de calcular la transformada Wavelet de la señal. A continuación se muestra un ejemplo de una señal de la misma señal de 10 Hz que se ha analizado anteriormente con el espectrograma, en este caso analizando la señal con una escala de 64 y Wavelet Daubechies “db6” [Figura 12.20]

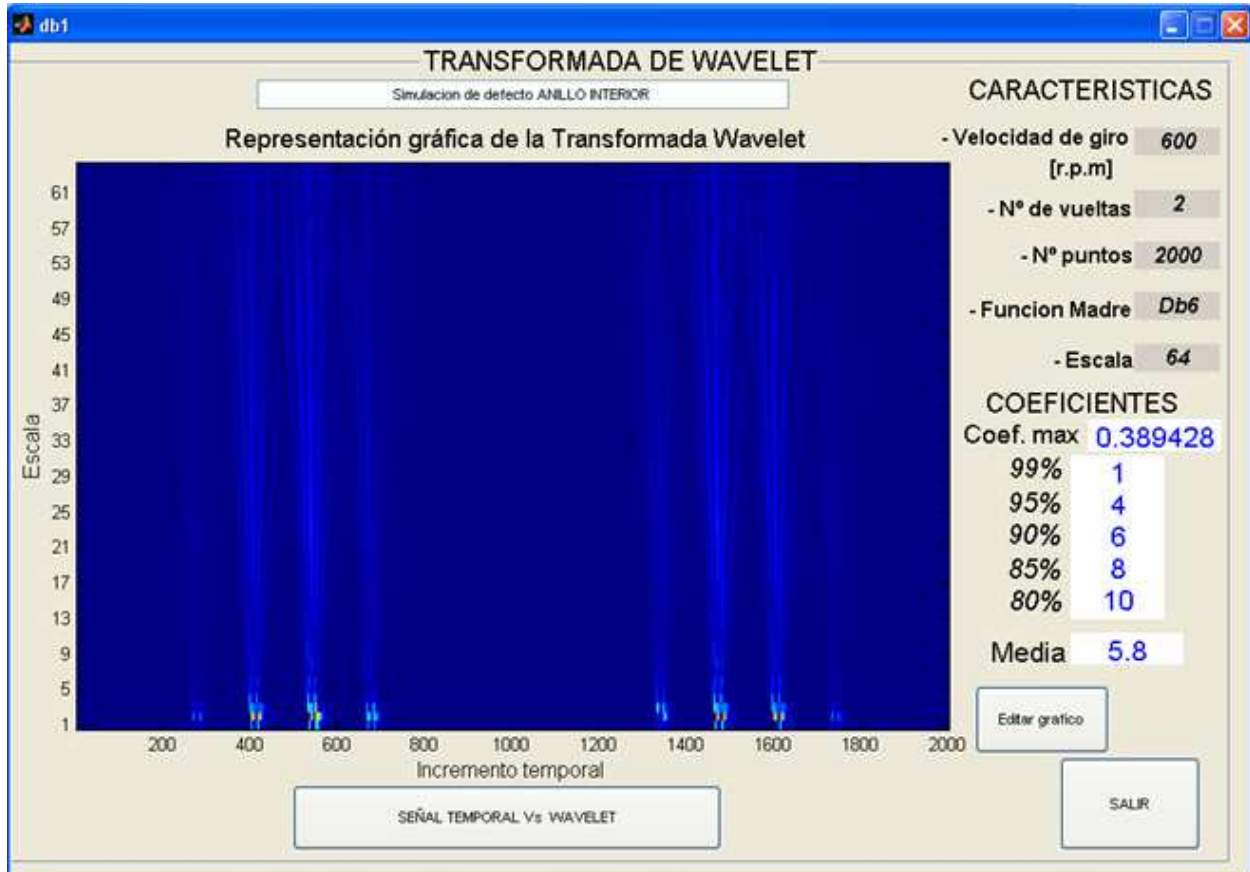


Figura 12.20.- Transformada Wavelet de la señal de un rodamiento con defecto en pista interior con Wavelet db6 y escala 64

Como se observa en la ventana programada obtenemos el gráfico de la transformada Wavelet correspondiente, las características de la señal que estamos analizando, es decir la velocidad de giro o frecuencia, el número de vueltas, el número de puntos analizados, la función Wavelet madre que estamos usando y la escala utilizada. También obtenemos el coeficiente máximo de la matriz de la transformada Wavelet y el número de coeficientes que superan el 99, 95, 90, 85, 80 % de dicho valor; y la media de dichos coeficientes.

También podemos editar el gráfico de la transformada Wavelet y otro análisis muy importante y muy representativo es la comparación del gráfico con la señal temporal del rodamiento simplemente haciendo clic en el botón “SEÑAL TEMPORAL vs. WAVELET” [Figura 12.21]

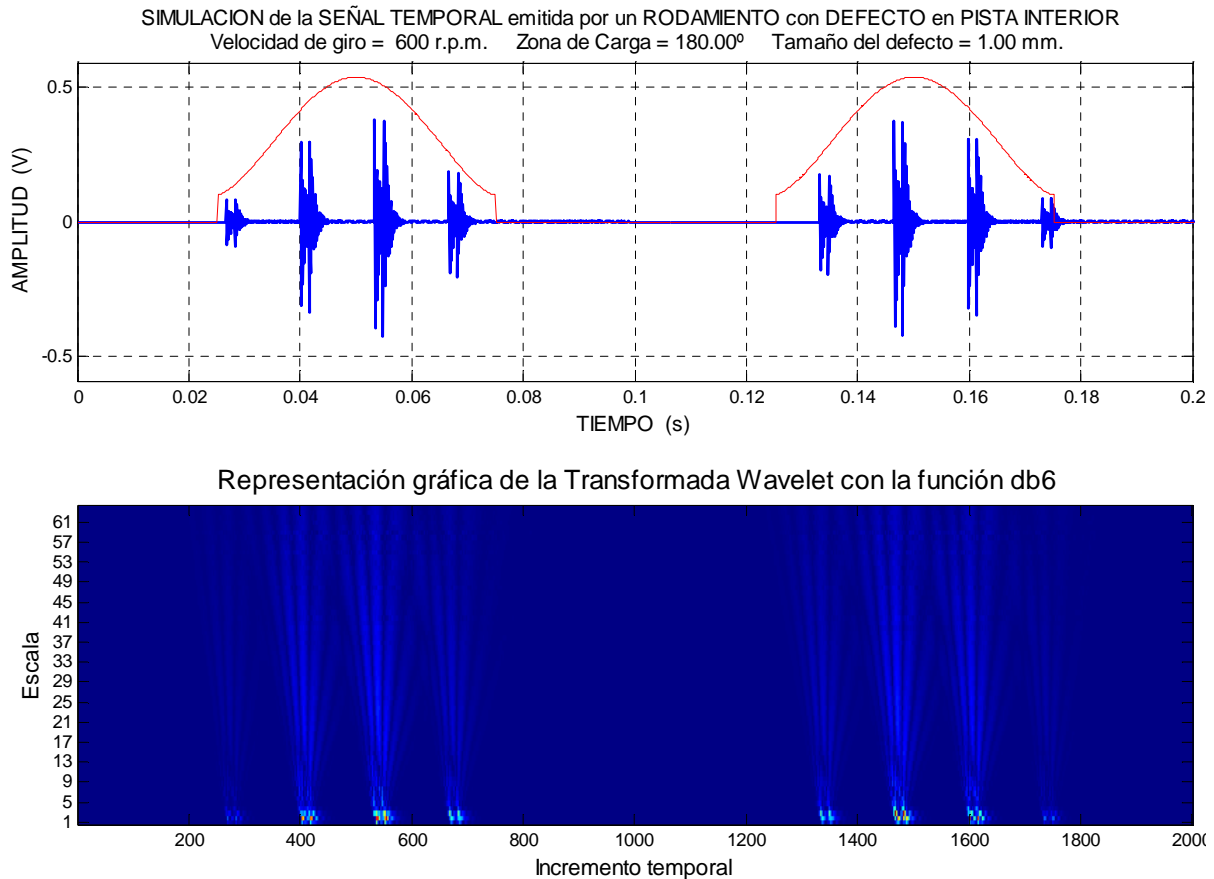
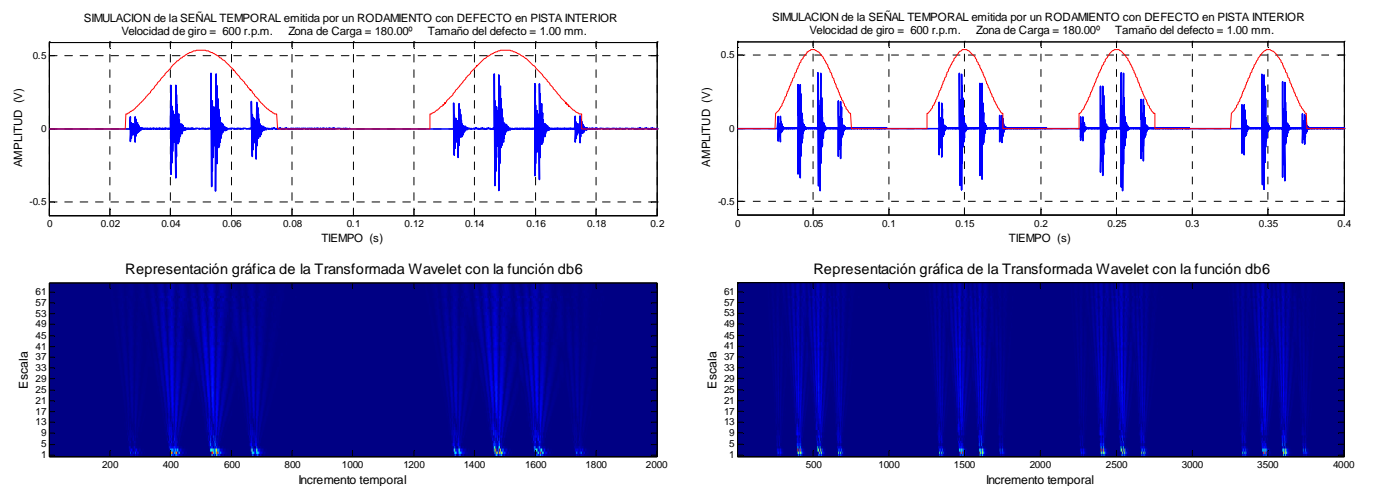


Figura 12.21.- Comparación de la señal temporal y de la Transformada Wavelet de la señal de un rodamiento con defecto en pista interior con Wavelet db6 y escala 64

En este gráfico se observa simultáneamente la señal temporal y la transformada Wavelet y nos da una mejor visualización del estudio que se lleva a cabo.

También se ha programado las visualizaciones de los dos gráficos simultáneamente según el número de vueltas que le indiquemos al principio en el análisis, aquí tenemos un ejemplo de un mismo análisis pero con 2, 4, 6 y 8 vueltas respectivamente.



12.22.- Comparación de la señal temporal y de la Transformada Wavelet de la señal de un rodamiento con defecto en pista interior con Wavelet db6 y escala 64 para 2 y 4 vueltas

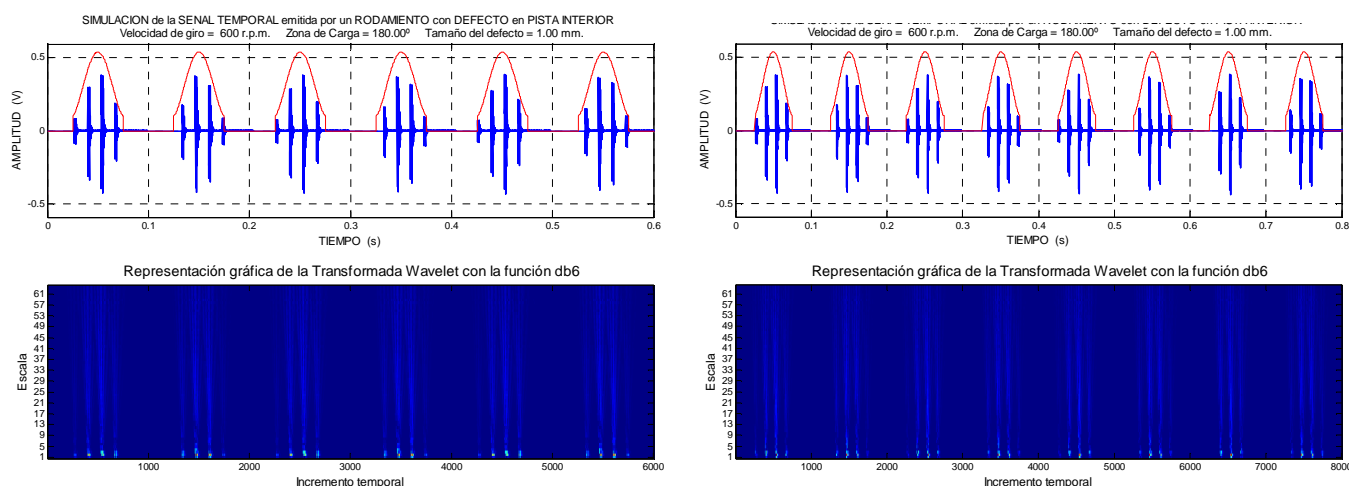


Figura 12.23.- Comparación de la señal temporal y de la Transformada Wavelet de la señal de un rodamiento con defecto en pista interior con Wavelet db6 y escala 64 para 6 y 8 vueltas

Una vez visto este ejemplo podemos establecer una conclusión a la hora de realizar el método de la transformada Wavelet, y es que en él se visualiza mucho mejor lo que nos interesa especialmente de la señal, que es el defecto que existe en el rodamiento. En la transformada Wavelet se observa mucho mejor los picos en los que se pasa por el defecto y se deja de lado el resto de frecuencias existentes en la señal que no nos interesan para estudiar el defecto. Por esta sencilla razón es mucho más conveniente en el estudio de este tipo de señales la utilización de la transformada Wavelet en lugar de la STFT.

Una vez establecida dicha conclusión vamos a pasar al estudio de qué Wavelet es más adecuada utilizar, y para ello vamos a comparar todos los coeficientes obtenidos en cada uno de los análisis.



CAPITULO 12. DEFECTO EN PISTA INTERNA A 10 HZ

Se muestran los datos de los coeficientes obtenidos para la primera señal que corresponde a una velocidad de 10 Hz.

TABLA1. NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y *ESCALA 32. DEFECTO INTERNO*

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4

<i>MORLET</i>	1	3	4	4	5	3,4	8,4
<i>MEXICAN HAT</i>	1	4	4	6	8	4,6	10,6
<i>MEYER</i>	1	2	4	4	5	3,2	7,6

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8

<i>1. Bior1.3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>2. Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>3. Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
<i>4. Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>5. Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
<i>6. Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>7. Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
<i>8. Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
<i>9. Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
<i>10 Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
<i>11. Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>12. Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>13. Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4

**TABLA2.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y ESCALA 64. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4
<i>MORLET</i>	1	3	4	4	5		
<i>MEXICAN HAT</i>	1	4	4	6	8		
<i>MEYER</i>	1	2	4	4	5		
<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4
<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8
1. <i>Bior1.3</i>	1	2	2	2	5	2	5,2
2. <i>Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
3. <i>Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
4. <i>Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
5. <i>Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
6. <i>Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	1	2	2	2	3		
7. <i>Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
8. <i>Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
9. <i>Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
10 <i>Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
11. <i>Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
12. <i>Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
13. <i>Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4

**TABLA3.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y ESCALA 128. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4

<i>MORLET</i>	2	3	6	12	25		
<i>MEXICAN HAT</i>	2	3	5	9	16		
<i>MEYER</i>	1	4	19	29	33		

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8

1. <i>Bior1.3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
2. <i>Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
3. <i>Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
4. <i>Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
5. <i>Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
6. <i>Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	1	3	7	9	20		
7. <i>Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
8. <i>Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
9. <i>Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
10 <i>Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
11. <i>Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
12. <i>Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
13. <i>Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4

**TABLA4.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y ESCALA 256. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4

<i>MORLET</i>	1	2	7	15	29		
<i>MEXICAN HAT</i>	1	7	17	56	128		
<i>MEYER</i>	1	3	9	15	30		

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8

1. <i>Bior1.3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
2. <i>Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
3. <i>Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
4. <i>Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
5. <i>Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
6. <i>Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	2	4	4	7	10		
7. <i>Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
8. <i>Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
9. <i>Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
10 <i>Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
11. <i>Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
12. <i>Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
13. <i>Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4

**TABLA5.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y ESCALA 512. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4

<i>MORLET</i>	1	2	7	15	29		
<i>MEXICAN HAT</i>	1	5	18	38	73		
<i>MEYER</i>	1	3	9	15	30		

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8

1. <i>Bior1.3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
2. <i>Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
3. <i>Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
4. <i>Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
5. <i>Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
6. <i>Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	2	4	5	9	13		
7. <i>Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
8. <i>Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
9. <i>Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
10 <i>Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
11. <i>Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
12. <i>Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
13. <i>Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4

**TABLA6.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ Y ESCALA 1024. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Db2</i>	1	4	6	6	7	4,8	11,6
<i>Db3</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	7	5	12,4
<i>Db5</i>	1	4	4	4	7	4	9,6
<i>Db6</i>	1	4	6	8	10	5,8	13
<i>Db7</i>	1	2	2	6	7	3,6	7,6
<i>Db8</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Db9</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Db10</i>	1	2	6	6	9	4,8	10,4

<i>MORLET</i>	1	7	24	42	106		
<i>MEXICAN HAT</i>	1	5	20	51	89		
<i>MEYER</i>	1	3	10	16	37		

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	8	5,2	12,8
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	5	3,6	9,2
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	7	4,2	9,4

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	7	4,2	9,6
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	7	3,8	8,4
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	7	3,6	8

1. <i>Bior1.3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
2. <i>Bior1.5</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
3. <i>Bior2.2</i>	1	2	2	4	7	3,2	6,8
4. <i>Bior2.4</i>	1	2	2	4	5	2,8	6,4
5. <i>Bior2.6</i>	1	2	3	4	5	3	7
6. <i>Bior2.8</i>	1	2	3	4	9	3,8	7,8
<i>Bior3.1</i>	1	1	2	6	13		
<i>Bior3.3</i>	1	2	4	10	13	6	11,6
<i>Bior3.5</i>	2	4	5	6	8	5	12,2
7. <i>Bior3.7</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
8. <i>Bior3.9</i>	1	4	4	6	7	4,4	10,4
9. <i>Bior4.4</i>	1	2	2	2	7	2,8	6
10. <i>Bior5.5</i>	1	2	6	6	7	4,4	10
11. <i>Bior6.8</i>	1	5	6	6	7	5	12,4



Podemos apreciar una observación que nos resulta un tanto significativa a la hora del calculo de los coeficientes, y es que no se ven variados a la hora de utilizar una escala 64, 128 ó 1024, es decir para cualquier escala se obtienen los mismos valores de coeficientes; exceptuando para las Wavelets simples Morlet, Mexican Hat, Meyer y una biortogonal, la bior3.1.

En la utilización de estas 4 Wavelets madre se observa una variación de los coeficientes a medida que lo hace la escala; y esto es un hecho que lo vamos a utilizar para descartar dichas Wavelets a la hora del análisis de señales de este tipo, ya que no nos interesa que nos den coeficientes diferentes a la hora de analizar la señal con cualquier escala. Debemos tener Wavelets que se mantengan constantes a lo largo de todas sus escalas para un correcto análisis y para que el criterio de selección que se establece en el proyecto tenga sentido. Por esta razón no se muestran las medias de dichos Wavelets en las tablas anteriores.

Una vez visto este hecho significativo y sabiendo que todas las demás Wavelets obtienen los mismos coeficientes a cualquier escala vamos a valorar con que Wavelets se ha obtenido mejores resultados.

El criterio que vamos a seguir es el siguiente; se elegirá la Wavelet que posea una media mayor, observando también detalladamente el valor de los coeficientes al 99 y 95 % en caso de tener la misma media. Se ha elegido la utilización de la media porque es posible que nos encontremos con señales que nos den coeficientes con unos valores altos de coeficientes al 80 %, pero bajo para los demás, por esta razón se utiliza la media. Un ejemplo significativo lo podemos observar en el caso de una de las Symlets; la Sym4 posee un coeficiente de 7 al 80%, es el segundo mejor resultado en las Symlets, pero los demás coeficientes son muy bajos; 1, 2, 2, 2, por lo tanto obtenemos una media muy baja, por esta razón descartamos este tipo y podemos decir que la Sym6 que posee un coeficiente de 5 al 80% se ajusta mejor porque posee mayor media, porque sus coeficientes son 1,4,4,4,5.

Como resumen diremos que la Wavelet será más adecuada cuanto mayor sea la media, y en el caso de poseer una media similar o parecida nos quedaremos con aquella representación que nos den un coeficientes altos al 99 y 95%.

Se ha establecido también otro criterio más original y no tan estandarizado como el de utilizar una media absoluta; se ha llevado a cabo la realización de una media ponderada de los coeficientes, ya que a la hora de evaluar los coeficientes obtenidos, son más restrictivos aquellos que están en los porcentajes altos, es decir aquellos que se encuentran por encima del 99% del máximo. Como tenemos 5 agrupaciones de coeficientes; 99, 95, 90, 85, y 80%; al hacer la media se ha dado un valor significativo para cada uno de ellos, en este caso ha sido el siguiente:

- Coeficientes al 99%: valor de 5
- Coeficientes al 95%: valor de 4
- Coeficientes al 90%: valor de 3
- Coeficientes al 85%: valor de 2
- Coeficientes al 80%: valor de 1



De esta forma, obteniendo una media ponderada de los coeficientes se darán más valor aquellos coeficientes que se encuentren en altos porcentajes, ya que éstos se comportan mejor a la hora de la representación de la Transformada Wavelet.

Habiendo hecho los dos tipos de criterios, tanto el de la media absoluta, como el de la media ponderada, se ha observado que el resultado a la hora de la elección de la Wavelet madre es el mismo o muy parecido en los dos casos, y tanto uno como otro es válido a la hora de identificar qué Wavelet se comporta mejor; en este caso para defecto interno a 10 Hz. Como los dos criterios son válidos y debido a la sencillez de la utilización de la media absoluta vamos a representar dichos valores y a utilizar dicho criterio a lo largo del proyecto, prestando mucha atención a los resultados que vamos obteniendo en cada caso tanto en la media absoluta como en la ponderada, para ver si se siguen obteniendo resultados similares o parecidos en los dos casos.

A continuación representaremos los gráficos tanto de los coeficientes como de las medias absolutas que se han obtenido en cada familia de las Wavelets, y para ello como se ha dicho utilizaremos es criterio de la media absoluta.



Los gráficos estadísticos de cada familia son los siguientes:

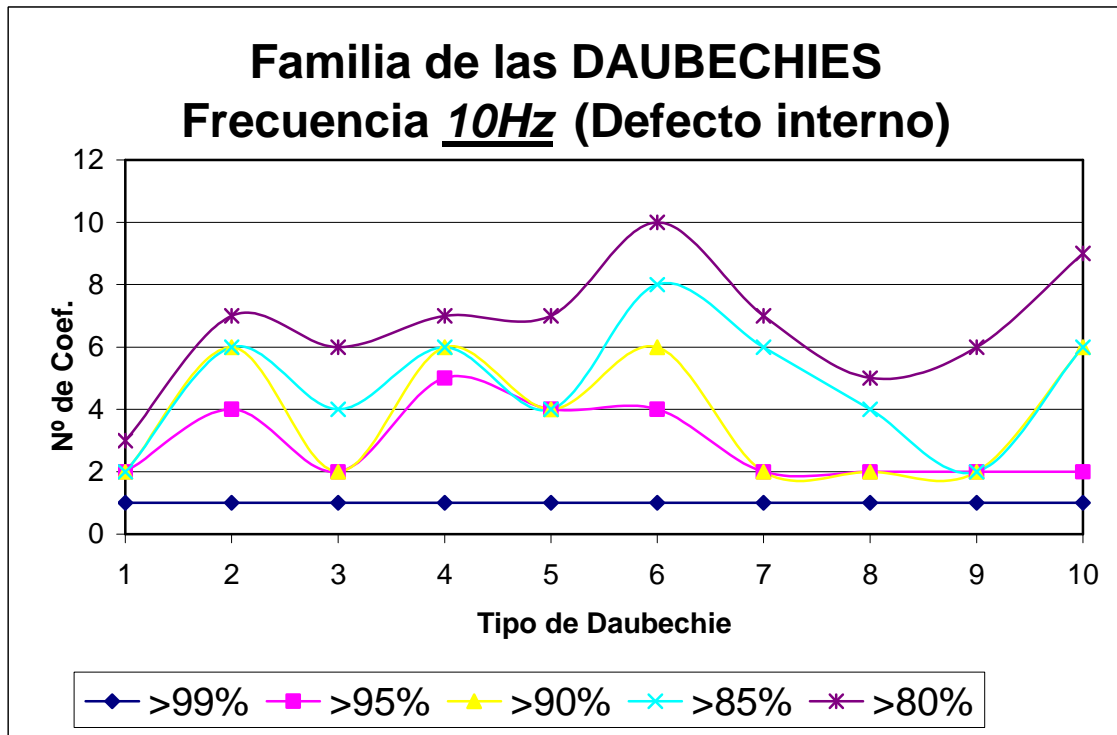


Figura 12.24.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Daubechies en defecto interno

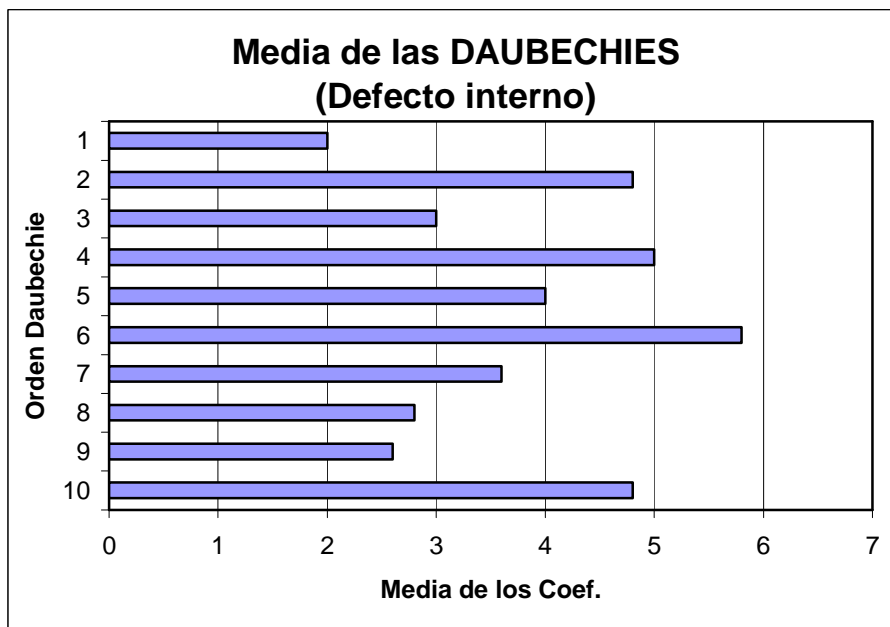


Figura 12.25.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 10 Hz en defecto interno

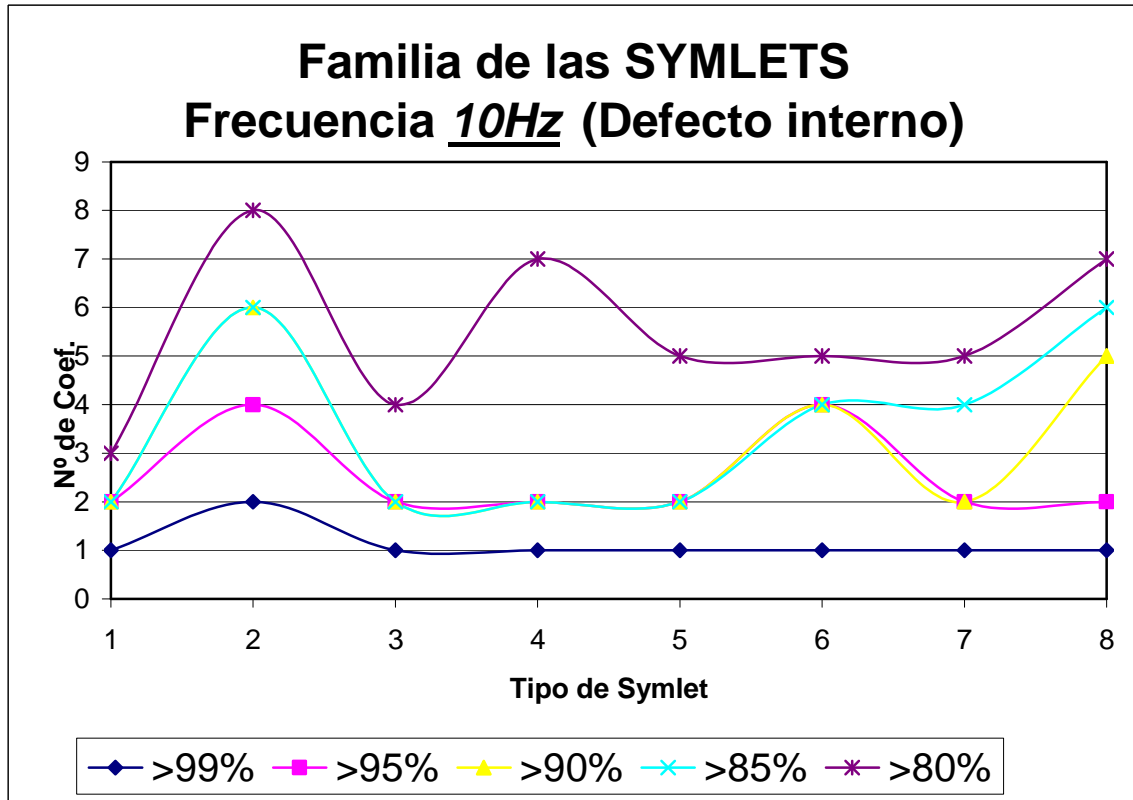


Figura 12.26.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Symlets en defecto interno

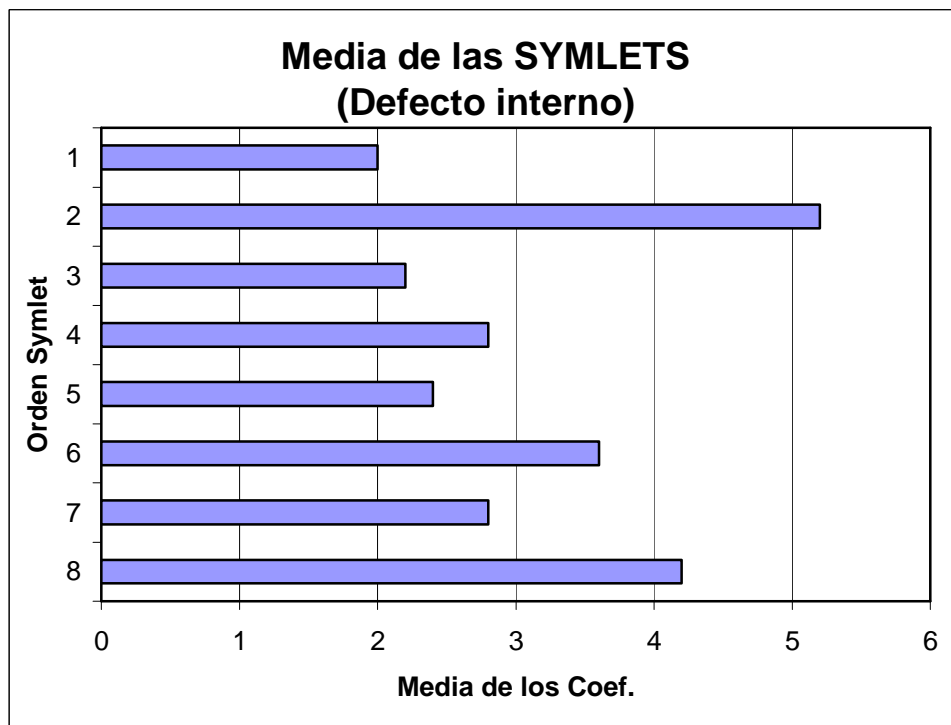


Figura 12.27.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 10 Hz en defecto interno

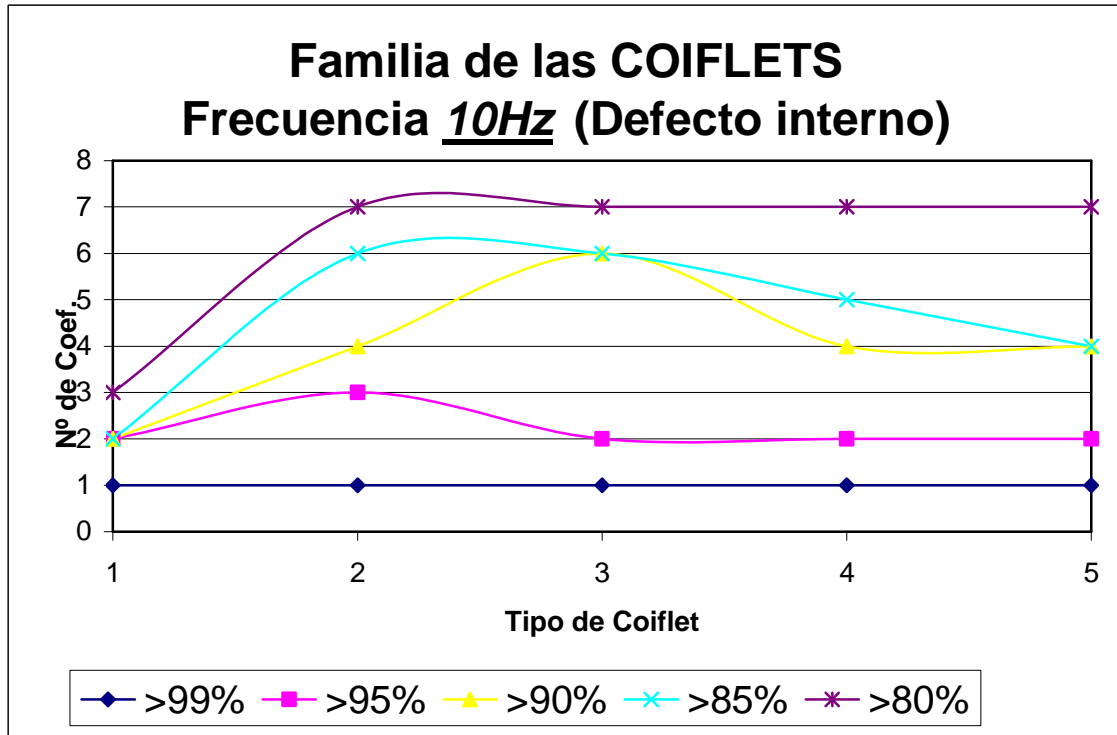


Figura 12.28.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Coiflets en defecto interno

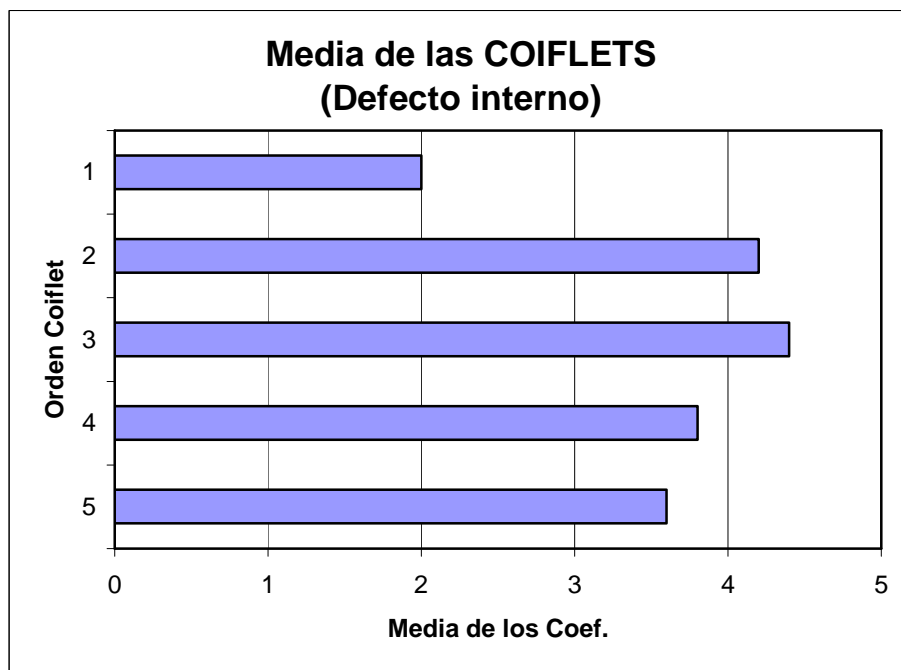


Figura 12.29.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 10 Hz en defecto interno

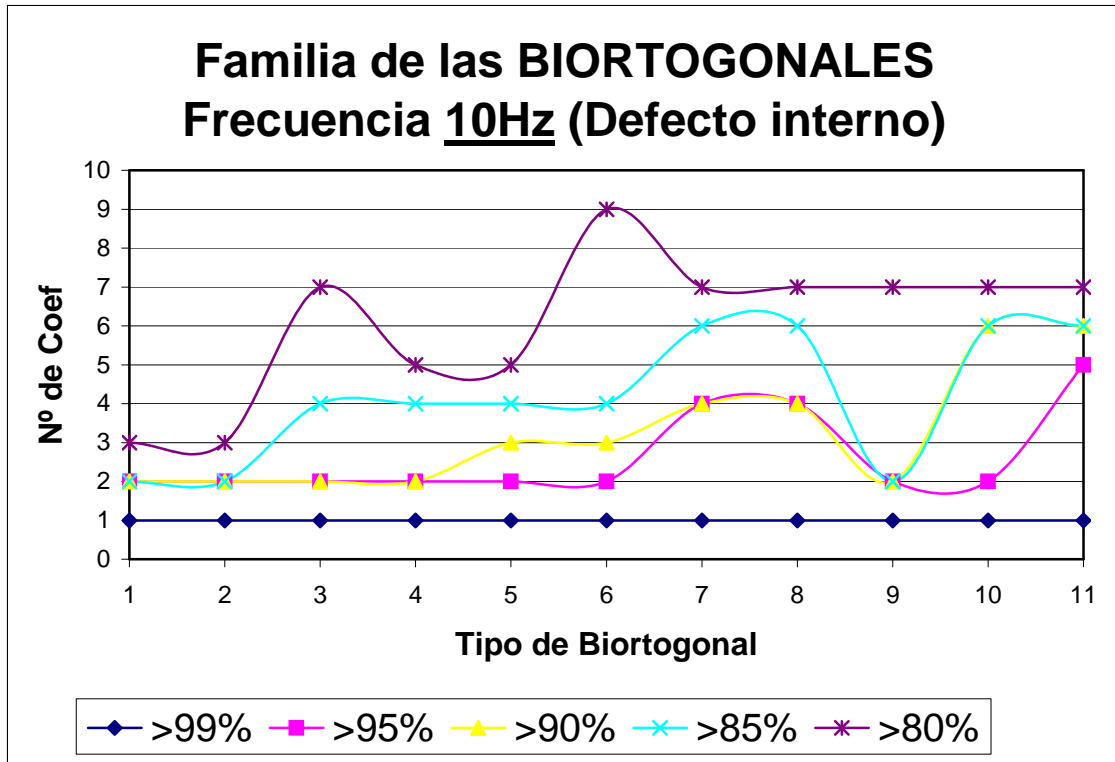


Figura 12.29.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Biortogonales en defecto interno

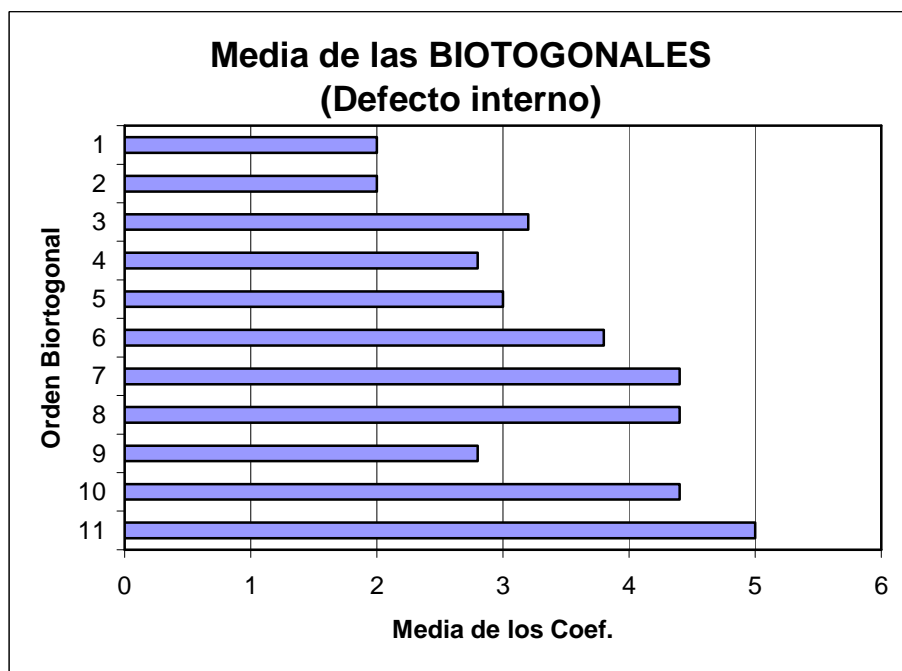


Figura 12.30.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 10 Hz en defecto interno

Hemos concluido con estos gráficos estadísticos que en la utilización de Wavelets Daubechies las de orden medio db4 y db6 se comportan mejor que las de orden bajo y alto, es un buen resultado ya que cuanto mayor es el orden de la Wavelet más cálculo operacional y más compleja es la Wavelet, y esto significa que el defecto es claramente visible y muy bien estudiado con ordenes de Wavelet medios. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Daubechies: db2, db4 db6, y bd10

Para la familia de las Symlets las de orden 2 y 8 son las que mejor se comportan para dicho defecto a esta frecuencia, por ello a la hora de elegir nos quedaremos con la de menor orden que es la más sencilla. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Symlet: sym2, sym6 y sym8

En el caso de las Coiflets en todas ellas se han obtenido un resultado similar destacando un poco por encima la Coiflet de orden3. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Coiflets: coif2 y coif3

Finalmente para el caso de las Biortogonales las medias mejores las obtenemos en las Wavelets de orden 3.3, 3.5, pero hemos descartado este tipo de Wavelet debido a que a la hora de obtener las transformadas Wavelet con este tipo de Wavelet, obtenemos unos gráficos en los que los coeficientes obtenidos son elevados pero visualmente la imagen no es tan buen como esperábamos, es muy posible que dichas Wavelet no se comporten correctamente para la identificación de defectos puntuales a altas frecuencias debido a la característica de la señal, ya que son un tipo de Wavelet con mucho ruido[figura 12.31], por esta razón las vamos a descartar a la hora de utilizarlas para el análisis de dichos defectos.

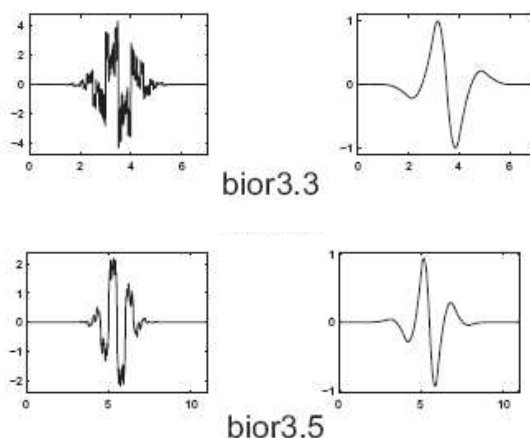


Figura 12.31.- Representación de las Biortogonales 3.3 y 3.5

Por lo tanto elegimos las biortogonales 3.7, 3.9 y 6.8 que se comportan muy bien obteniendo muy buenos coeficientes, pero dada la complejidad de la 6.8 nos quedaremos mejor con las más sencillas que es la de orden menor. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Biortogonales: bior3.7, bior3.9 y bior6.8

A continuación mostraremos algunas de las transformadas con que hemos obtenido mejores resultados y utilizaremos una escala de 64, ya que los defectos que nos interesan ver, esta escala es más que suficiente, porque escalas mayores llevan a un cálculo computacional innecesario de coeficientes.

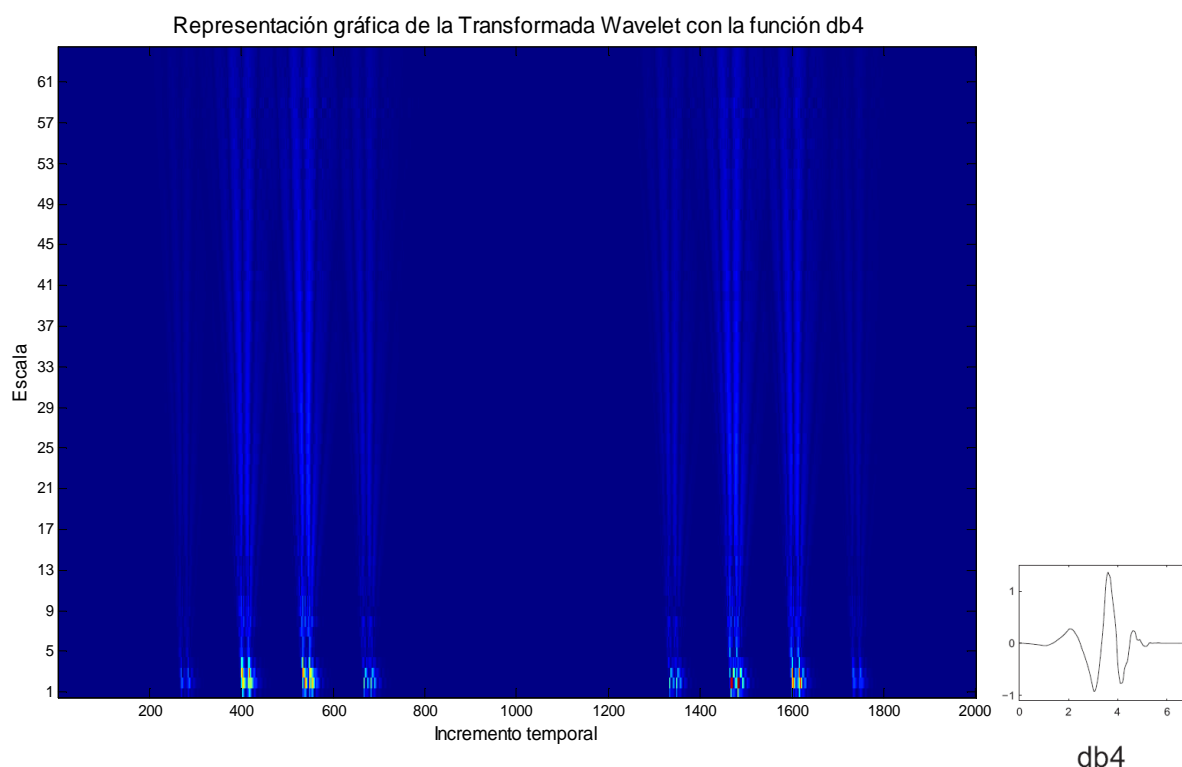


Figura 12.32- Transformada Wavelet de la señal de 10Hz con 2 vueltas con db4 en defecto interno

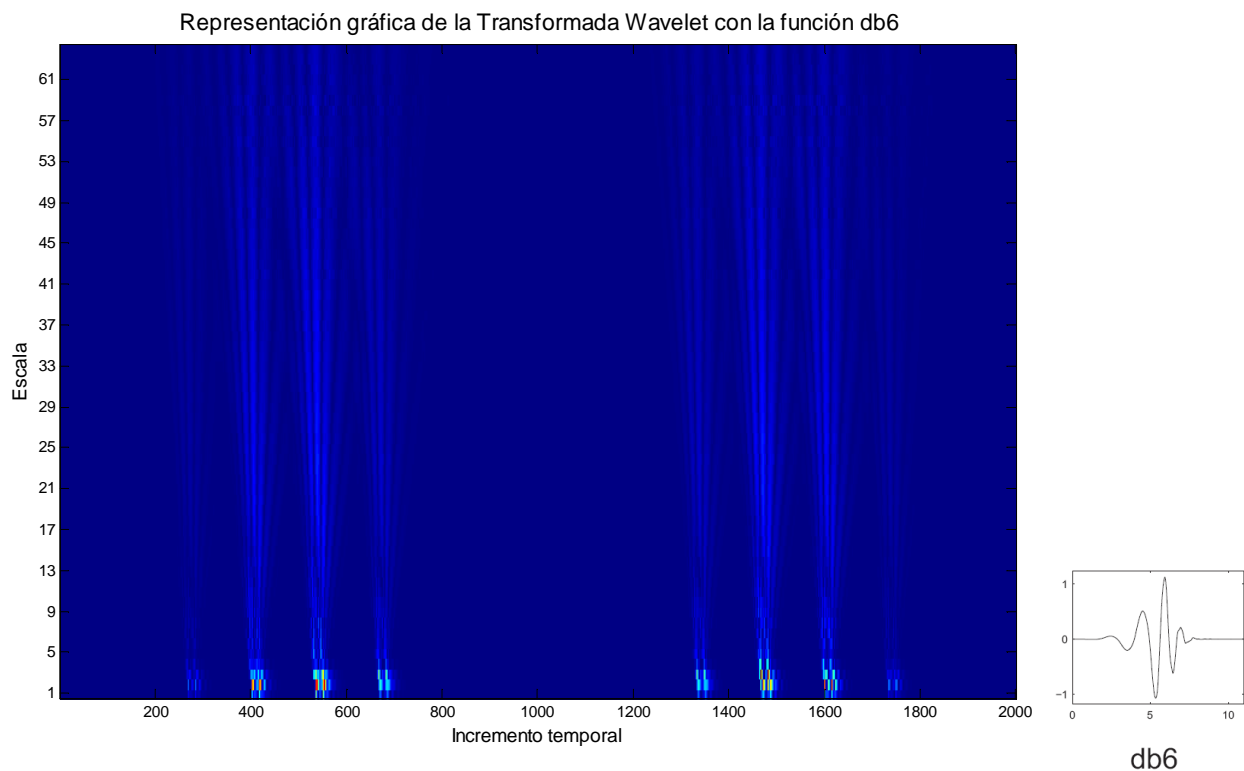


Figura 12.33- Transformada Wavelet de la señal de 10Hz con 2 vueltas con db6 en defecto interno

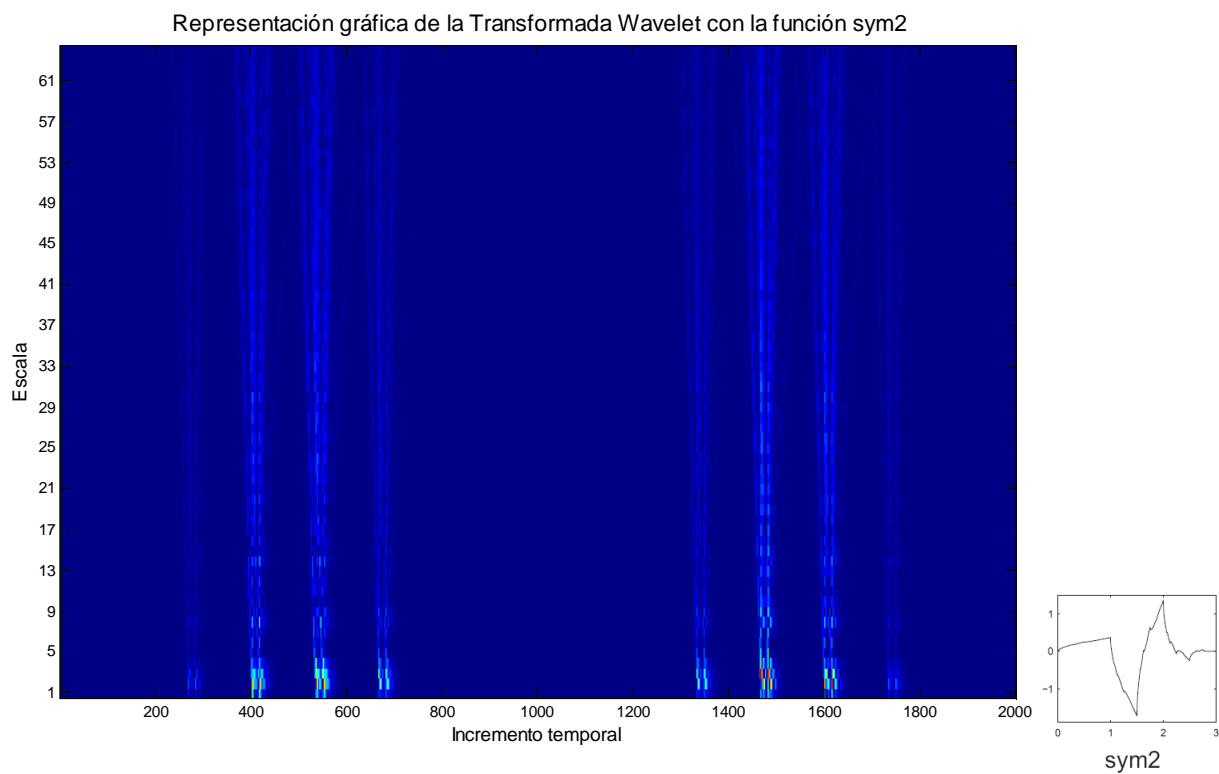


Figura 12.34- Transformada Wavelet de la señal de 10Hz con 2 vueltas con sym2 en defecto interno

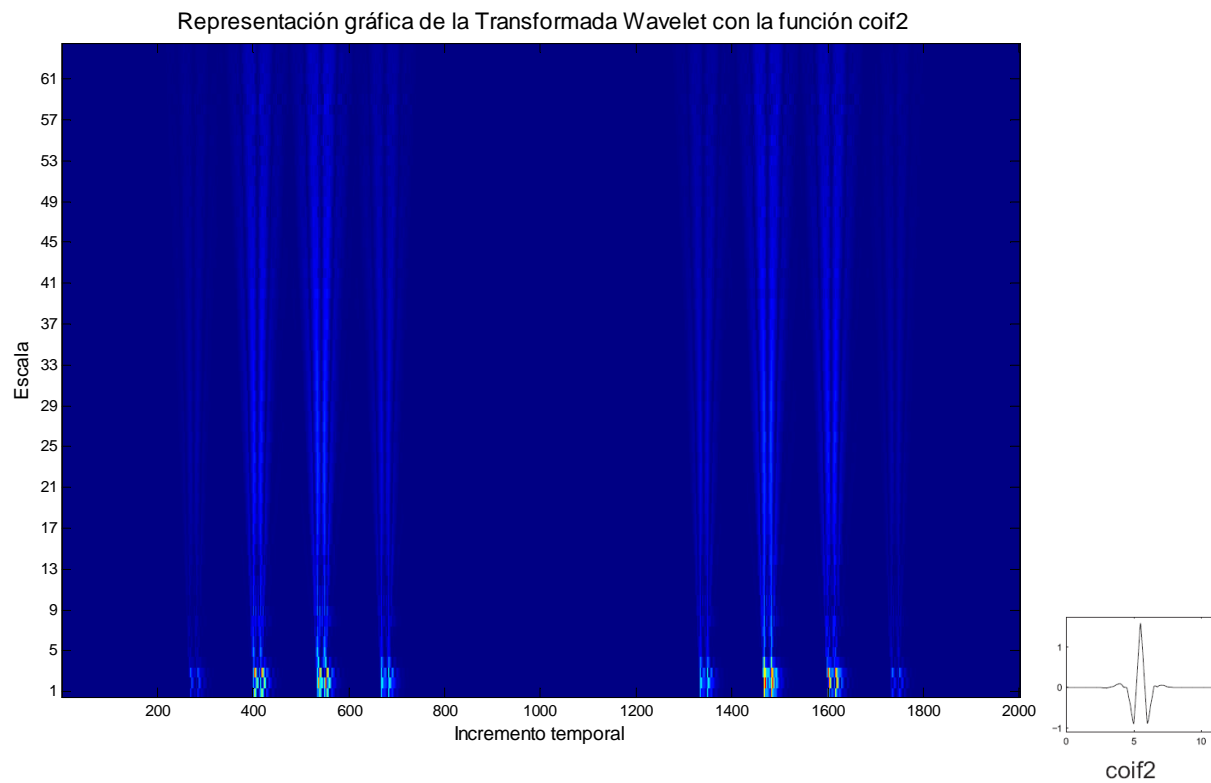


Figura 12.35- Transformada Wavelet de la señal de 10Hz con 2 vueltas con coif4 en defecto interno

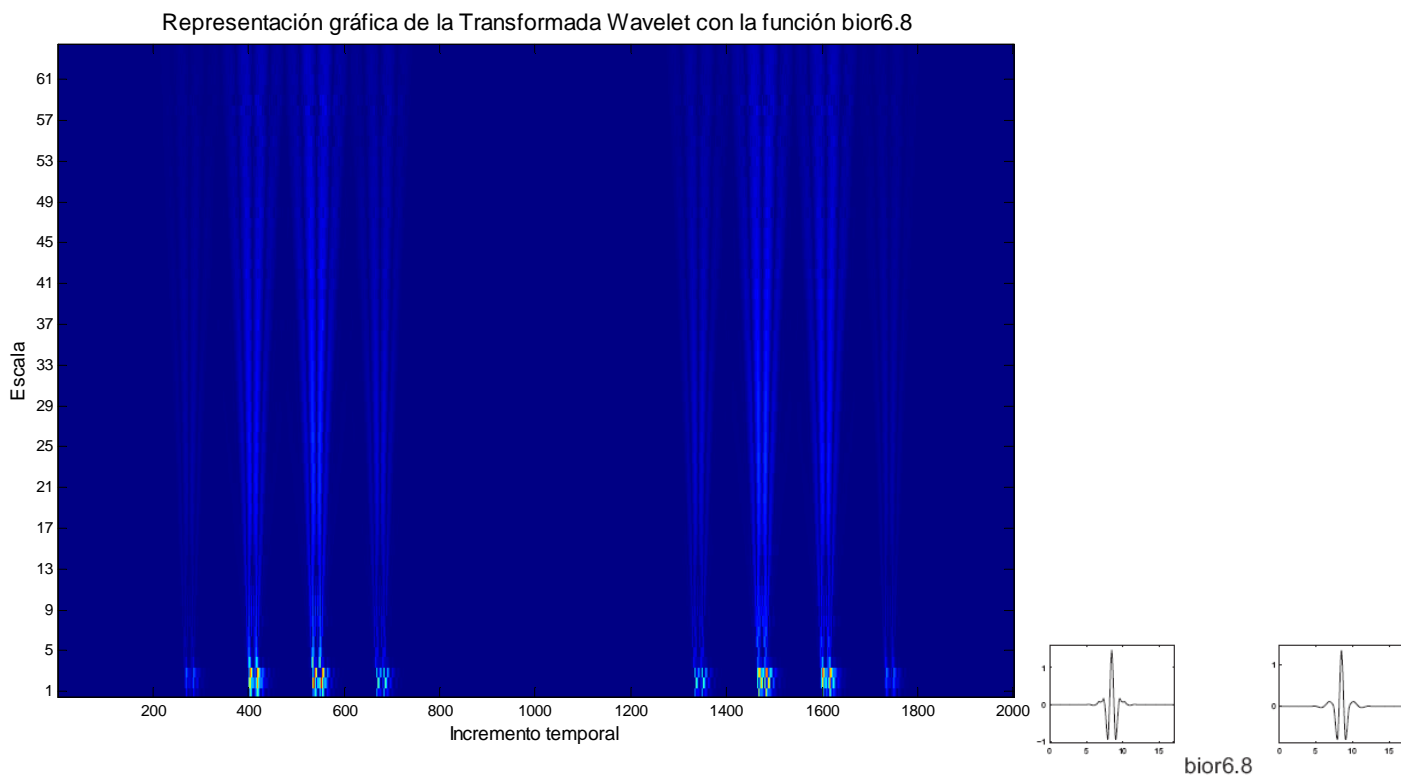


Figura 12.36- Transformada Wavelet de la señal de 10Hz con 2 vueltas con bior6.8 en defecto interno





CAPITULO 13

SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 20, 30, 40 y 50HZ.



13. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO INTERNO EN UN RODAMIENTO A 20, 30, 40 y 50HZ.

Una vez visto un estudio exhaustivo de una señal con defecto interior a 10 Hz. vamos a realizar un estudio más generalizado de velocidades mayores, y posteriormente comprobaremos que señales son las que mejor se acoplan a todo tipo de velocidades.

Por ejemplo la señal temporal para una velocidad de 20 Hz (1200 r.p.m) es la siguiente:

SIMULACION de la SEÑAL TEMPORAL emitida por un RODAMIENTO con DEFECTO en PISTA INTERIOR
Velocidad de giro = 1200 r.p.m. Zona de Carga = 180.00° Tamaño del defecto = 1.00 mm.

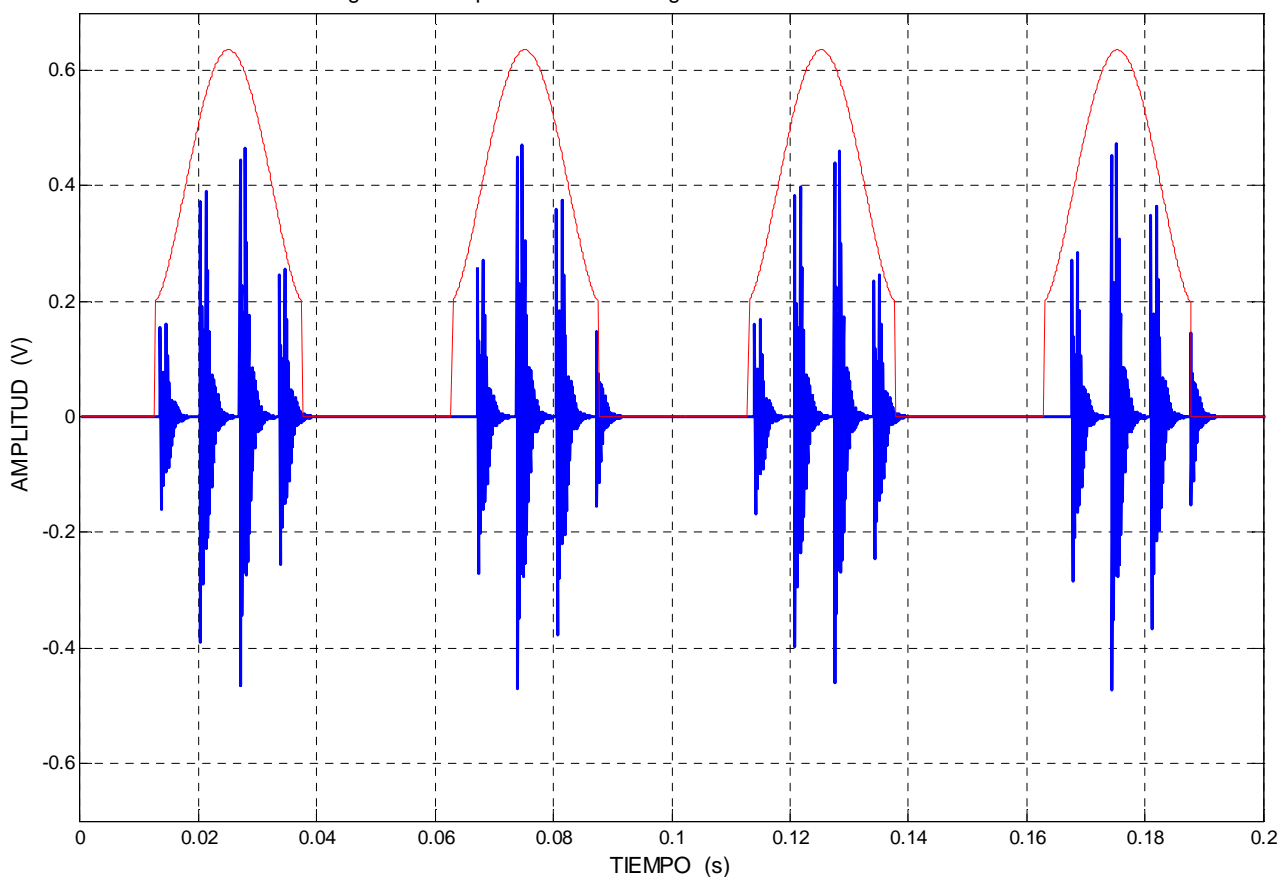


Figura 13.1.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 20 Hz.



13.1 ESTUDIO DEL ESPECTROGRAMA. DEFECTO INTERNO 20, 30, 40, 50HZ

Realizando un análisis de los espectrogramas utilizando diferentes tipos de ventanas y anchos de las mismas, obtenemos de nuevo que la mejor representación se consigue con espectrogramas de ventanas Flat top y Blackman con un ancho de ventana de 128

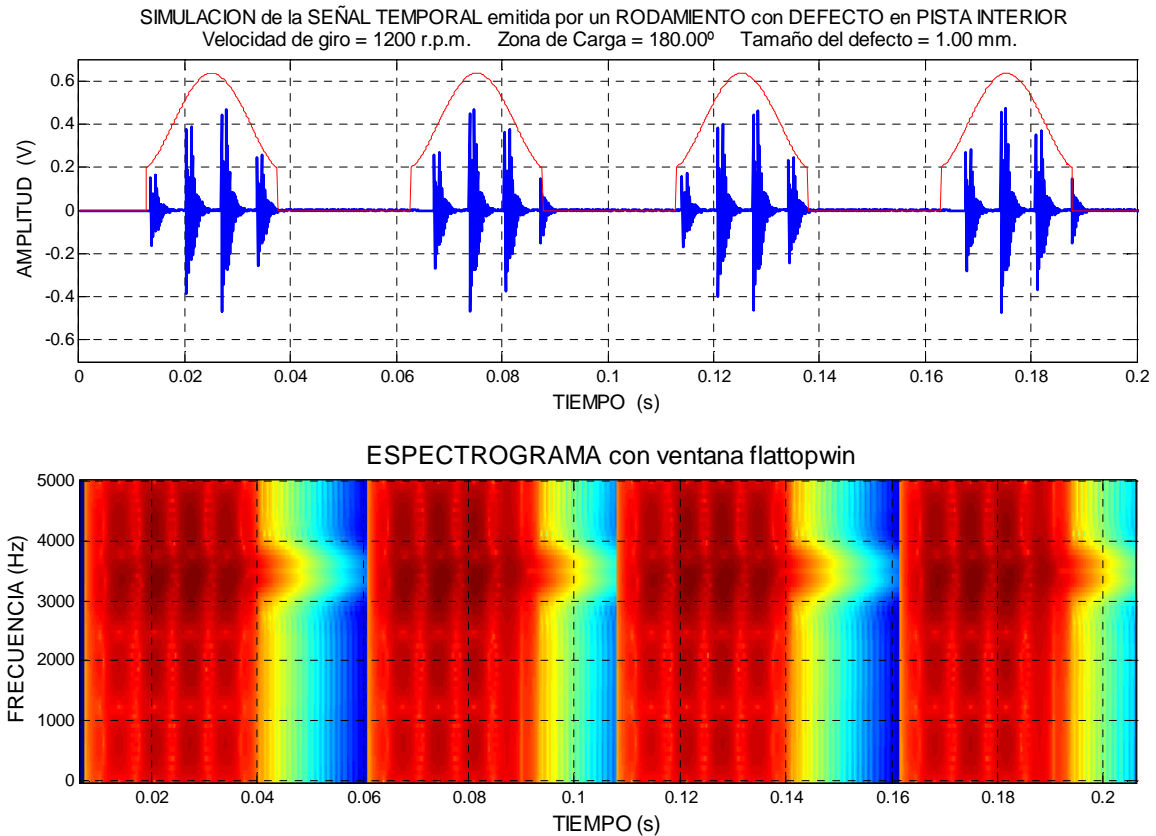


Figura 13.2.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 20Hz y espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana 128

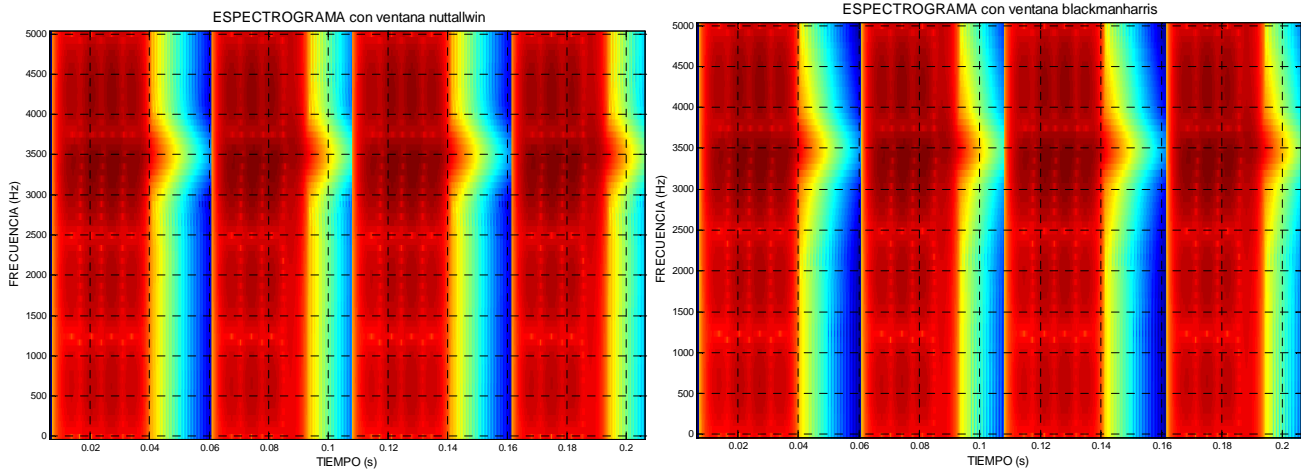


Figura 13.3.- Señal de 20 Hz espectrograma con ventana Blackman-Nuttell y Blackman-Harris con ancho de ventana 128

Para el caso de las demás frecuencias, 30, 40 y 50 tenemos el mismo resultado siendo la ventana Flat top la que mejor se visualiza el defecto. Para frecuencias cada vez mayores es más difícil identificar correctamente los defectos y las Blackman no se comportan tan bien como para frecuencias bajas de 10 y 20 Hz, aún así después de la ventana Flat Top siguen siendo las mejores.

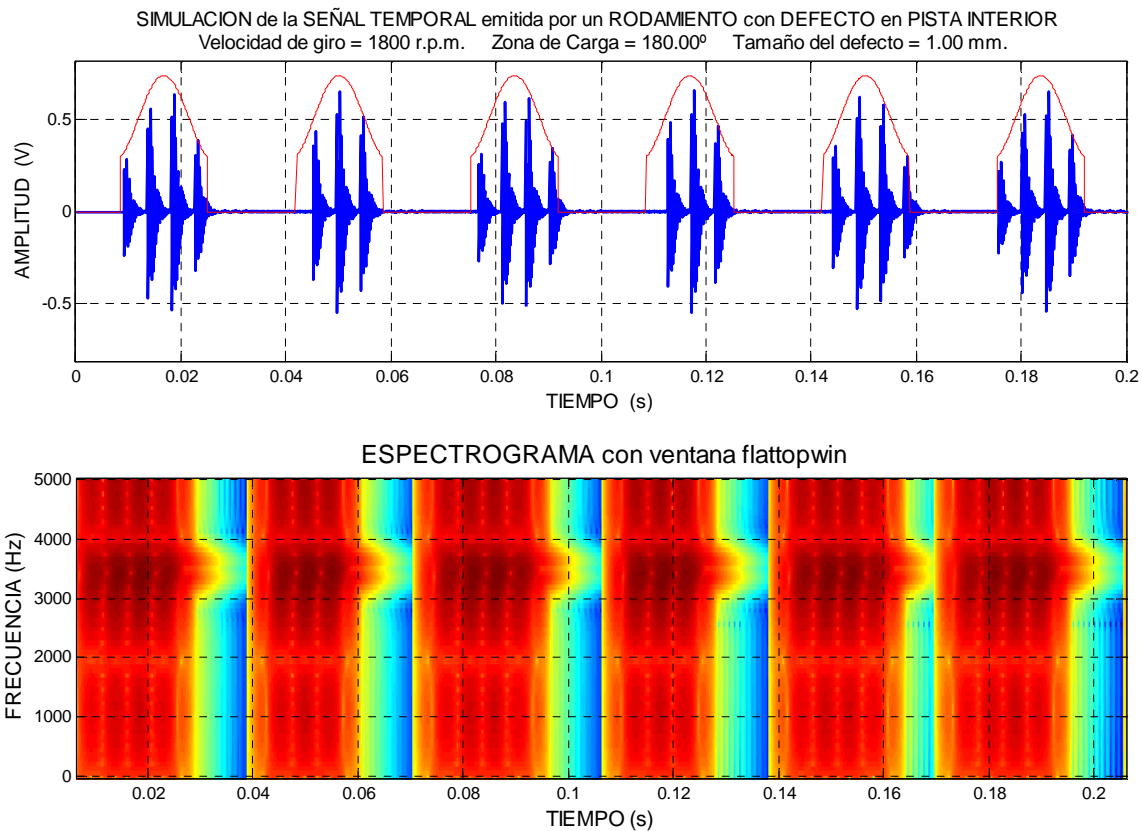


Figura 13.4.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 30Hz y espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana 128

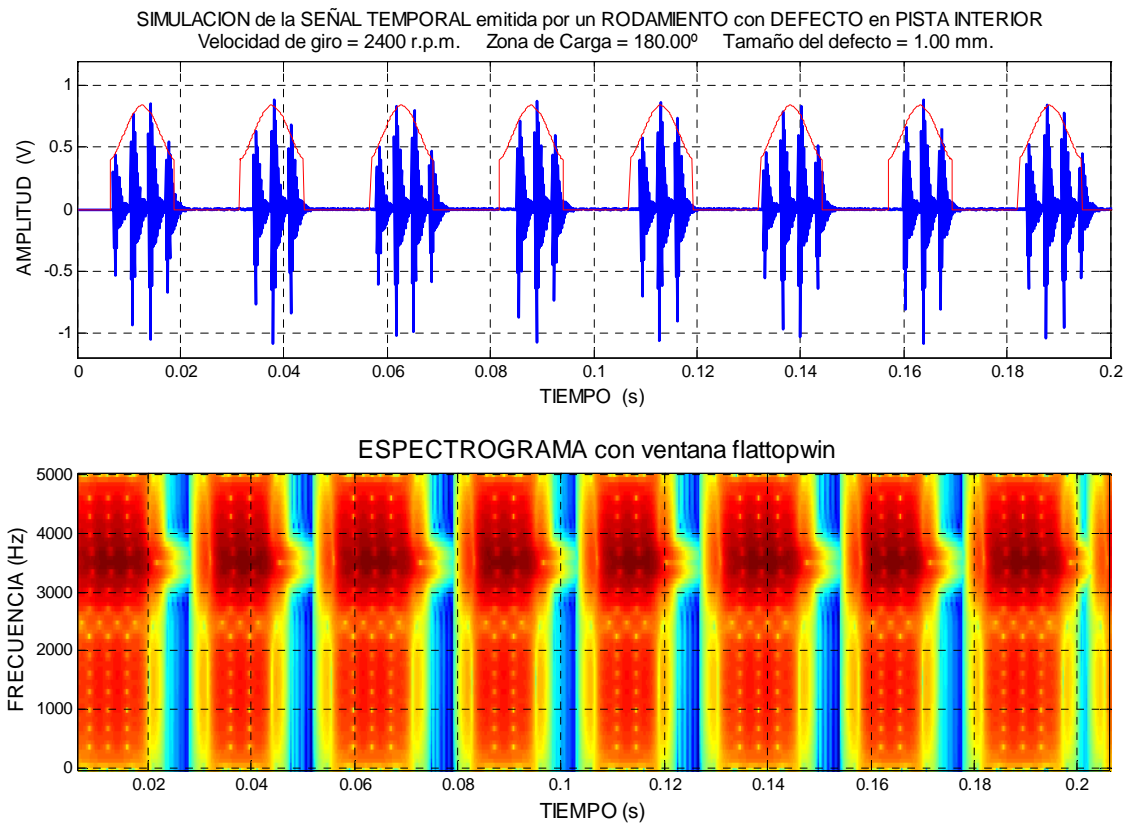


Figura 13.5.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 40Hz y espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana 128

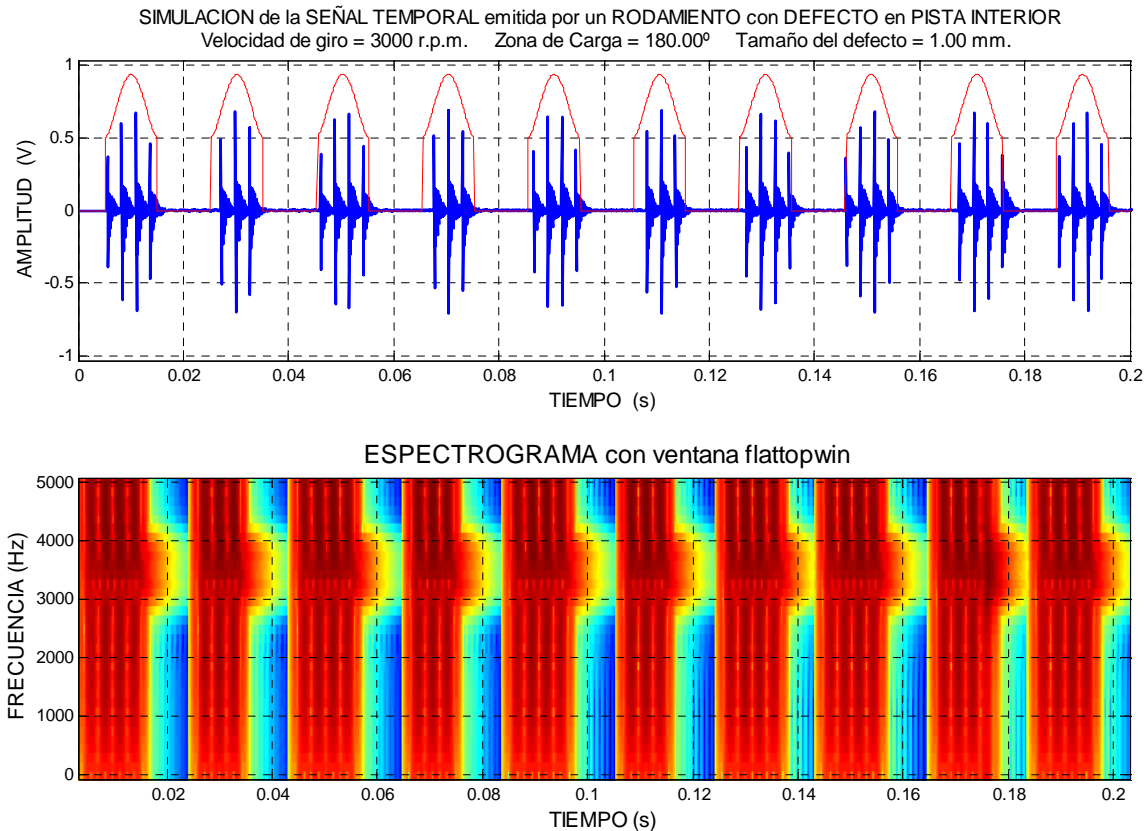


Figura 13.6.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50Hz y espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana 64

Para este último análisis de alta frecuencia hemos utilizado un ancho de ventana menor por lo que hemos perdido resolución frecuencial, ya que con anchos mayores es imposible ver el instante en el que ocurre el defecto, ya que la resolución temporal deja mucho que desear, como se puede ver a continuación en la [Figura 13.7].

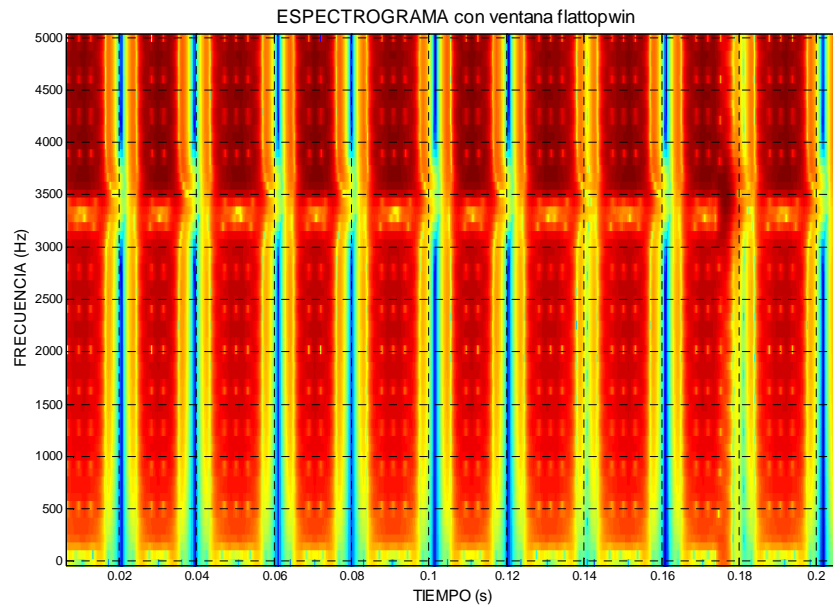


Figura 13.7.- Espectrograma de la señal de 50 Hz con ventana Flat top con ancho de ventana 128

Finalmente podemos concluir que para estudiar y observar mejor este tipo de defectos las ventanas que mejor se comportan son las Flat tops, seguidas de las Blackman (Blackman-Harris y Blackman-Nuttall)

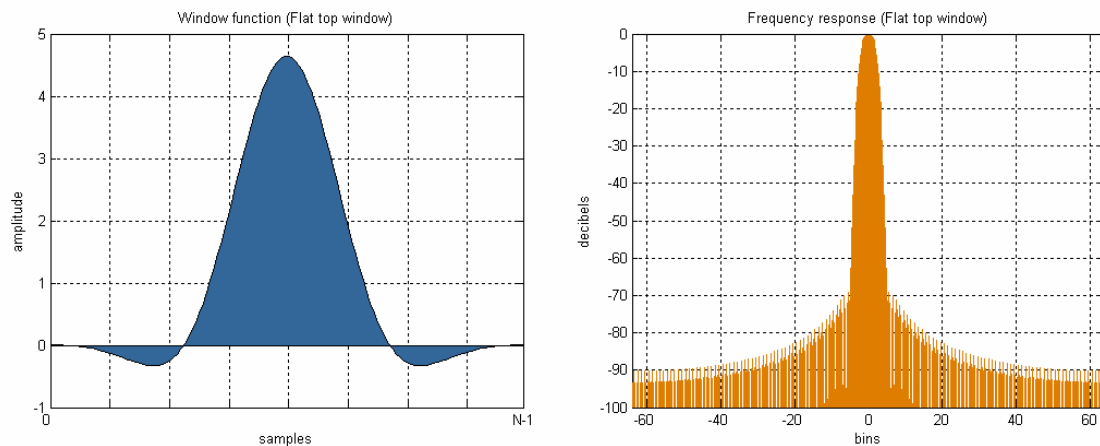


Figura 13.8.- Representación de la ventana Flat top y su respuesta en frecuencia

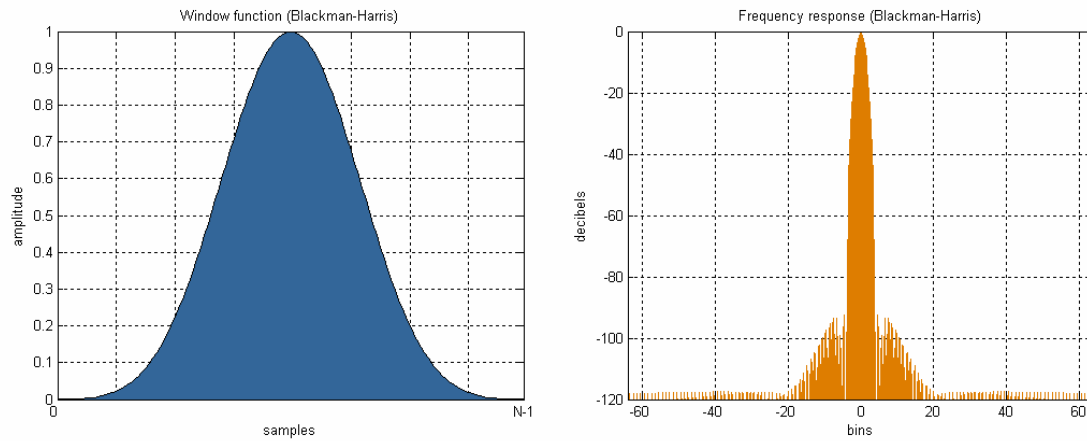


Figura 13.9.- Representación de la ventana Blackman-Harris y su respuesta en frecuencia

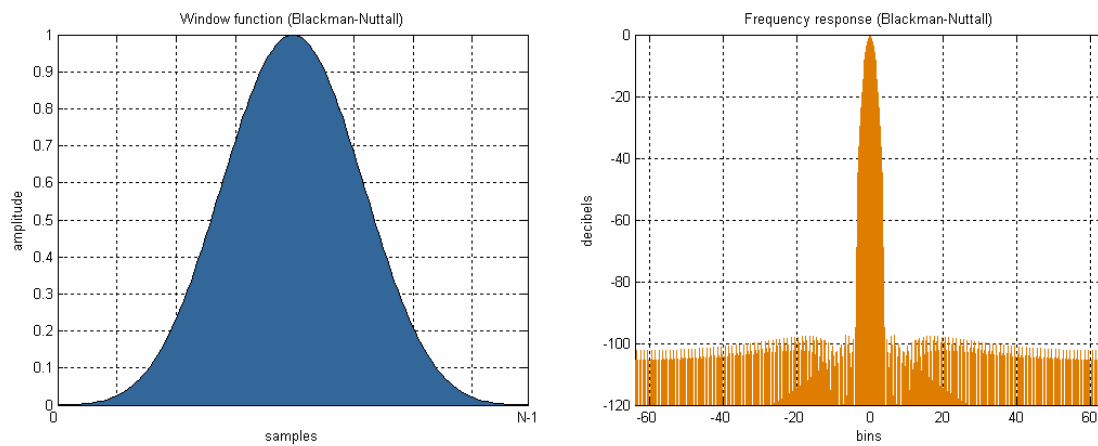


Figura 13.10.- Representación de la ventana Blackman-Nuttall y su respuesta en frecuencia



13.2 ESTUDIO DE LA TRANSFORMADA WAVELET. DEFECTO INTERNO 20, 30, 40, 50HZ

Una vez realizado el estudio del espectrograma vamos a realizar el estudio en la transformada Wavelet de la señal con defecto de pista interior, pero a frecuencias más altas, 20, 30, 40 y 50 Hz.

Vamos a considerar el mismo criterio que en hemos hecho anteriormente en el estudio a 10 Hz, es decir el de los coeficientes.

Como se observó en el análisis a 10 Hz. los gráficos de la transformada Wavelet realizados con Wavelet simple (Morlet, Mexican Hat y Meyer) y la Biortogonal 3.1, cambian sus coeficientes de nuevo para las diferentes escalas, mientras que las demás Wavelets mantienen sus coeficientes constantes para todas las escalas, de este manera los descartaremos del análisis como hicimos en la señal a baja frecuencia de 10 Hz. También descartaremos las Wavelets con Bior3.3 y bior3.5, por lo dicho anteriormente de que son señales que poseen mucho ruido en la misma Wavelet.

La primera señal es la de defecto en pista interior a 20 Hz. Observamos la señal temporal y la tabla con los datos de los coeficientes obtenidos para dicha señal a 20 Hz.

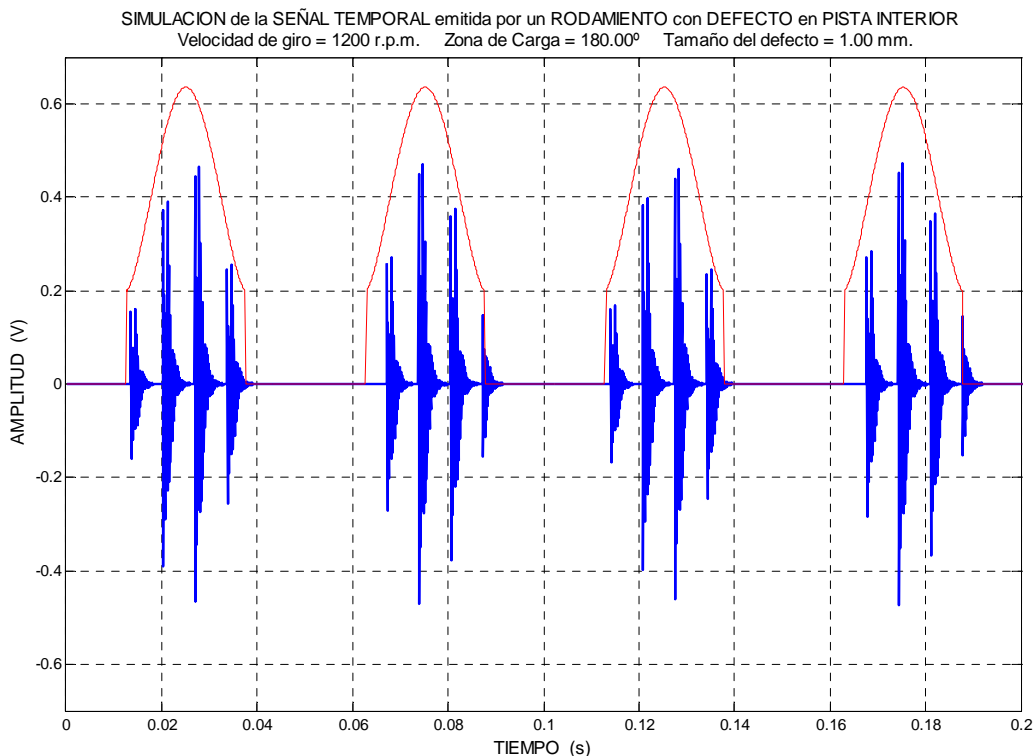


Figura 13.11.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 20 Hz.

**TABLA7.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE **20 HZ. DEFECTO INTERNO**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
Haar	2	4	4	4	8	4,4	10,8
Db2	2	4	8	10	14	7,6	16,8
Db3	2	4	4	4	6	4	10,4
Db4	2	4	4	7	14	6,2	13,2
Db5	2	4	4	4	6	4	10,4
Db6	2	4	4	4	10	4,8	11,2
Db7	2	4	4	11	14	7	14,8
Db8	2	8	8	14	20	10,4	22,8
Db9	3	8	8	15	22	11,2	24,6
Db10	2	4	4	12	14	7,2	15,2
Sym1	2	4	4	4	9	4,6	11
Sym2	2	4	7	8	10	6,2	14,6
Sym3	2	4	4	4	6	4	10,4
Sym4	2	8	13	16	22	12,2	27
Sym5	2	4	4	4	6	4	10,4
Sym6	2	7	8	8	11	7,2	17,8
Sym7	2	4	4	4	6	4	10,4
Sym8	3	8	8	8	12	7,8	19,8
Coif1	2	4	4	4	6	4	10,4
Coif2	2	4	4	5	10	5	11,6
Coif3	2	4	8	8	10	6,4	15,2
Coif4	4	8	8	8	10	7,6	20,4
Coif5	2	6	8	8	11	7	17
1. Bior1.3	2	4	4	4	8	4,4	10,8
2. Bior1.5	2	4	4	4	8	4,4	10,8
3. Bior2.2	2	4	4	4	6	4	10,4
4. Bior2.4	2	4	4	4	6	4	10,4
5. Bior2.6	2	4	4	4	6	4	10,4
6. Bior2.8	2	4	4	4	6	4	10,4
7. Bior3.7	2	4	4	4	6	4	10,4
8 Bior3.9	2	4	4	4	9	4,6	11
9. Bior4.4	2	4	4	4	6	4	10,4
10. Bior5.5	2	4	8	8	10	6,4	15,2
11. Bior6.8	2	4	4	5	10	5	11,6

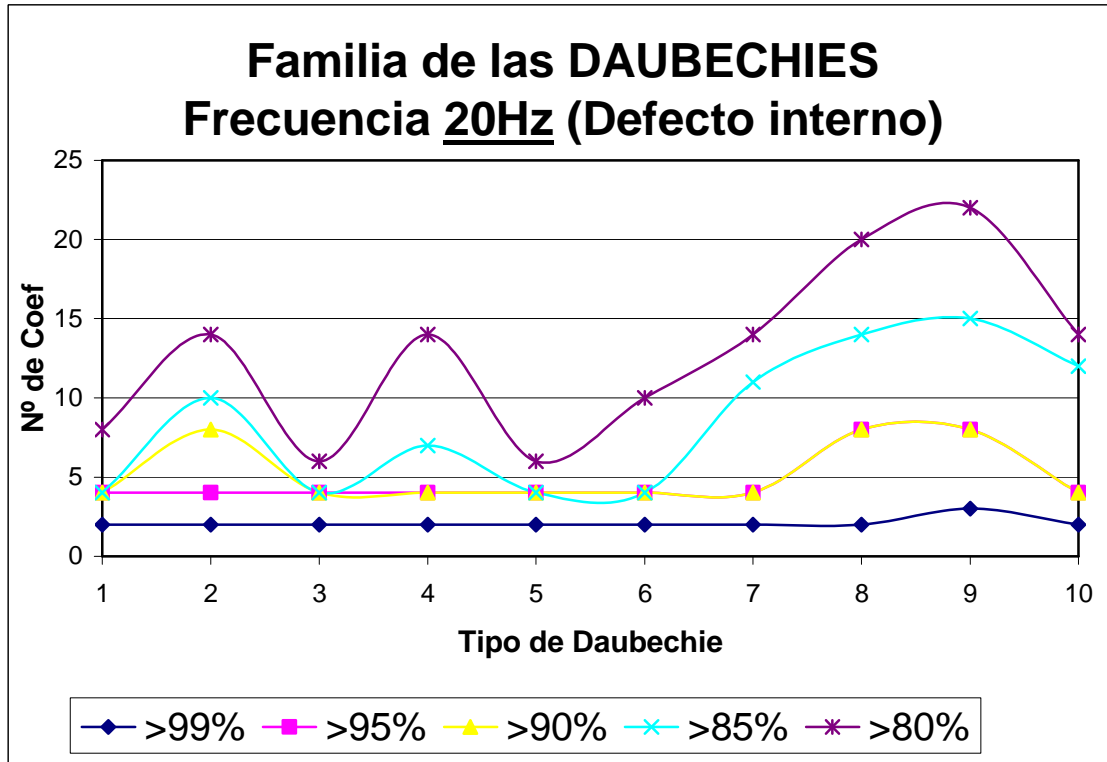


Figura 13.12.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Daubechies de señal de 20 Hz en defecto interno

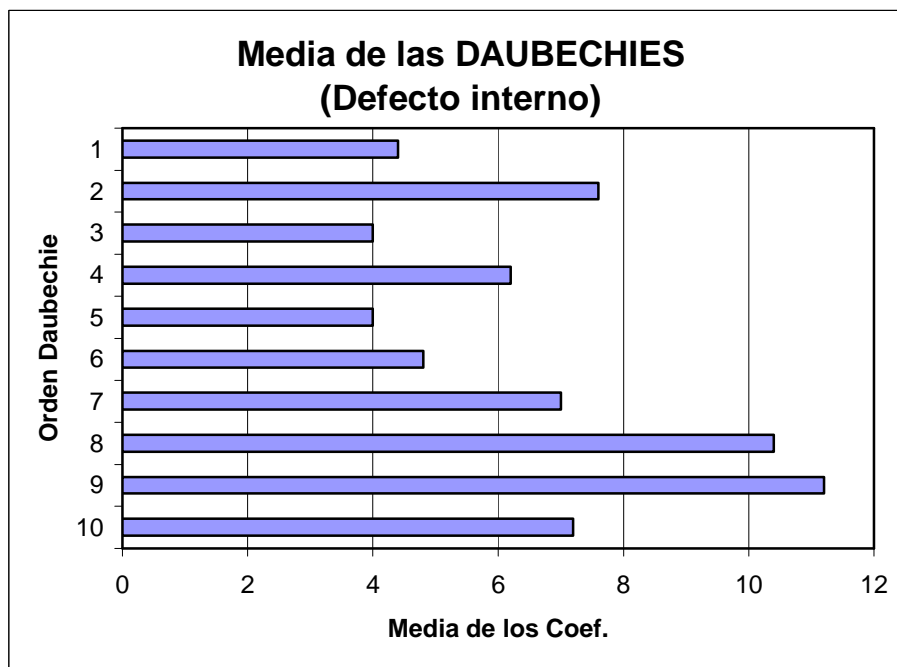


Figura 13.13.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 20 Hz en defecto interno

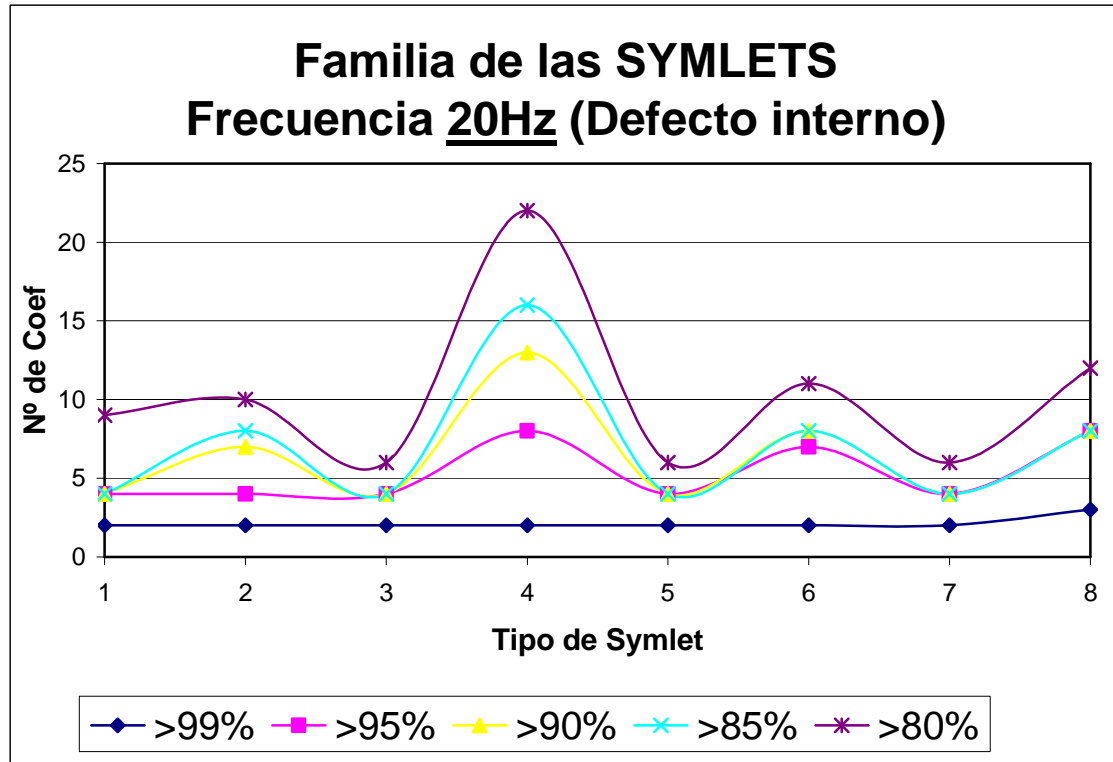


Figura 13.14.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Symlets de señal de 20 Hz en defecto interno

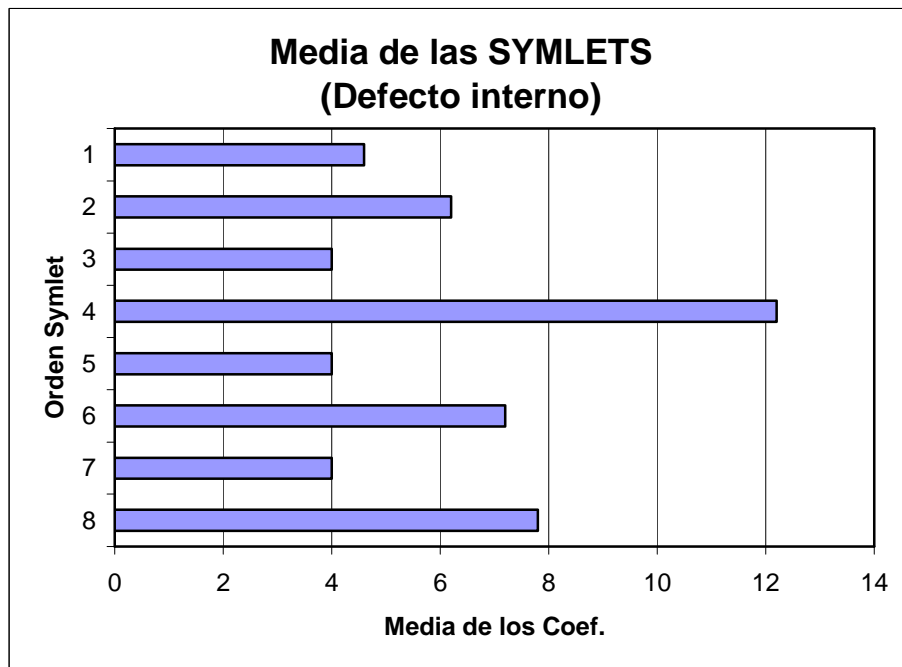


Figura 13.15.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 20 Hz en defecto interno

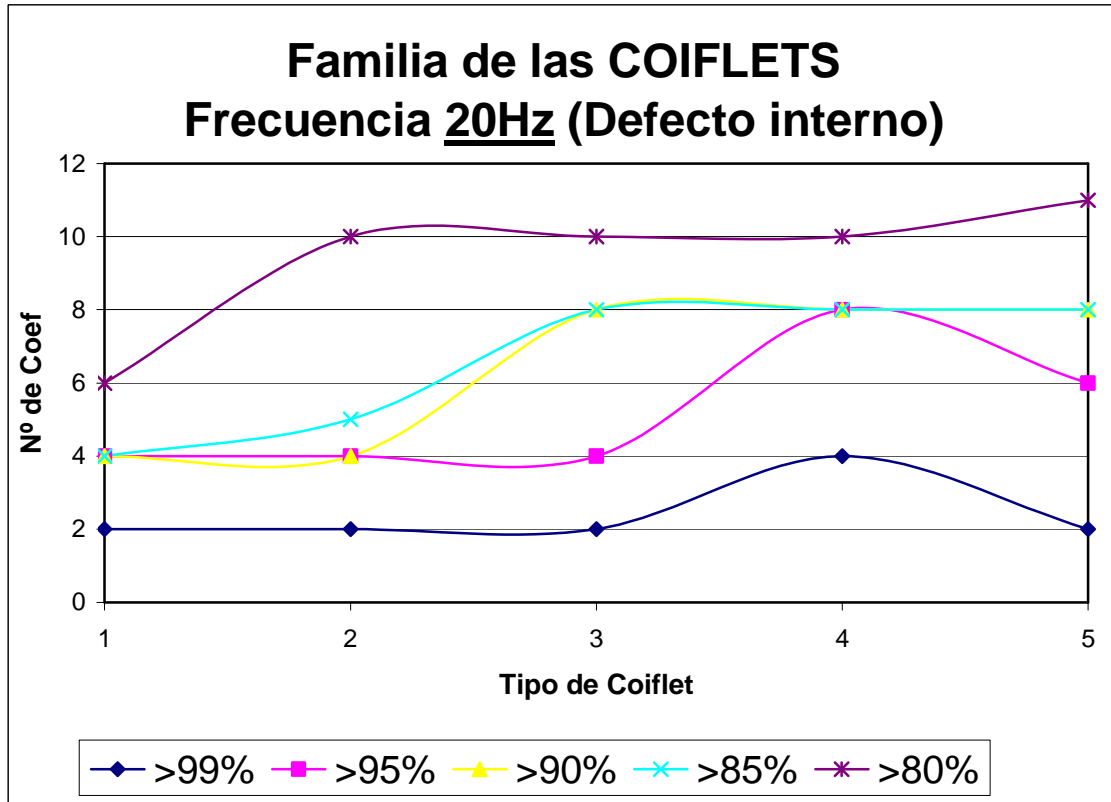


Figura 13.16.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Coiflets de señal de 20 Hz en defecto interno

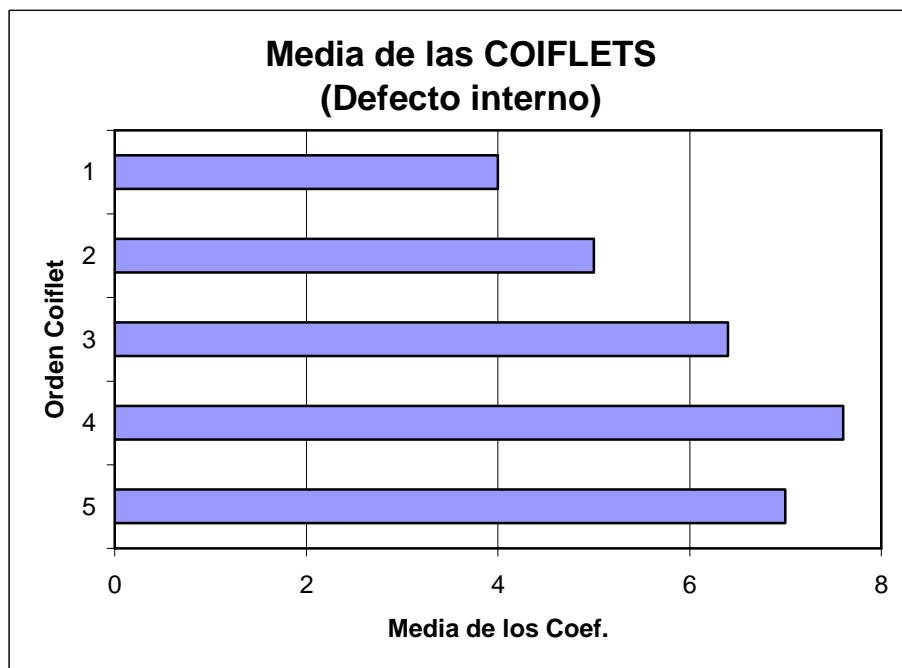


Figura 13.17.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 20 Hz en defecto interno

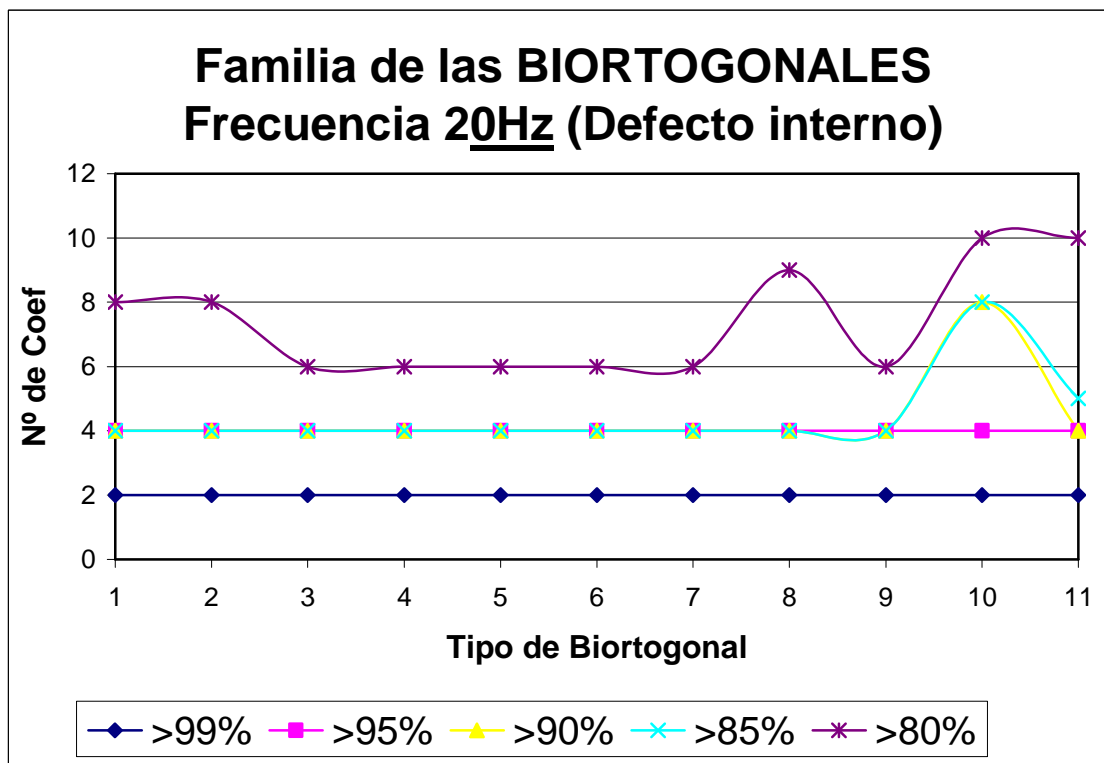


Figura 13.18.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Biortogonal de señal de 20 Hz en defecto interno

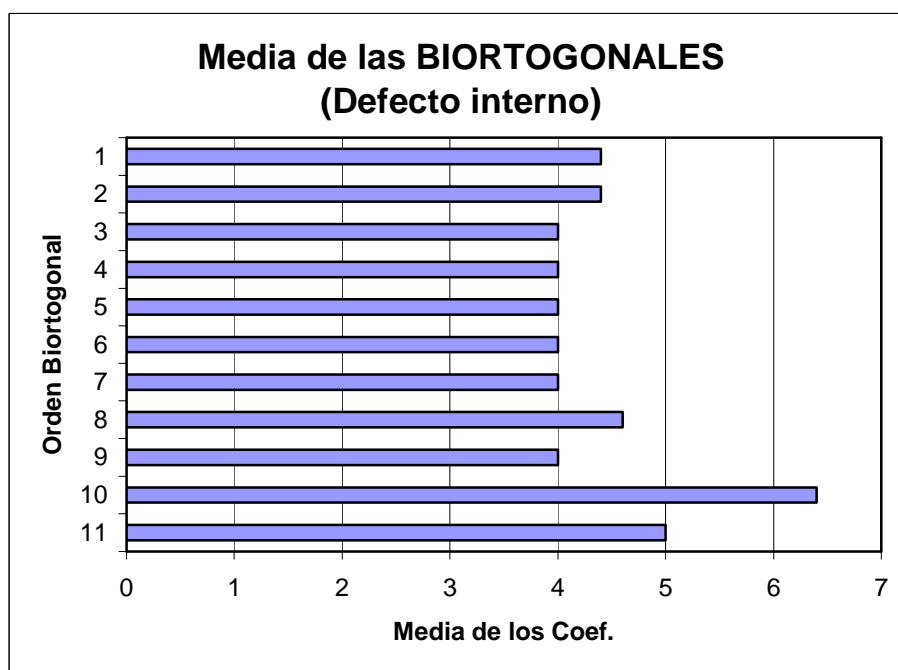


Figura 13.19.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 20 Hz en defecto interno



Como cabía de esperar se ha podido observar que número de coeficientes ha aumentado para un análisis a mayor frecuencia, esto es debido a que a mayor velocidad se observan mayor número de defectos a lo largo el tiempo, esto no significa que haya más defectos, si no que en un mismo periodo de tiempo se pasa más veces por del defecto que estamos analizando, ya que la velocidad es mayor, y por esta razón según vayamos aumentando la velocidad en el análisis va haber mayores coeficientes por encima de los valores al 99, 95, 90, 85 y 85 %.

Para el caso de una señal de 20 Hz concluimos que en la utilización de Wavelets Daubechies las de orden elevado se comportan mejor que las de orden bajo y medio, en este caso el mejor resultado se ha obtenido para las Daubechies de orden pares más alto, pero cabe resaltar que no se obtiene mal resultado con una Daubechie de orden 2.

-Daubechies: db2, db8 y db9

Para la familia de las Symlets las de orden 4 y 8 son las que mejor se comportan para dicho defecto a esta frecuencia, especialmente la de orden 4 que obtiene coeficientes muy elevados, por ello a la hora de elegir nos quedaremos con la de menor orden que es la más sencilla. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Symlet: sym4, sym6 y sym8

Para el caso de las Coiflets seguimos teniendo valores muy similares para todos las Wavelets de la familia, destacando por encima las Coiflet de orden mayor; la 4 y la 5. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Coiflets: coif4 y coif5

Finalmente para el caso de las Biortogonales la de orden 5.5 y 6.8 son las que mejor se comportan; en todas las demás obtenemos coeficientes muy similares por no decir que idénticos en muchos casos. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Biortogonales: bior5.5 y bior6.8

Como hicimos anteriormente mostraremos algunas de las transformadas con que hemos obtenido mejores resultados utilizando una escala de 64.



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función db9

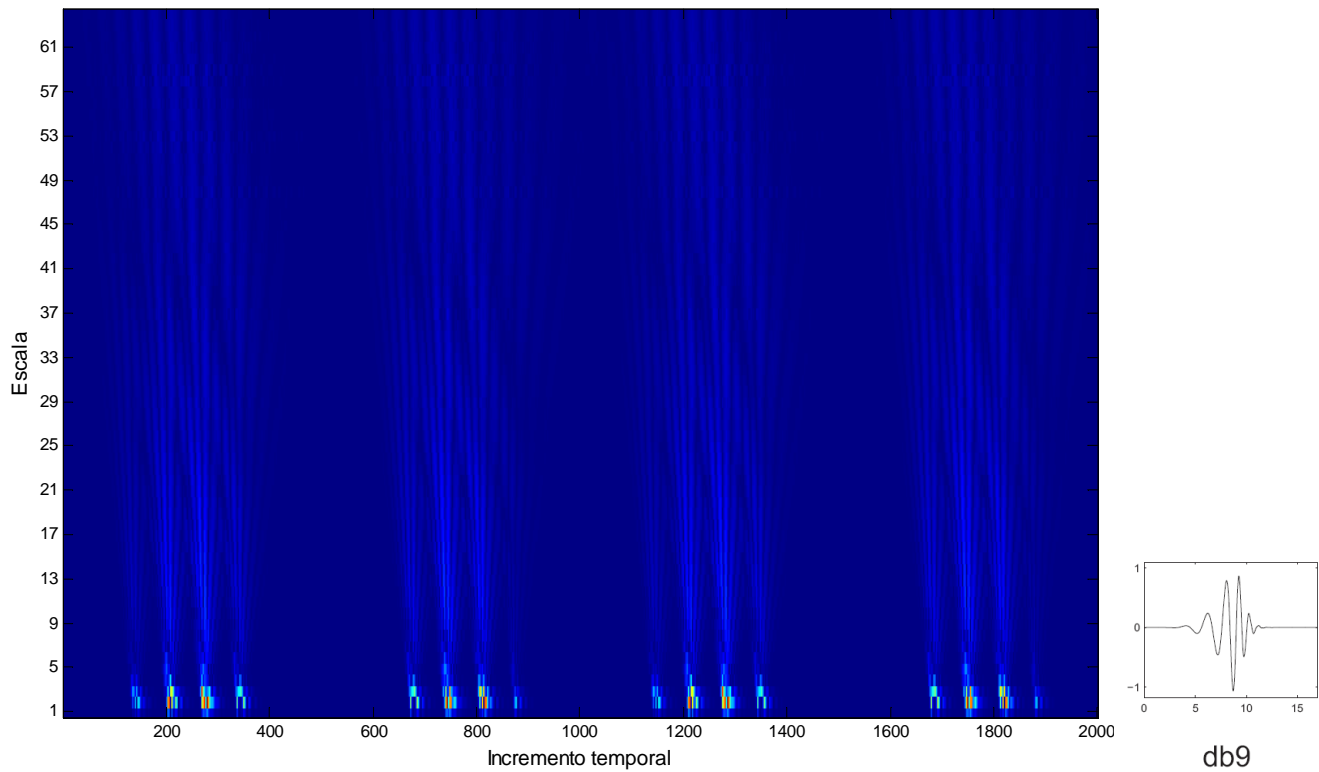


Figura 13.20- Transformada Wavelet de la señal de 20Hz con 4 vueltas con db9 en defecto interno

Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función sym4

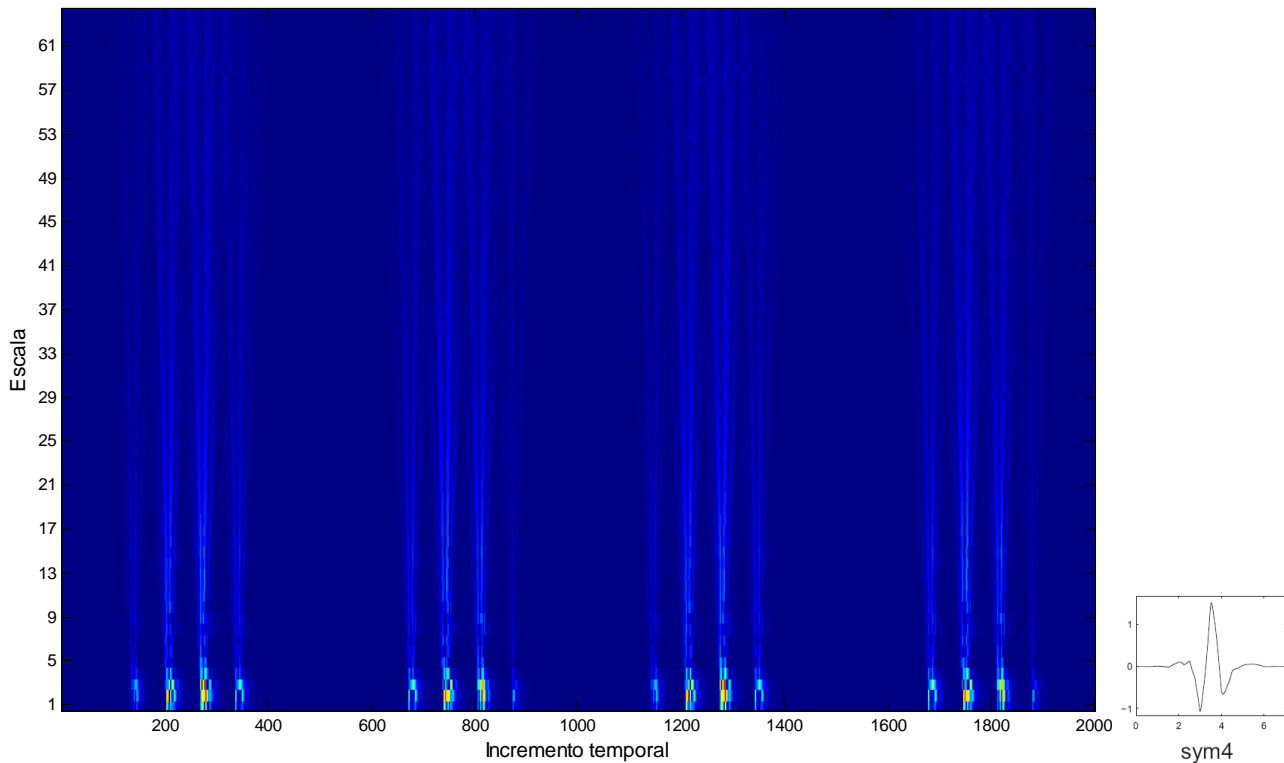


Figura 13.21- Transformada Wavelet de la señal de 20Hz con 4 vueltas con sym4 en defecto interno

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



La siguiente señal es la de defecto en pista interior a 30 Hz. Observamos la señal temporal y la tabla con los datos de los coeficientes obtenidos para dicha señal a 30 Hz.

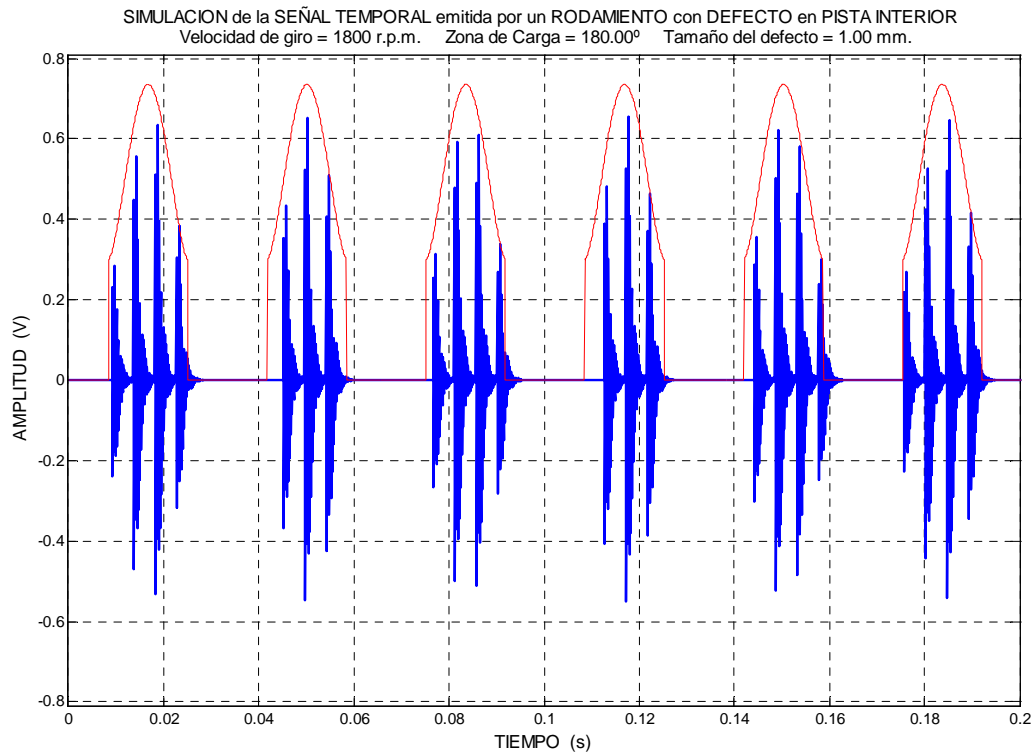


Figura 13.23.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 30 Hz.

**TABLA8.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 30 HZ. *DEFECTO INTERNO*

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
Haar	2	9	13	17	19	12	27,6
<i>Db2</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Db3</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Db4</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Db5</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Db6</i>	2	5	7	9	16	7,8	17
<i>Db7</i>	2	5	11	22	30	14	27,4
<i>Db8</i>	2	9	14	26	32	16,6	34,4
<i>Db9</i>	2	8	16	23	30	15,8	33,2
<i>Db10</i>	2	5	11	20	25	12,6	25,6
<i>Sym1</i>	2	4	7	14	17	8,8	18,4
<i>Sym2</i>	2	5	10	15	18	10	21,6
<i>Sym3</i>	2	8	19	30	36	19	39
<i>Sym4</i>	2	5	9	15	18	9,8	21
<i>Sym5</i>	2	5	7	13	19	9,2	19,2
<i>Sym6</i>	2	5	7	13	20	9,4	19,4
<i>Sym7</i>	2	5	7	17	27	11,6	22,4
<i>Sym8</i>	2	5	7	9	15	7,6	16,8
<i>Coif1</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Coif2</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Coif3</i>	2	5	7	9	10	6,6	15,8
<i>Coif4</i>	2	5	7	9	15	7,6	16,8
<i>Coif5</i>	2	5	7	9	18	8,2	17,4
1. Bior1.3	3	9	13	17	20	12,4	28,8
2. Bior1.5	3	9	14	17	20	12,6	29,4
3. Bior2.2	2	5	7	9	10	6,6	15,8
4. Bior2.4	2	5	7	9	10	6,6	15,8
5. Bior2.6	2	5	7	9	13	7,2	16,4
6. Bior2.8	2	5	7	9	14	7,4	16,6
7. Bior3.7	2	8	15	22	27	14,8	31,6
8 Bior3.9	2	7	17	24	31	16,2	33,6
9. Bior4.4	2	5	7	9	10	6,6	15,8
10. Bior5.5	2	5	7	9	14	7,4	16,6
11. Bior6.8	2	5	7	9	13	7,2	16,4

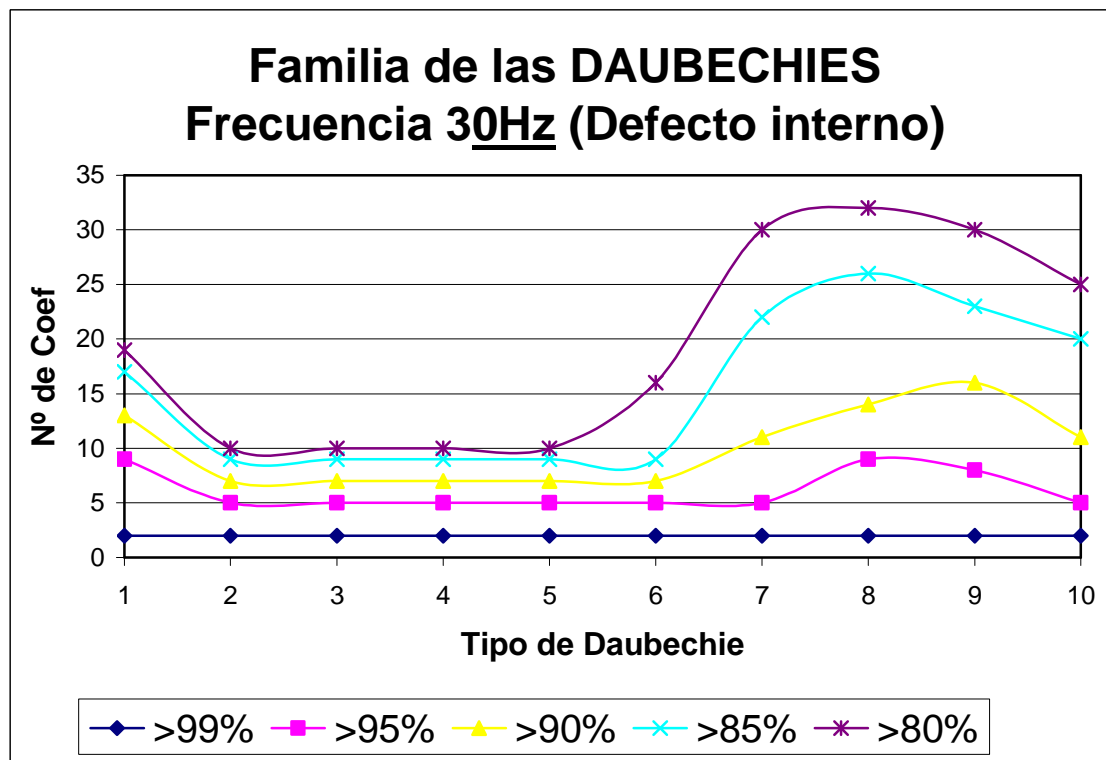


Figura 13.24.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Daubechies de señal de 30 Hz en defecto interno

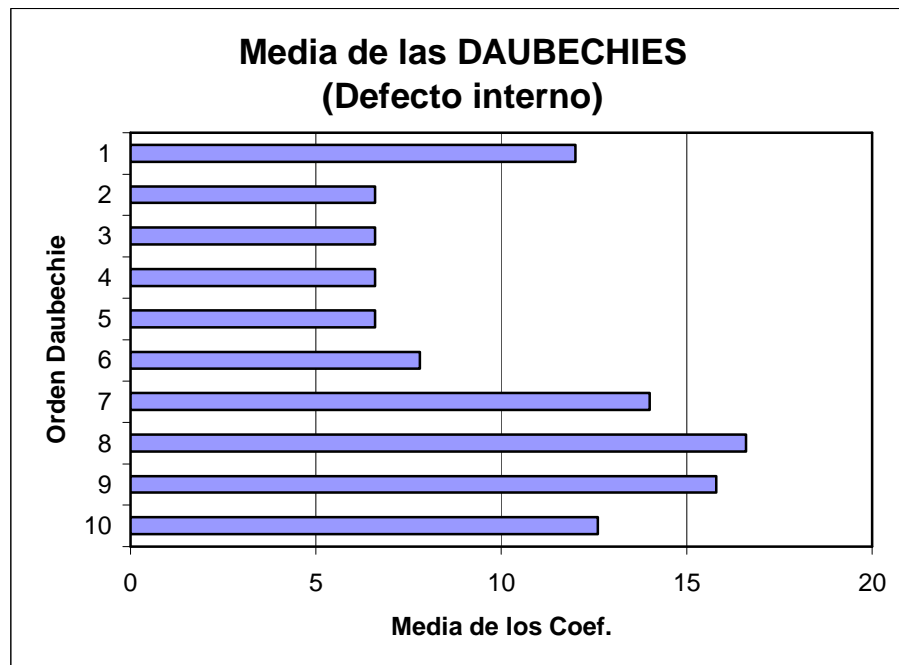


Figura 13.25.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 30 Hz en defecto interno

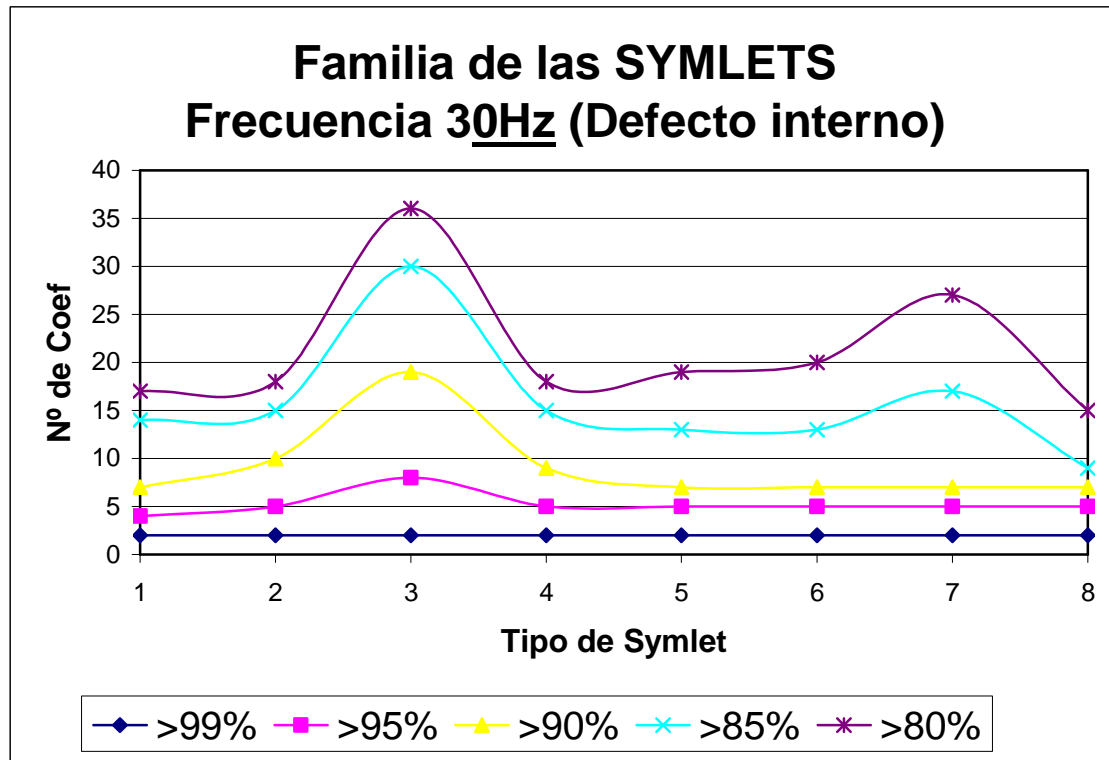


Figura 13.26.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Symlets de señal de 30 Hz en defecto interno

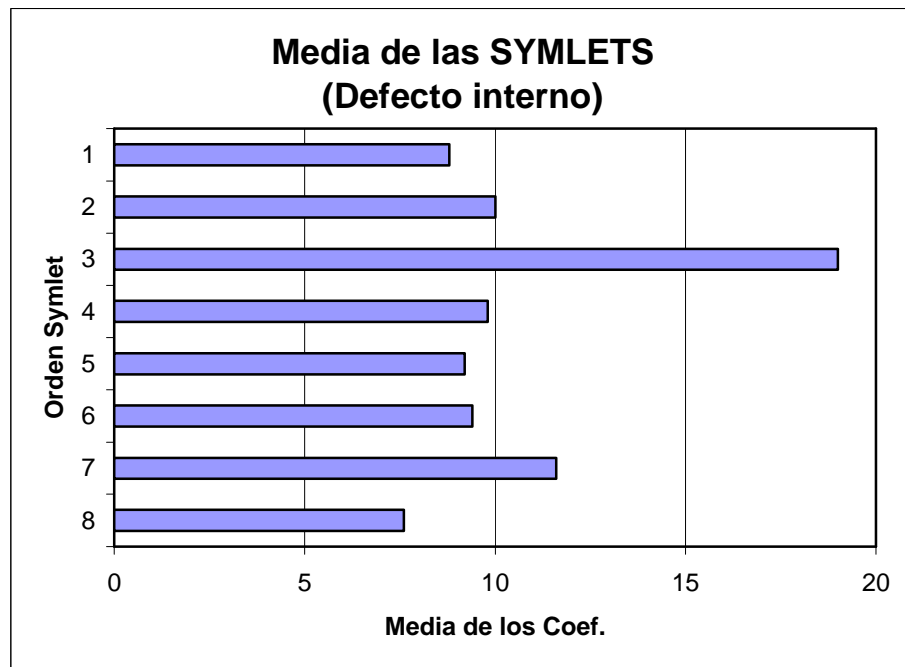


Figura 13.27.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 30 Hz en defecto interno

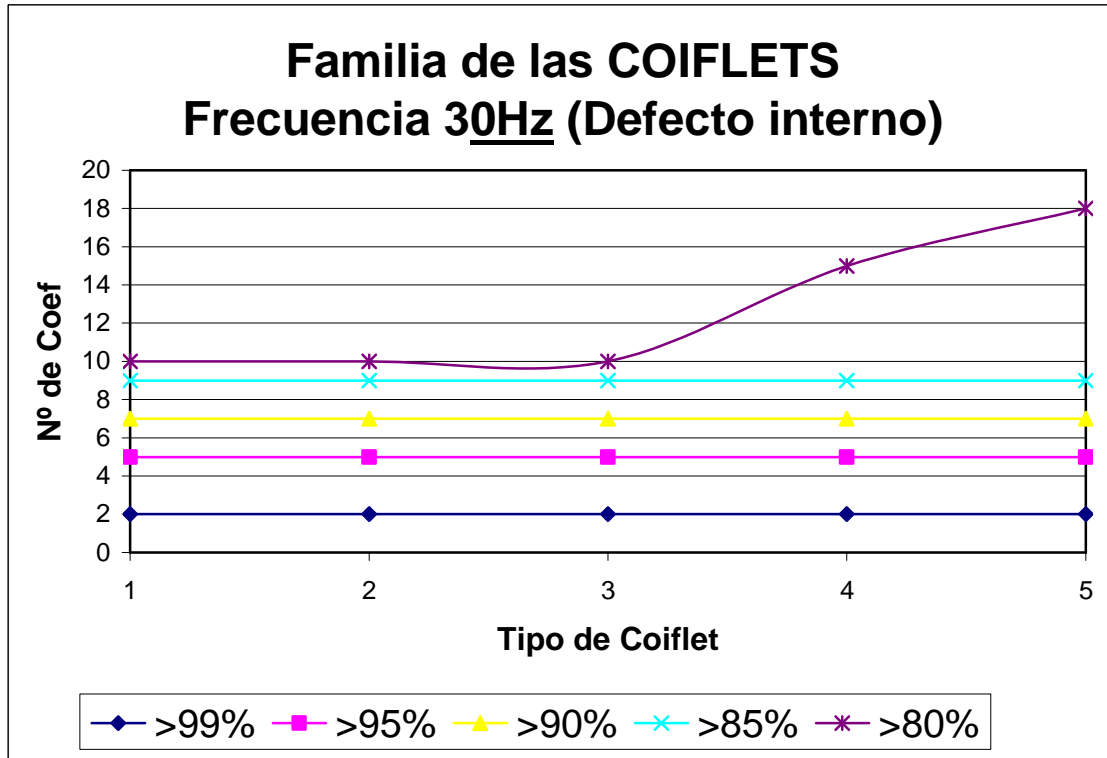


Figura 13.28.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Coiflets de señal de 30 Hz en defecto interno

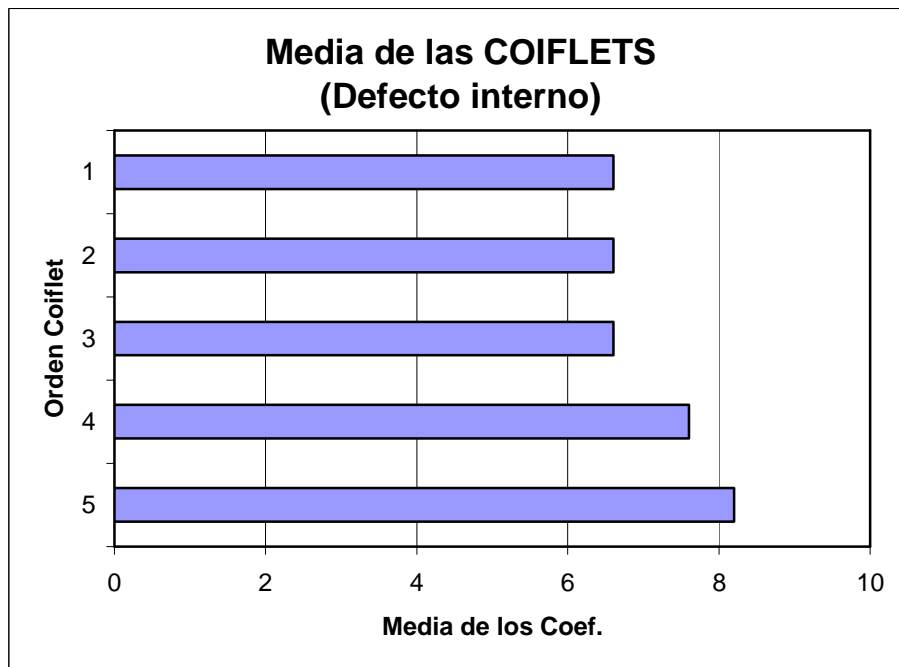


Figura 13.29.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 30 Hz en defecto interno

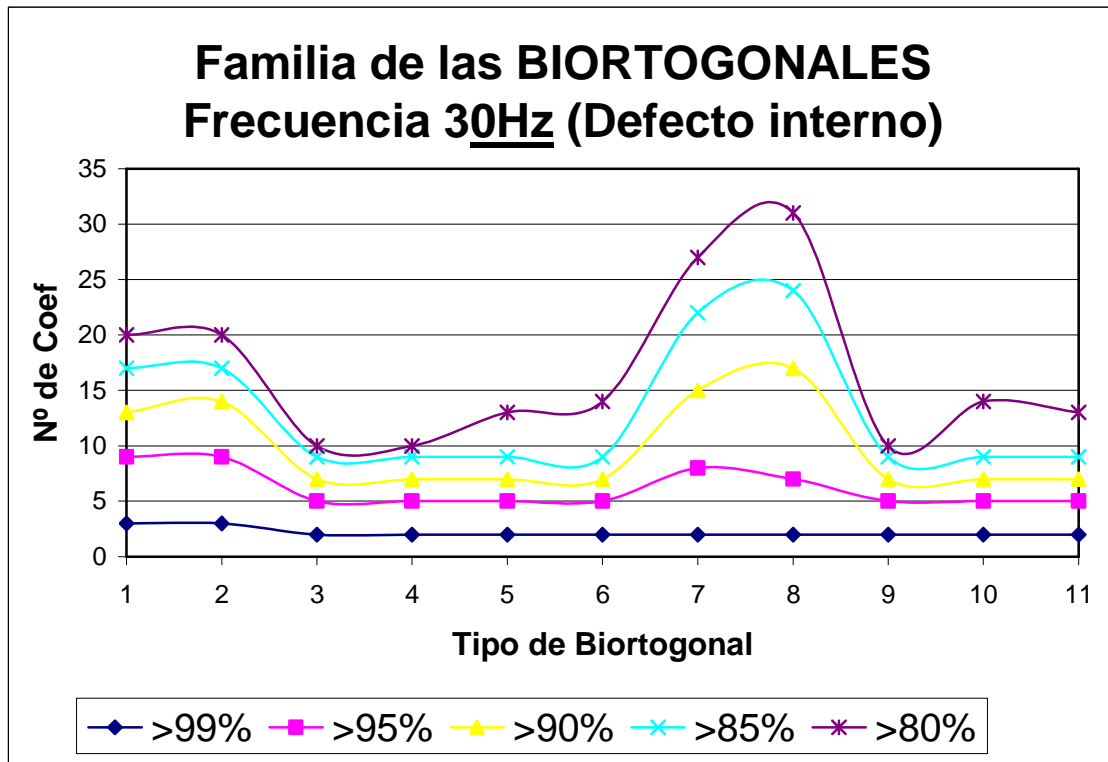


Figura 13.30.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Biortogonal de señal de 30 Hz en defecto interno

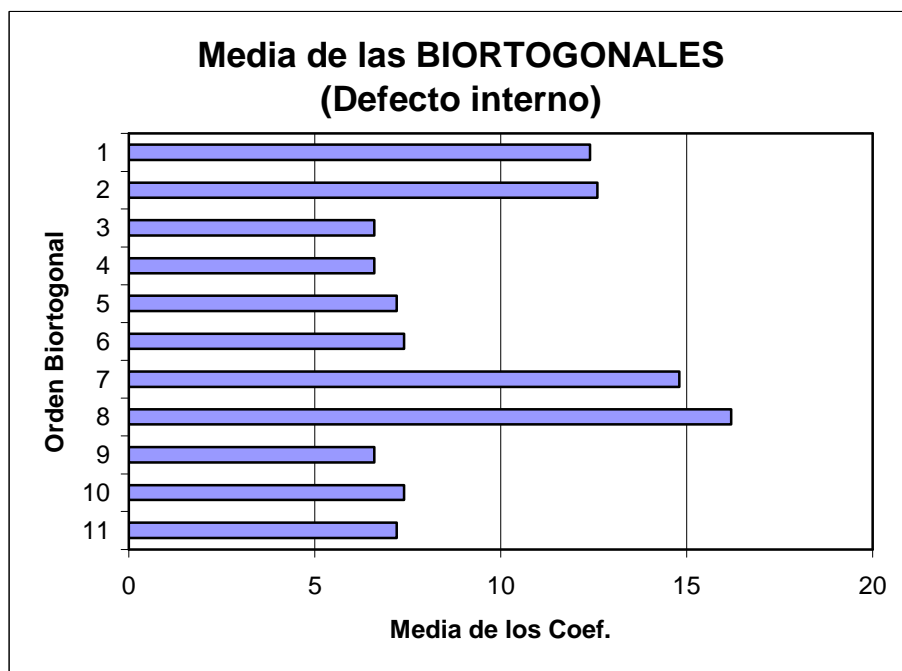


Figura 13.31.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 30 Hz en defecto interno



Para el caso de una señal de 30 Hz también concluimos que la utilización de Wavelets Daubechies de orden elevado se comportan mejor que las de orden bajo y medio, de nuevo el mejor resultado se alcanza con las Daubechies de orden 8 y 9, pero es de notoria importancia destacar que con la Wavelet Haar se han obtenido muy buenos resultados en este caso.

-Daubechies: db1, db8 y db9

Para la familia de las Symlets las de orden 2, 3 y 7 son las que mejor se comportan para dicho defecto a esta frecuencia, especialmente la del orden 3. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Symlet: sym3, sym7

Para el caso de las Coiflets seguimos teniendo valores muy similares para todos las Wavelets de la familia; no podemos destacar ninguna Coiflets y decimos que todas se comportan correctamente. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Coiflets: coif5

Finalmente para el caso de las Biortogonales hemos obtenido buenos resultados con las bior3.9 y 3.7, pero cabe destacar que las de orden más bajo son muy buenas también (1.3 y 1.5), por que es probable que descartemos las de orden mayor y nos quedemos con la de menor orden que son más sencillas. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Biortogonales: bior3.9, bior3.7, bior1.3 y bior1.5

Se muestran algunas de las transformadas con que hemos obtenido mejores resultados utilizando una escala de 64.

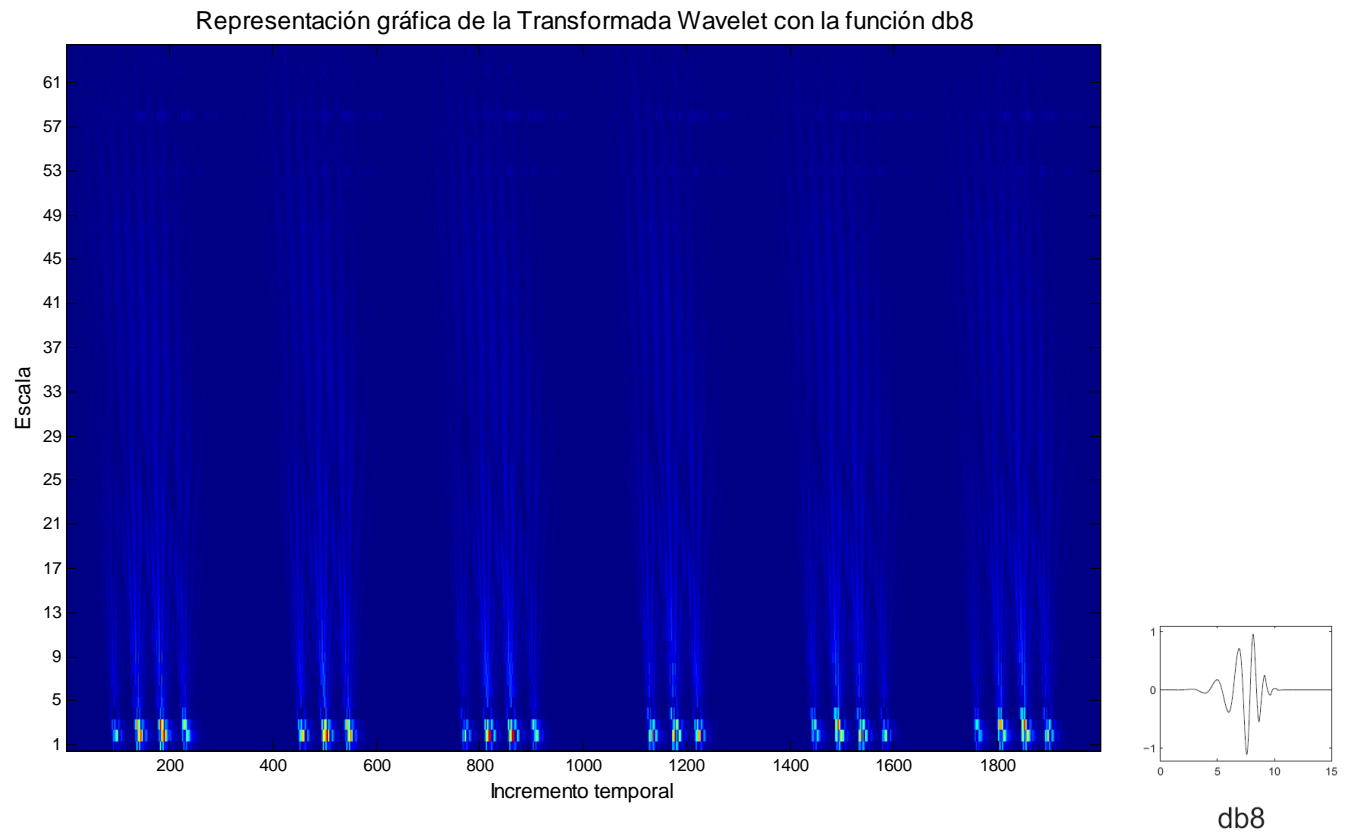


Figura 13.32- Transformada Wavelet de la señal de 30Hz con 6 vueltas con db8 en defecto interno

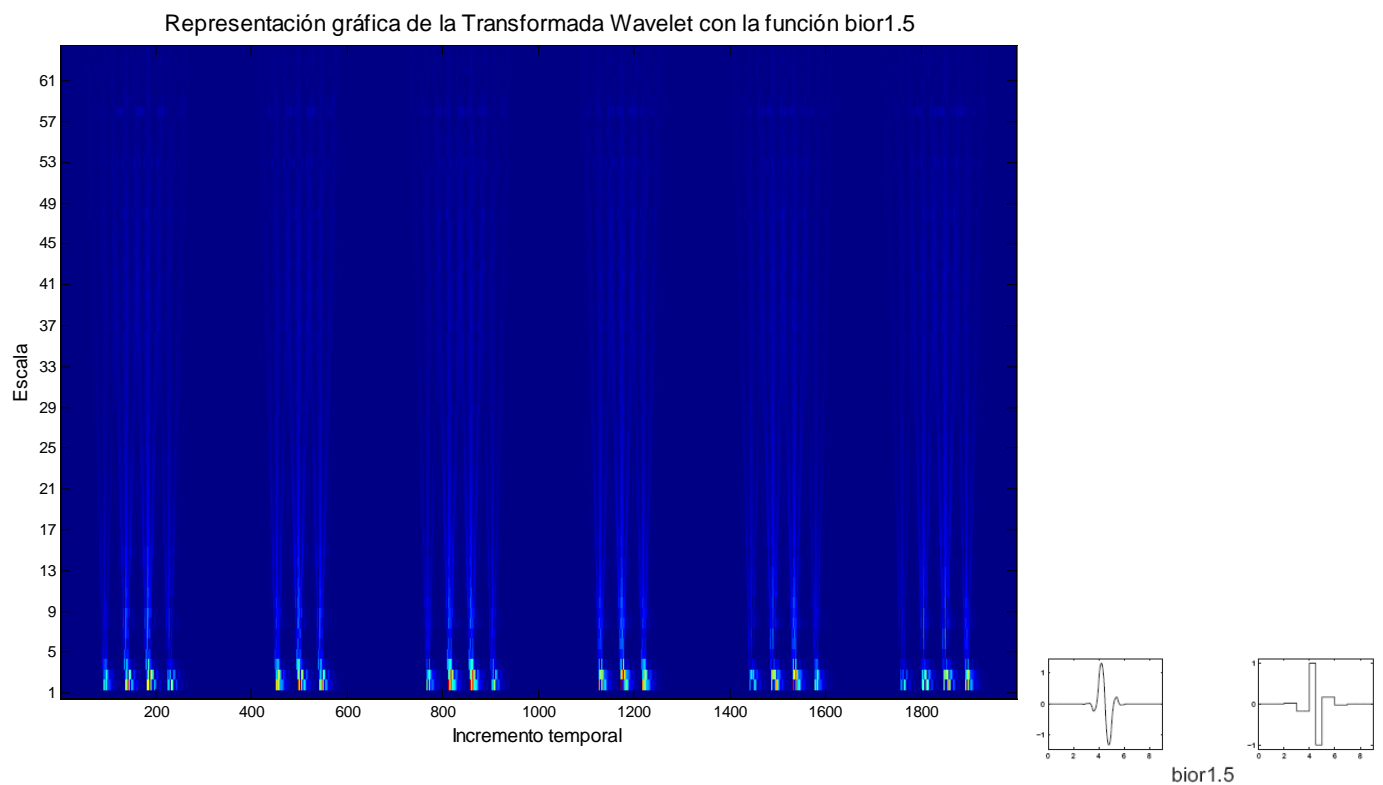


Figura 13.33- Transformada Wavelet de la señal de 30Hz con 6 vueltas con bior1.5 en defecto interno

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



La siguiente señal es la de defecto en pista interior a 40 Hz. Observamos la señal temporal y la tabla con los datos de los coeficientes obtenidos para dicha señal a 40 Hz.

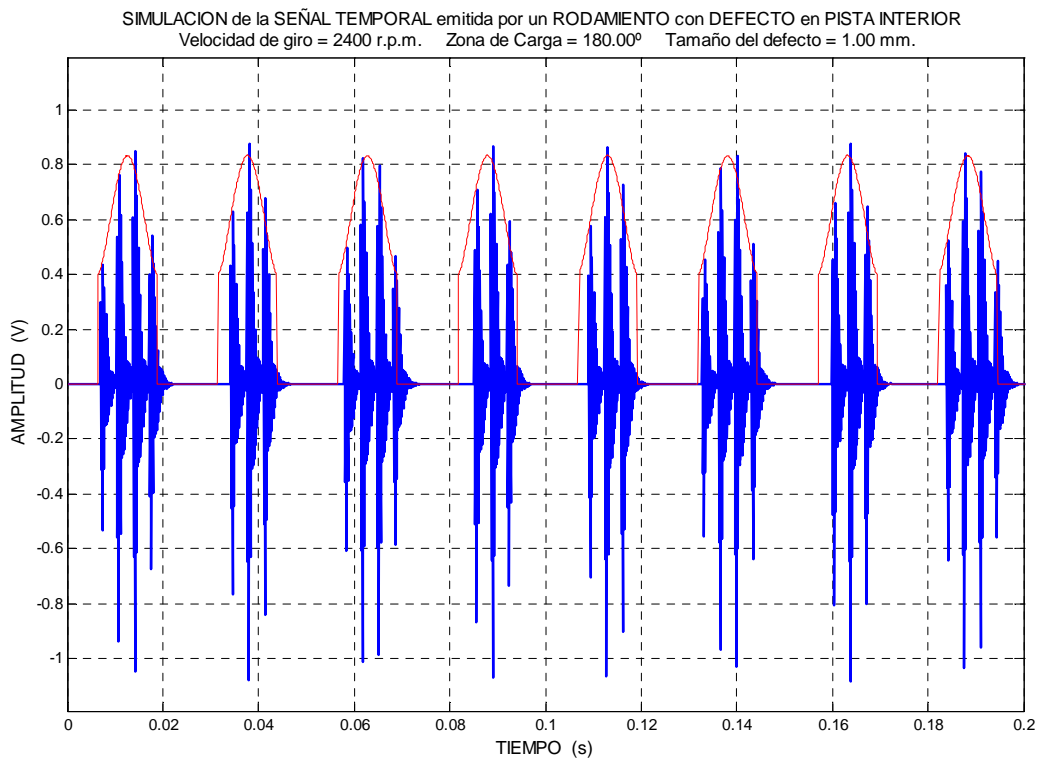


Figura 13.34.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 40 Hz.

**TABLA9.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE **40 HZ. DEFECTO INTERNO**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	3	7	11	23	32	15,2	30,8
<i>Db2</i>	2	6	9	12	18	9,4	20,6
<i>Db3</i>	2	11	18	24	35	18	38,2
<i>Db4</i>	2	10	17	23	27	15,8	34,8
<i>Db5</i>	2	6	15	21	26	14	29,4
<i>Db6</i>	3	6	9	12	19	9,8	21,8
<i>Db7</i>	3	14	26	40	51	26,8	56
<i>Db8</i>	2	6	9	12	14	8,6	19,8
<i>Db9</i>	2	6	14	20	26	13,6	28,4
<i>Db10</i>	3	7	9	12	14	9	21,6
<i>Sym1</i>	2	6	9	12	14	8,6	19,8
<i>Sym2</i>	3	7	9	12	20	10,2	22,8
<i>Sym3</i>	3	7	9	12	17	9,6	22,2
<i>Sym4</i>	2	6	9	12	14	8,6	19,8
<i>Sym5</i>	3	7	9	12	19	10	22,6
<i>Sym6</i>	2	8	16	26	34	17,2	35,2
<i>Sym7</i>	3	7	9	12	14	9	21,6
<i>Sym8</i>	3	7	16	24	34	16,8	34,6
<i>Coif1</i>	2	6	9	12	16	9	20,2
<i>Coif2</i>	3	12	22	33	39	21,8	46,8
<i>Coif3</i>	3	7	15	25	34	16,8	34,4
<i>Coif4</i>	3	7	16	21	26	14,6	31,8
<i>Coif5</i>	3	9	16	22	26	15,2	33,8
1. Bior1.3	3	7	12	26	34	16,4	33
2. Bior1.5	3	7	9	24	33	15,2	30,2
3. Bior2.2	2	6	9	17	23	11,4	23,6
4. Bior2.4	2	6	11	19	24	12,4	25,8
5. Bior2.6	2	6	13	20	29	14	28,4
6. Bior2.8	2	6	17	28	44	19,4	37
7. Bior3.7	2	6	9	12	18	9,4	20,6
8 Bior3.9	2	6	9	12	18	9,4	20,6
9. Bior4.4	2	6	13	20	37	15,6	30
10. Bior5.5	3	7	11	19	31	14,2	29
11. Bior6.8	3	7	13	25	35	16,6	33,4

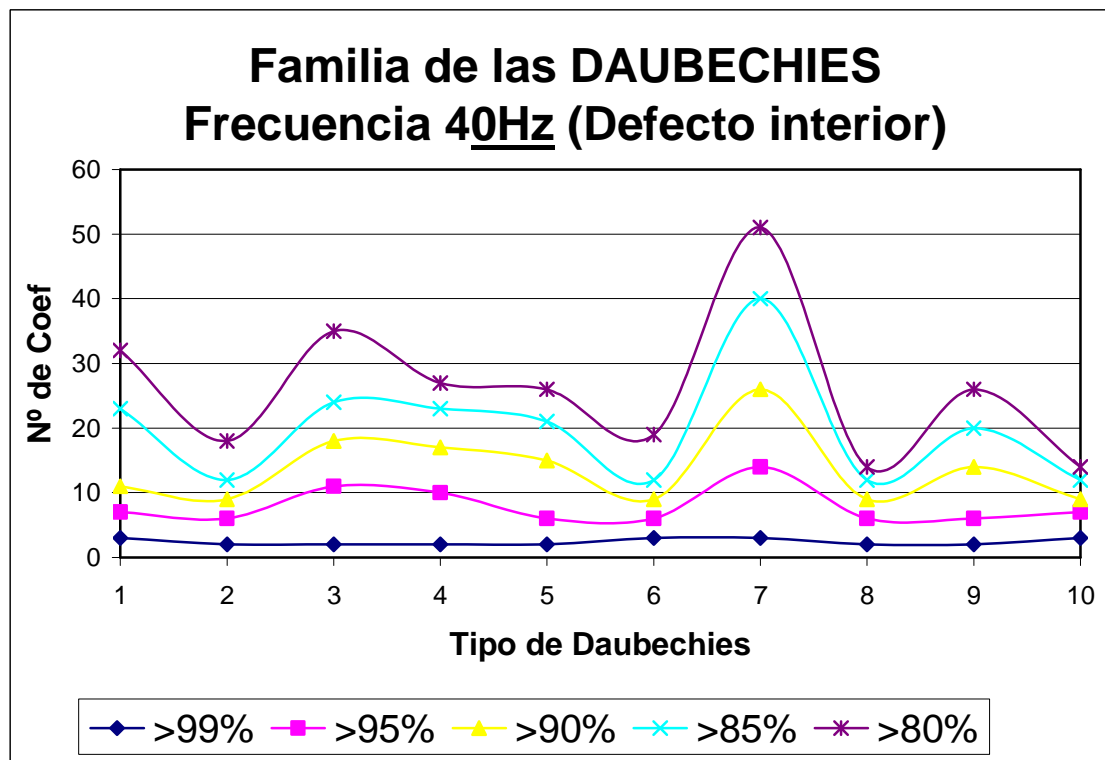


Figura 13.35.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Daubechies de señal de 40 Hz en defecto interno

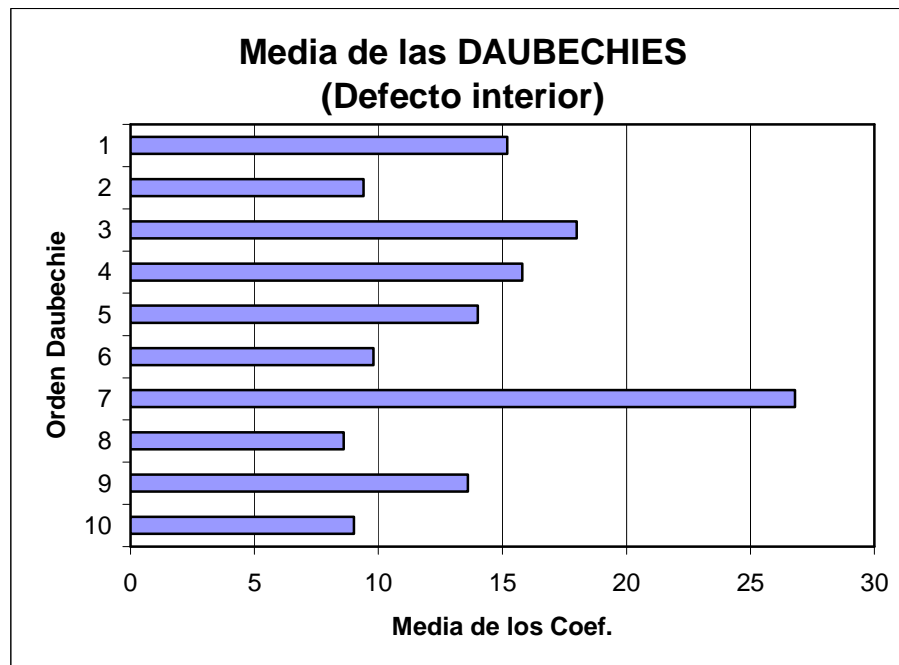


Figura 13.36.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 40 Hz en defecto interno

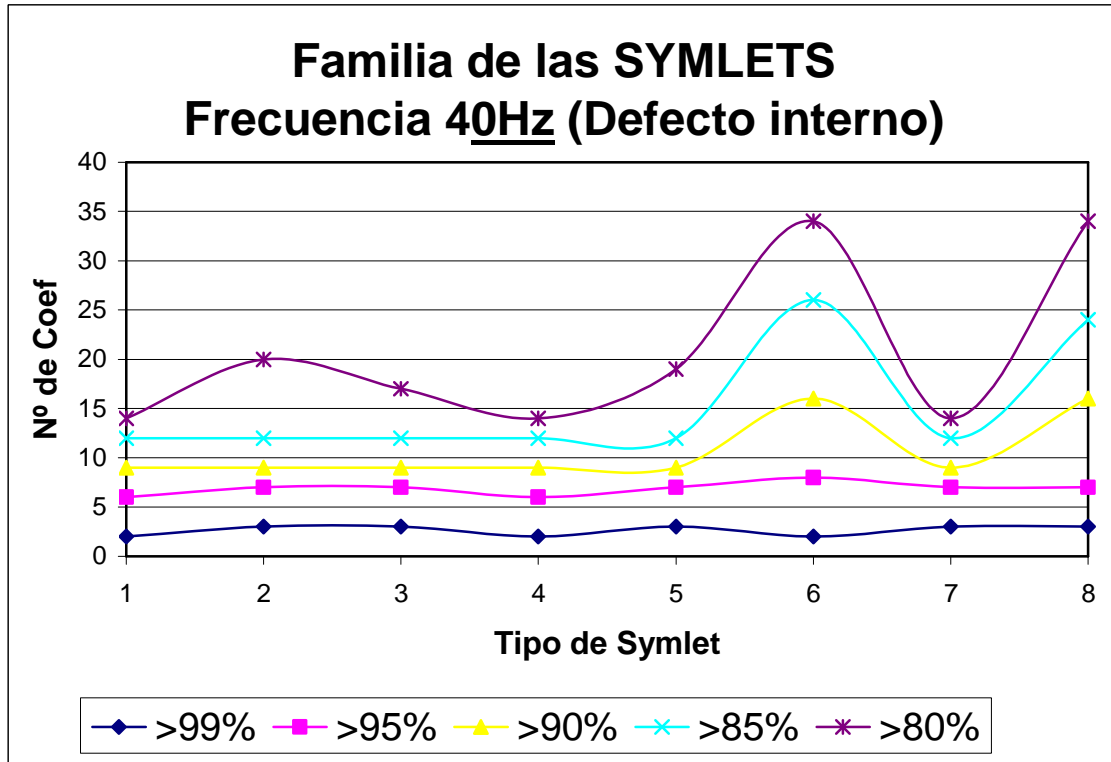


Figura 13.37.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Symlets de señal de 40 Hz en defecto interno

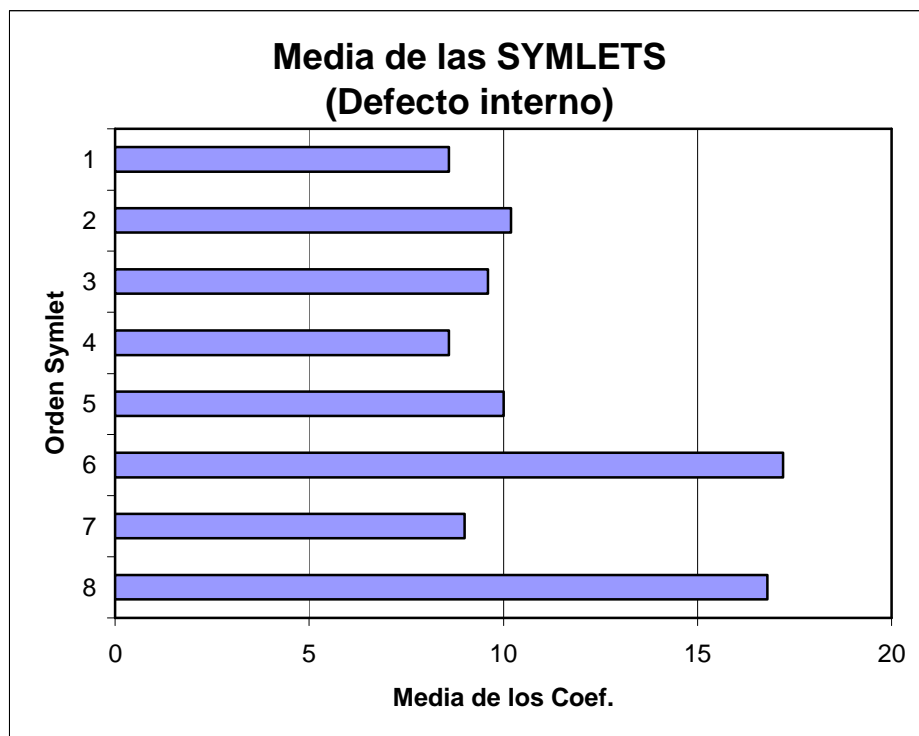


Figura 13.38.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 40 Hz en defecto interno

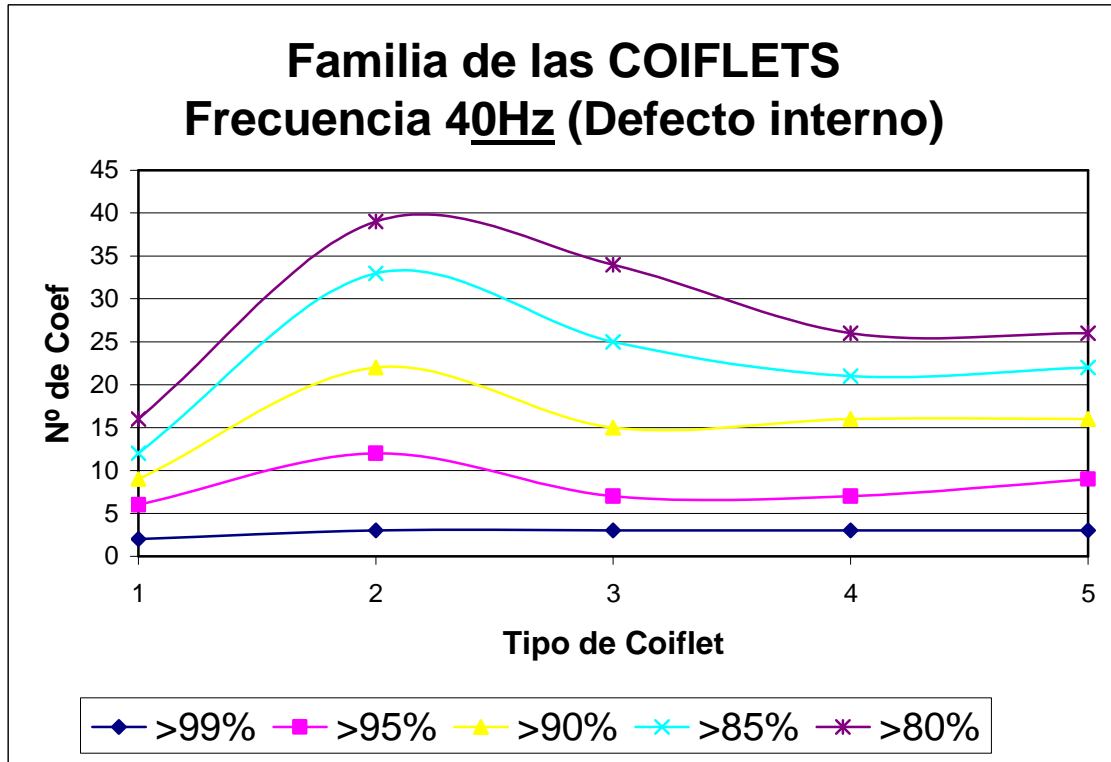


Figura 13.39.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Coiflets de señal de 40 Hz en defecto interno

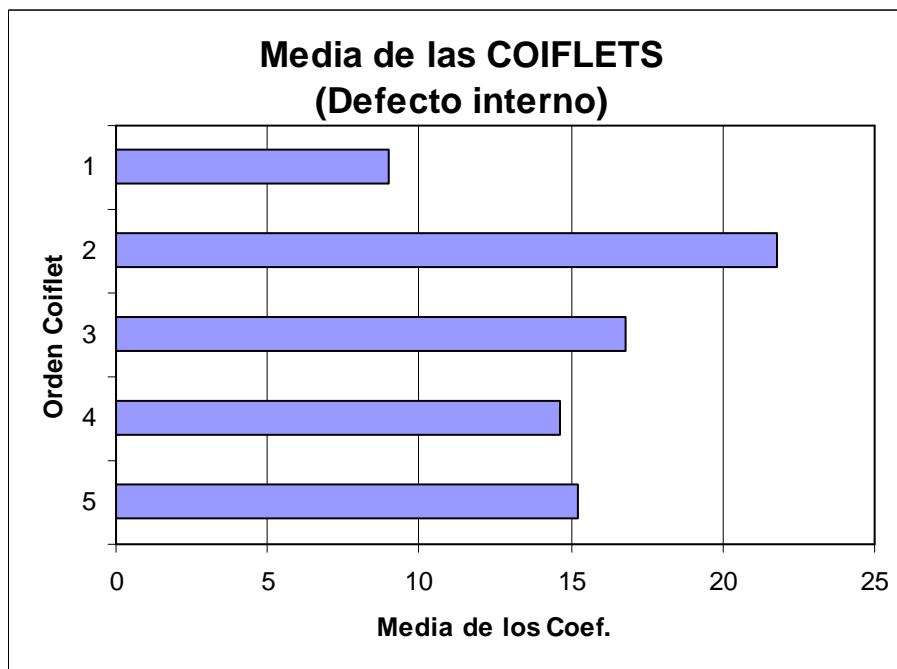


Figura 13.40.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 40 Hz en defecto interno

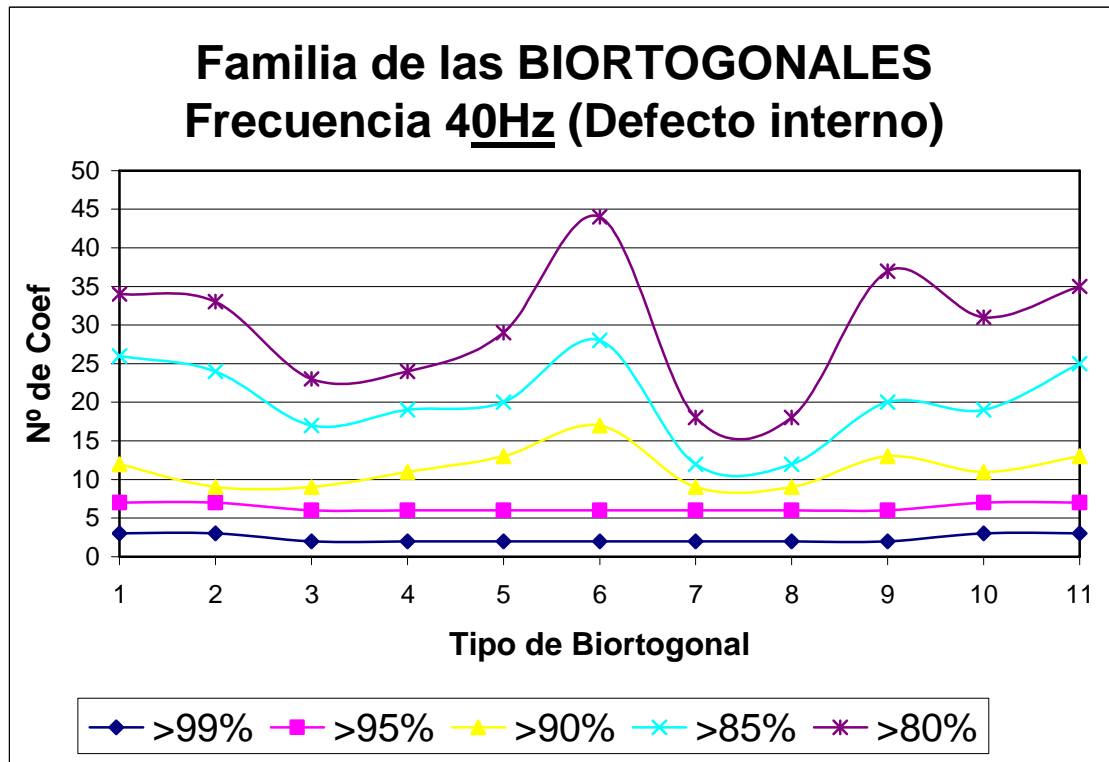


Figura 13.41.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Biortogonal de señal de 40 Hz en defecto interno

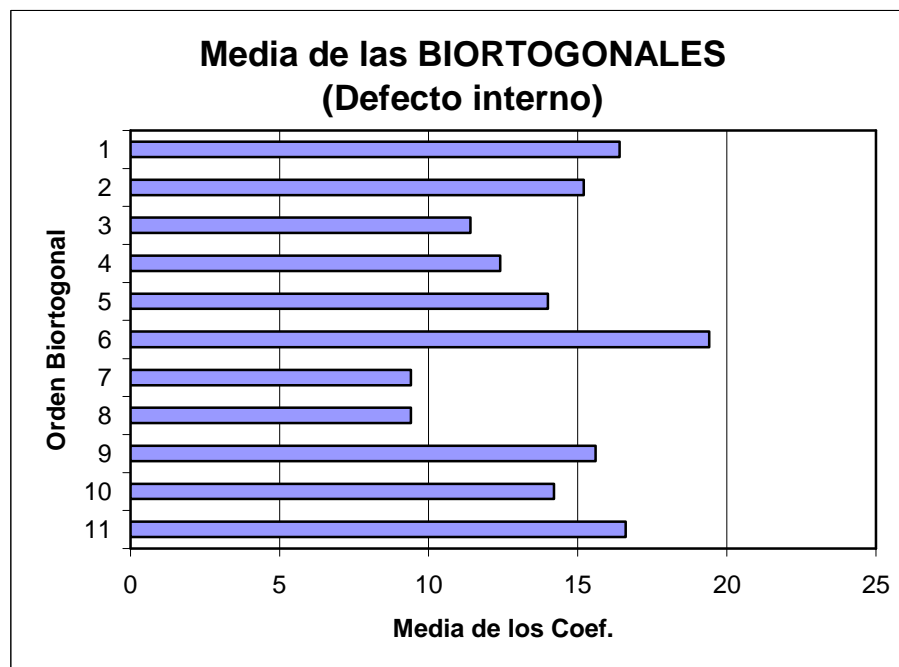


Figura 13.42.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 40 Hz en defecto interno



En el caso de una señal de 40 Hz concluimos que la utilización de Wavelets Daubechies de orden medio como la db7 es la que mejor se comporta, pero podemos observar también el buen resultado que se alcanza con Daubechies no tan complejas como la db3 y db4. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Daubechies: db7, db3 y db4

Para la familia de las Symlets destacan por encima de las demás la de orden 6 y 8, es decir ordenes altos. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Symlet: sym6, sym8

Para el caso de las Coiflets seguimos teniendo valores muy similares para todos las Wavelets de la familia; exceptuando para la coiflet1 que sus coeficientes son más bajos de lo esperados. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Coiflets: coif2

Finalmente para el caso de las Biortogonales para esta frecuencia no observamos una gran diferencia entre Wavelet de orden bajo y de orden alto. La mejor de todas es la bior2.8, que destaca un poco más sobre las demás. Pero al haber poca diferencia entre ellas a la hora de elegir nos quedaremos con las de orden más bajo como siempre hacemos. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Biortogonales: bior2.8, bior1.3, bior1.5, y bior6.8

Se muestran algunas de las transformadas con que hemos obtenido mejores resultados utilizando una escala de 64.



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función db7

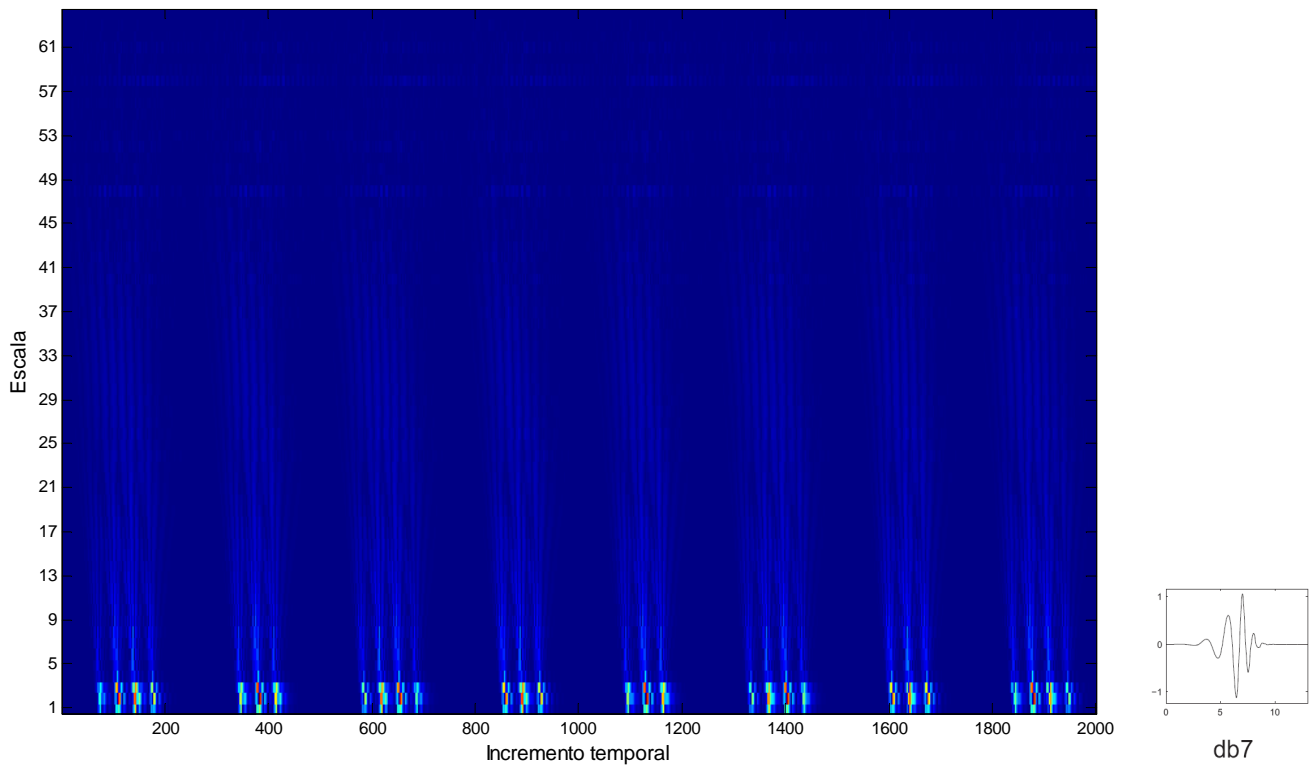


Figura 13.43- Transformada Wavelet de la señal de 40Hz con 8 vueltas con db7 en defecto interno

Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función sym8

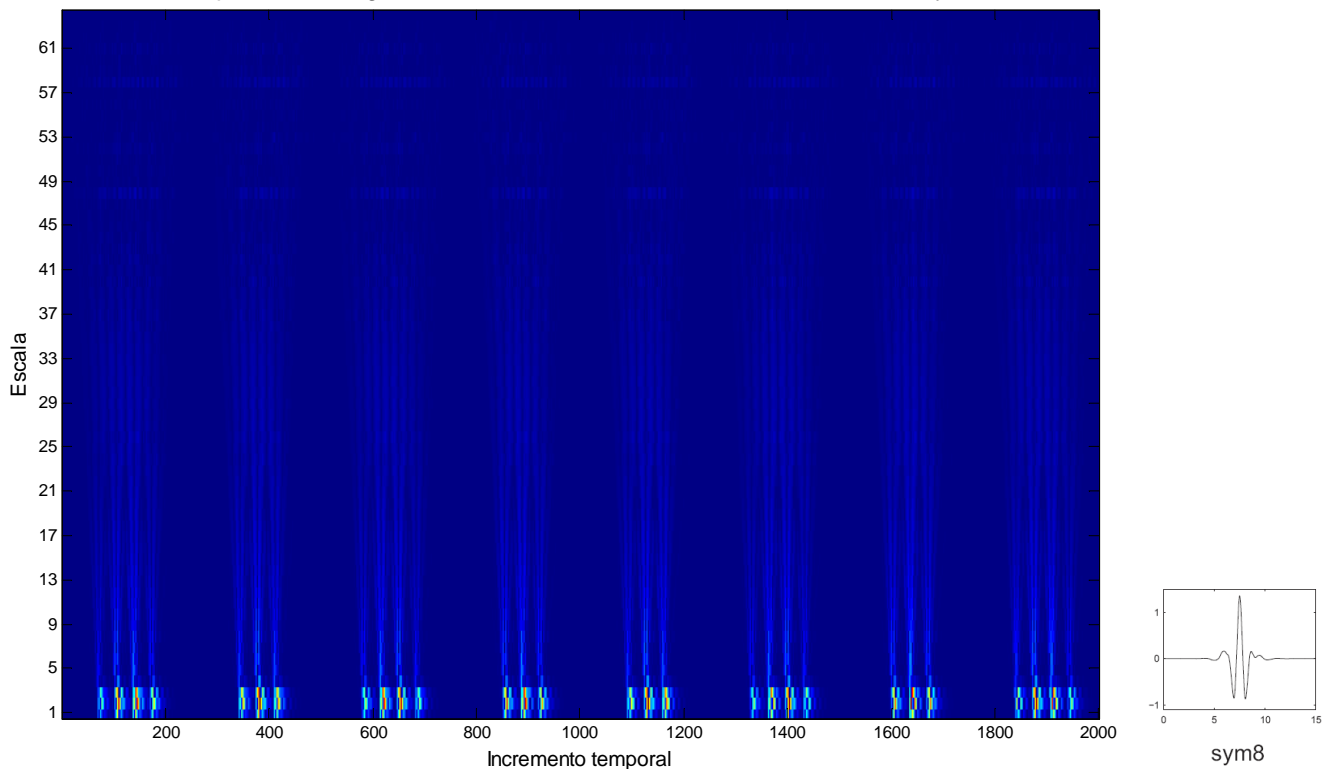


Figura 13.44- Transformada Wavelet de la señal de 40Hz con 8 vueltas con sym8 en defecto interno

Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a defectología en rodamientos



La última señal es la de defecto en pista interior a 50 Hz. Observamos la señal temporal y la tabla con los datos de los coeficientes obtenidos para dicha señal a 50 Hz.

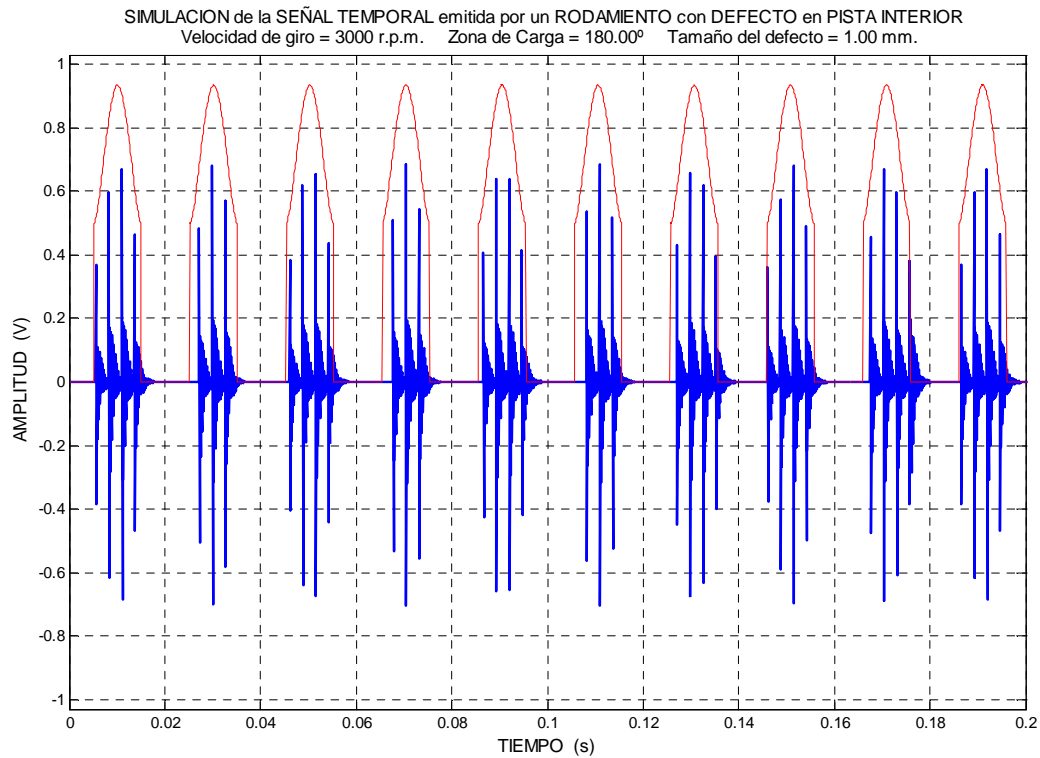


Figura 13.45.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz.

**TABLA10.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 50 HZ. DEFECTO INTERNO

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	4	9	13	16	18	12	29
<i>Db2</i>	3	16	23	32	36	22	49,6
<i>Db3</i>	4	9	20	27	41	20,2	42,2
<i>Db4</i>	4	9	13	16	18	12	29
<i>Db5</i>	4	9	13	16	22	12,8	29,8
<i>Db6</i>	3	9	12	16	19	11,8	27,6
<i>Db7</i>	3	9	21	31	44	21,6	44
<i>Db8</i>	4	9	13	16	19	12,2	29,2
<i>Db9</i>	3	9	12	16	19	11,8	27,6
<i>Db10</i>	3	9	12	16	19	11,8	27,6
<i>Sym1</i>	3	9	12	16	19	11,8	27,6
<i>Sym2</i>	3	9	12	16	18	11,6	27,4
<i>Sym3</i>	3	9	12	16	26	13,2	29
<i>Sym4</i>	4	9	13	16	18	12	29
<i>Sym5</i>	3	9	12	16	18	11,6	27,4
<i>Sym6</i>	3	9	12	18	28	14	30,2
<i>Sym7</i>	3	9	12	16	18	11,6	27,4
<i>Sym8</i>	3	9	28	47	64	30,2	58,6
<i>Coif1</i>	4	9	17	36	53	23,8	46,4
<i>Coif2</i>	4	9	25	46	60	28,8	56,6
<i>Coif3</i>	4	13	40	54	67	35,6	73,4
<i>Coif4</i>	5	24	44	59	71	40,6	88,4
<i>Coif5</i>	3	16	40	55	71	37	76
<i>1. Bior1.3</i>	4	9	13	16	18	12	29
<i>2. Bior1.5</i>	4	9	13	16	18	12	29
<i>3. Bior2.2</i>	4	9	13	20	29	15	32,8
<i>4. Bior2.4</i>	4	9	13	16	27	13,8	30,8
<i>5. Bior2.6</i>	4	9	13	25	32	16,6	35,4
<i>6. Bior2.8</i>	4	9	21	28	34	19,2	41,8
<i>7. Bior3.7</i>	3	9	13	16	18	11,8	28
<i>8 Bior3.9</i>	3	9	13	16	18	11,8	28
<i>9. Bior4.4</i>	4	9	13	16	25	13,4	30,4
<i>10. Bior5.5</i>	4	9	13	16	26	13,6	30,6
<i>11. Bior6.8</i>	4	9	17	26	34	18	38,6

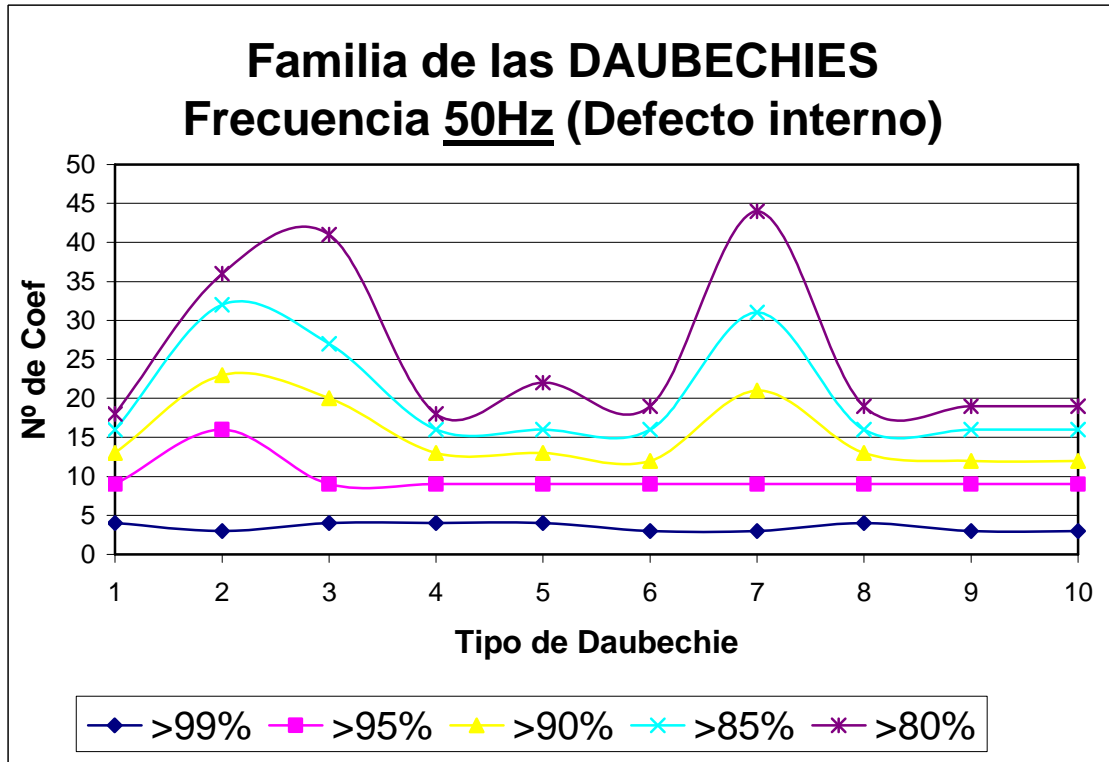


Figura 13.46.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Daubechies de señal de 50 Hz en defecto interno

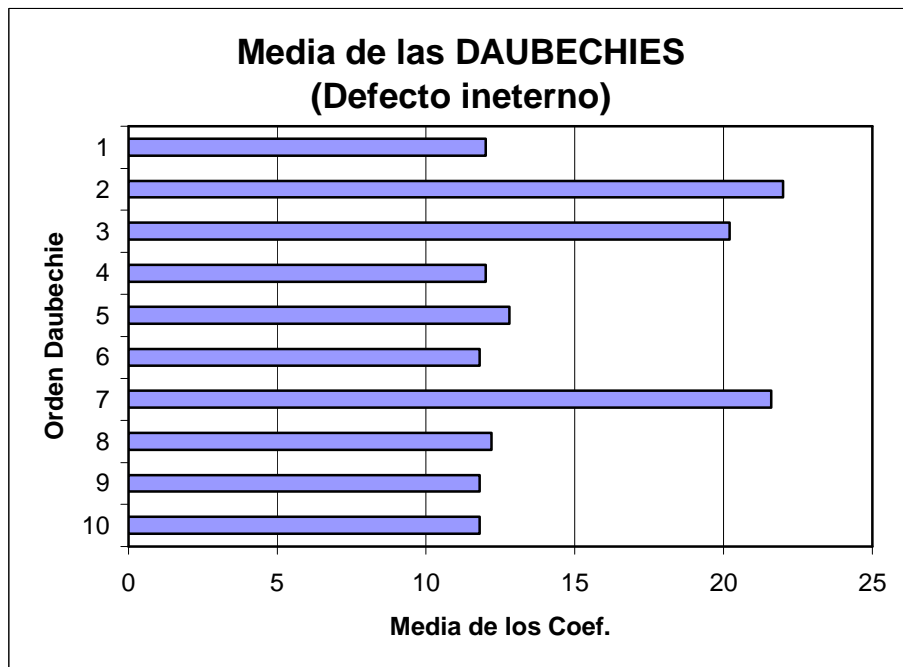


Figura 13.47.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 50 Hz en defecto interno

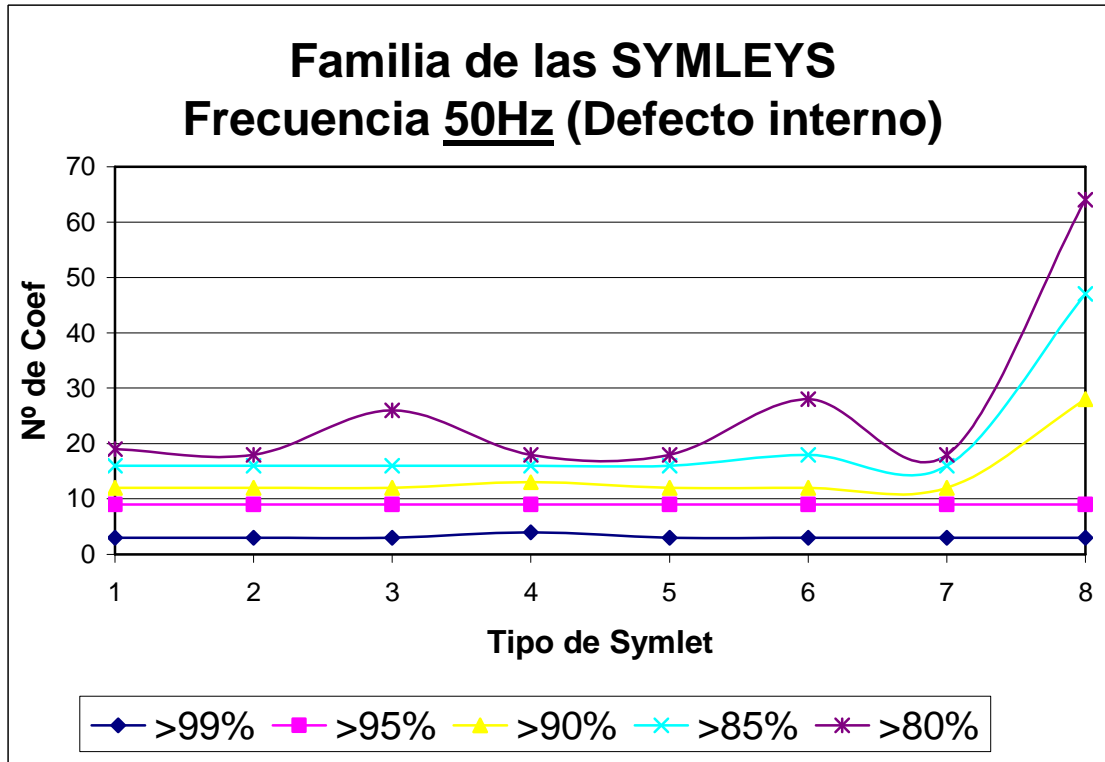


Figura 13.48.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Symlets de señal de 50 Hz en defecto interno

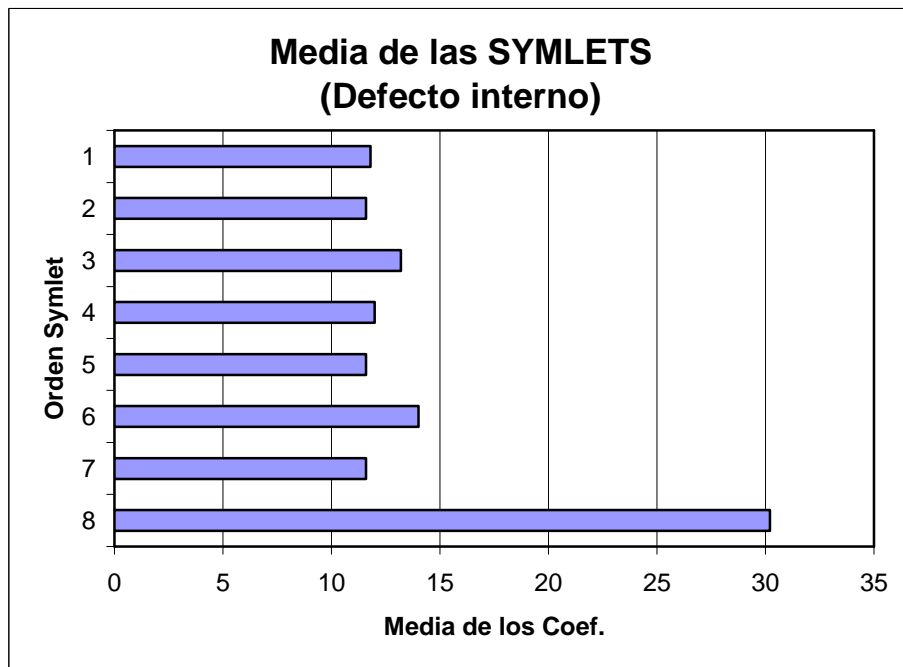


Figura 13.49.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 50 Hz en defecto interno

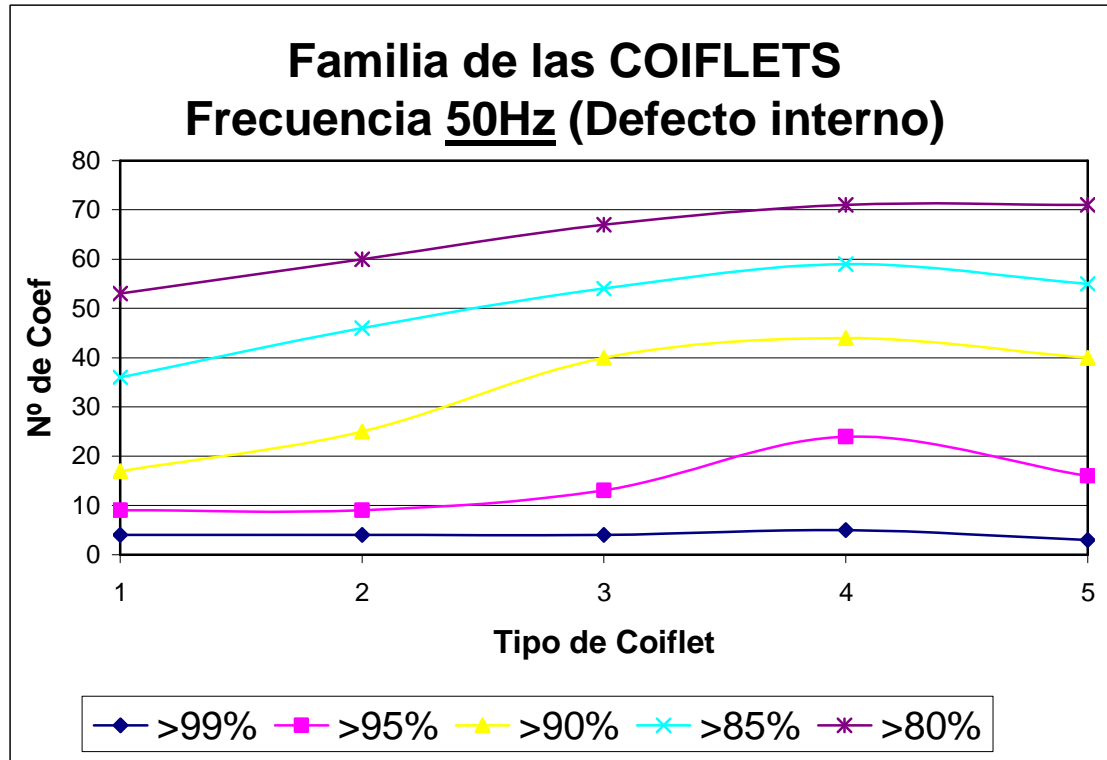


Figura 13.50.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Coiflets de señal de 50 Hz en defecto interno

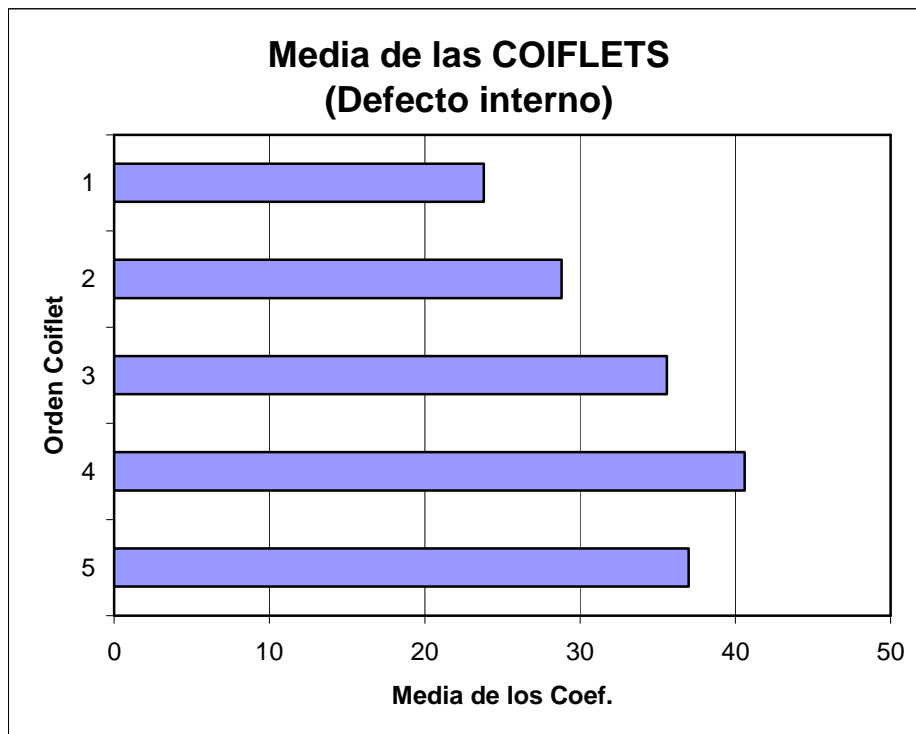


Figura 13.51.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 50 Hz en defecto interno

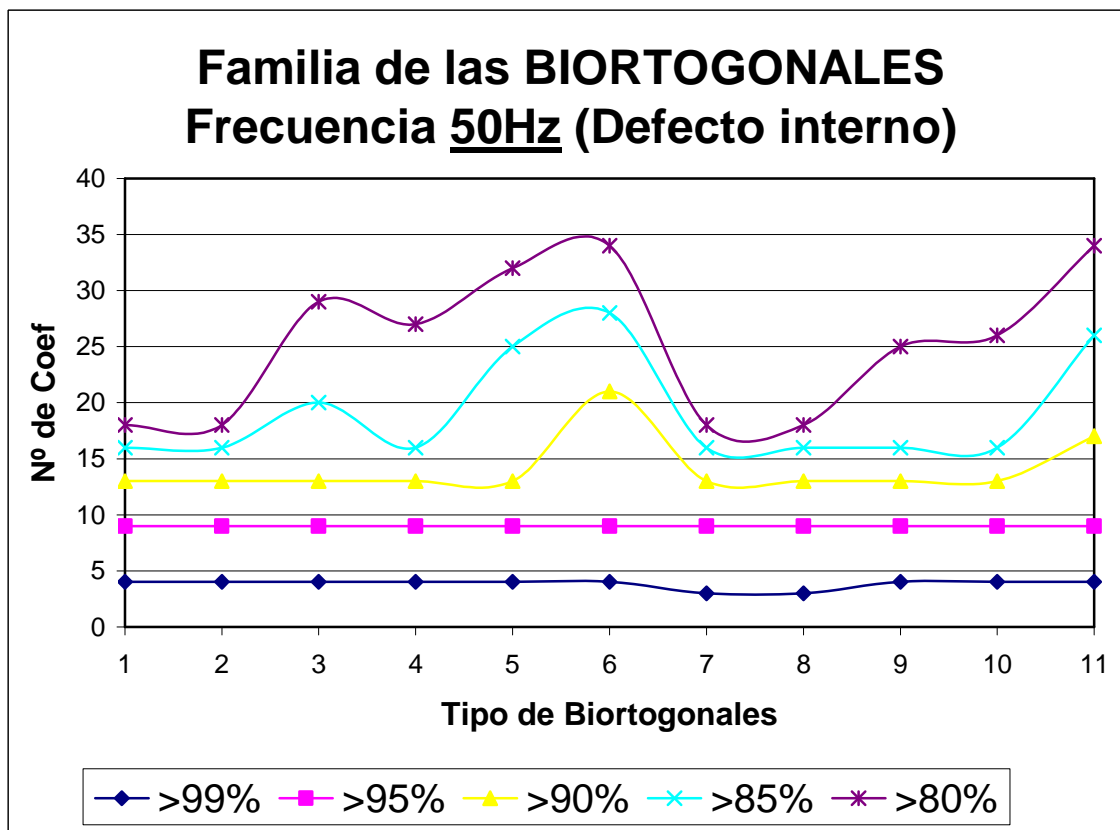


Figura 13.52.- Representación de los Números de Coeficientes que superan los porcentajes indicados para Biortogonales de señal de 50 Hz en defecto interno

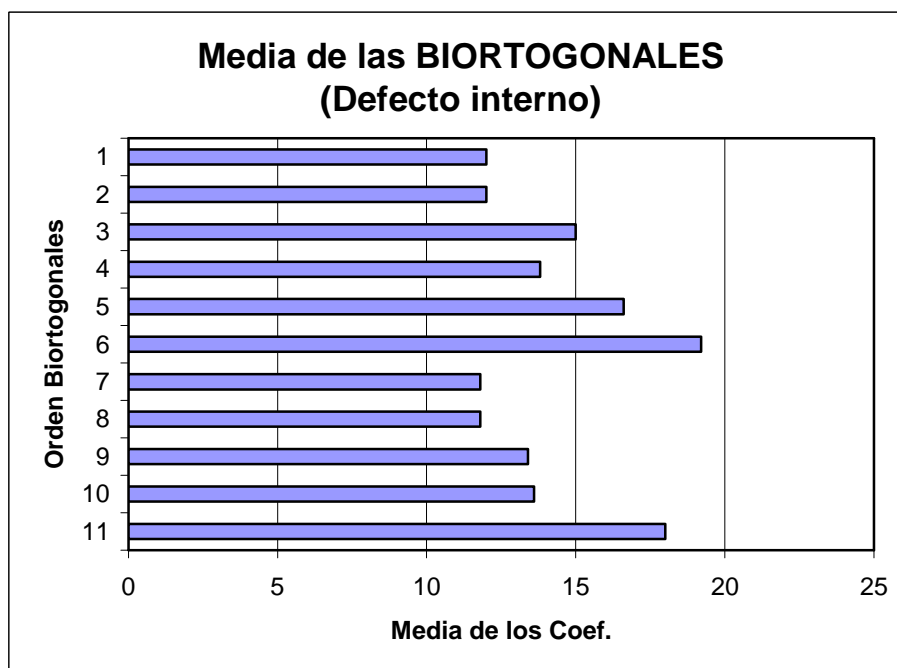


Figura 13.53.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 50 Hz en defecto interno



Para el último estudio a alta frecuencia (50Hz) obtenemos que la Wavelets Daubechies de orden medio como la db7 es una de las que mejor se comporta, y también observamos que la db2 y db3, que son Wavelets de orden bajo, alcanzan buenos resultados. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Daubechies: db7, db2 y db3

Para la familia de las Symlets destacan por encima de las demás la de orden 8, manteniéndose la media aproximadamente en las demás Wavelets. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Symlet: sym8 y sym6

Para el caso de las Coiflets seguimos teniendo lo mismo de siempre, no podemos destacar ninguna Wavelet por encima de otra, todas poseen buenos resultados. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Coiflets: coif4

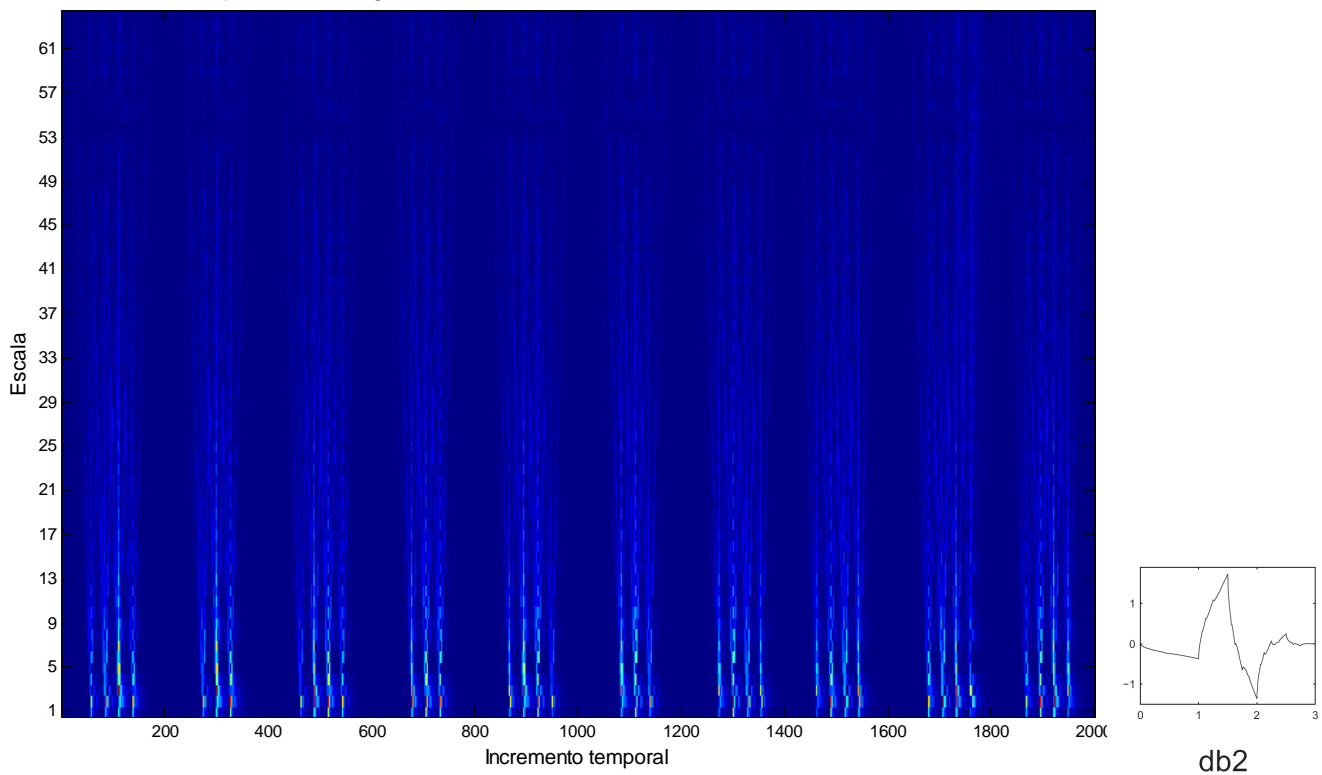
Finalmente para el caso de las Biortogonales para esta frecuencia no observamos una gran diferencia entre Wavelet de orden bajo y de orden alto. La mejor de todas es de nuevo la bior2.8, que destaca un poco más sobre las demás. Pero al haber poca diferencia entre ellas a la hora de elegir nos quedaremos con las de orden más bajo como siempre hacemos. Los mejores resultados se han obtenido con:

-Biortogonales: bior2.8 y 6.8

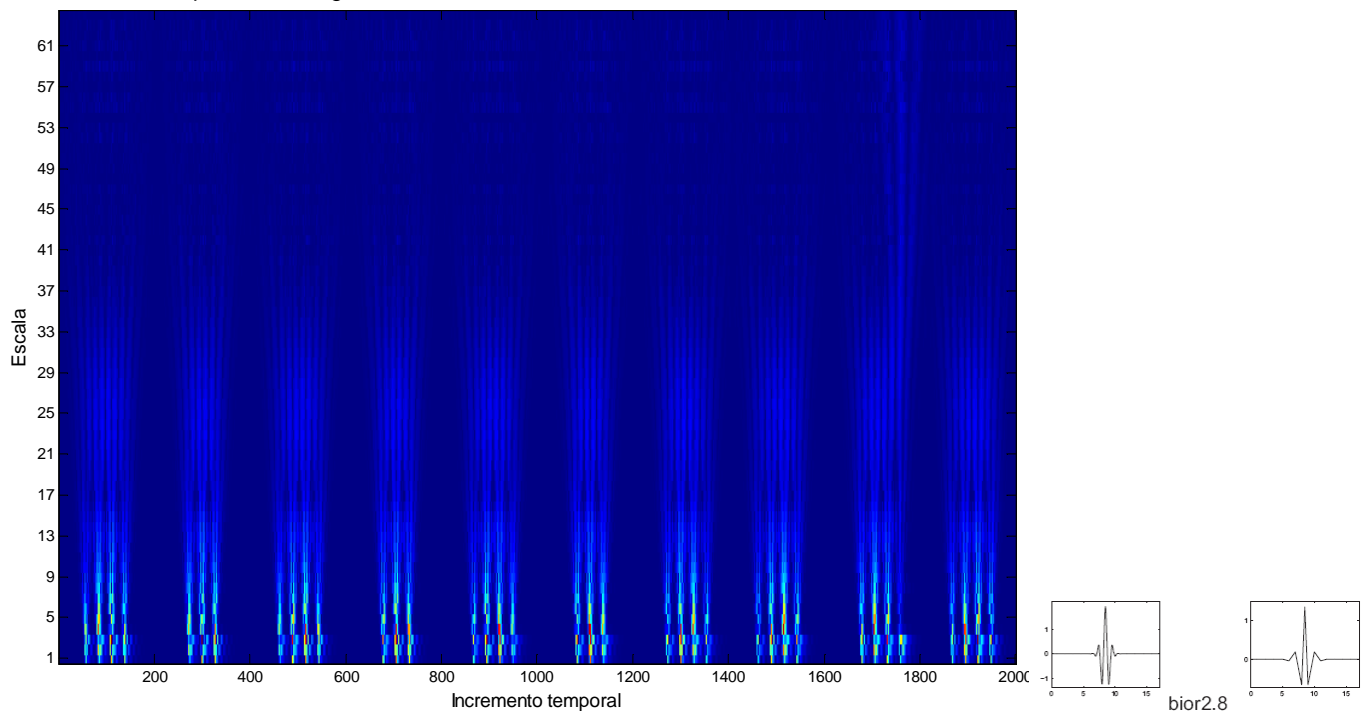
Se muestran algunas de las transformadas con que hemos obtenido mejores resultados utilizando una escala de 64.



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función db2

**Figura 13.54-** Transformada Wavelet de la señal de 50Hz con 10 vueltas con db2 en defecto interno

Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función bior2.8

**Figura 13.55-** Transformada Wavelet de la señal de 50Hz con 10 vueltas con bior2.8 en defecto interno



CAPITULO 14

SELECCIÓN FINAL DE LA WAVELET MADRE EN DEFECTO INTERNO



14. SELECCIÓN FINAL DE LA WAVELET MADRE EN DEFECTO INTERNO

Se ha visto que tipo de Wavelets son más adecuadas en cada caso para cada frecuencia, pero queremos llegar más allá en el estudio y queremos obtener una Wavelet que se comporte de la mejor manera posible en todas las circunstancias, es decir, para todas las frecuencias. Por lo tanto vamos a hacer un análisis de que Wavelet es más conveniente, en cada familia, para un estudio de una señal simulada con defecto interno en cualquier tipo de frecuencia.

Para ello vamos a establecer un criterio de valor en cada familia de las Wavelets. Daremos un valor simbólico a cada Wavelet según nos haya salido mejor o peor el análisis de coeficientes, es decir estableceremos como una escala de valores dando el valor más alto a la mejor Wavelet y el más bajo a la peor.

Pongamos por ejemplo el análisis de las Wavelet Daubechies como tenemos 10 tipos de Daubechies, estableceremos el valor 10 a aquella en la que hayamos obtenido los mejores coeficientes, es decir la mayor media, y como dijimos anteriormente en caso de que haya dos o tres Wavelets con la misma media será mejor la que posea mayor coeficiente al 99%, 95%... y a sí sucesivamente. Si se llegase al extremo en que coincidiera la media y también los coeficientes; que se da en muchos análisis, vamos a elegir como mejor Wavelet la de menor orden ya que es más sencilla y más rápida a la hora de la operación computacional.

Por lo tanto después de haber descrito el criterio que vamos a utilizar, los resultados son los siguientes:

Familia de las Daubechies:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Haar	1	3	6	7	5	4,4
Db2	8	8	4	3	10	6,6
Db3	4	2	3	9	8	5,2
Db4	9	5	2	8	4	5,6
Db5	6	1	1	6	7	4,2
Db6	10	4	5	4	3	5,2
Db7	5	6	8	10	9	7,6
Db8	3	9	10	1	6	5,8
Db9	2	10	9	5	2	5,6
Db10	7	7	7	2	1	4,8

Para la primera familia de las Daubechies se ha llegado a la conclusión que la Db7 es la que mejores resultados se obtiene para todo el rango de frecuencias.

Representamos dicha señal con defecto interno con esta Wavelet madre, tanto a frecuencias bajas como a altas, y se observa que en los dos casos el estudio de la señal es muy significativo.

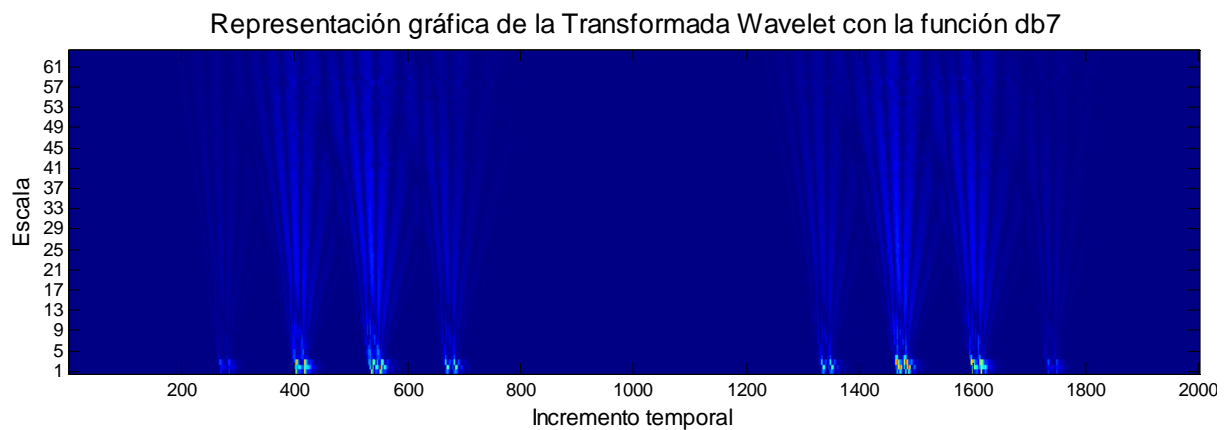
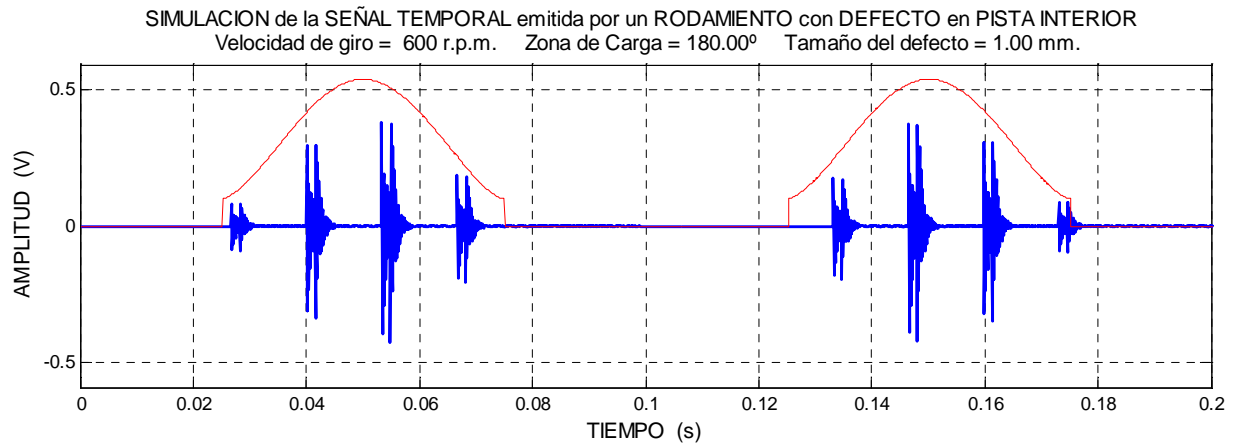
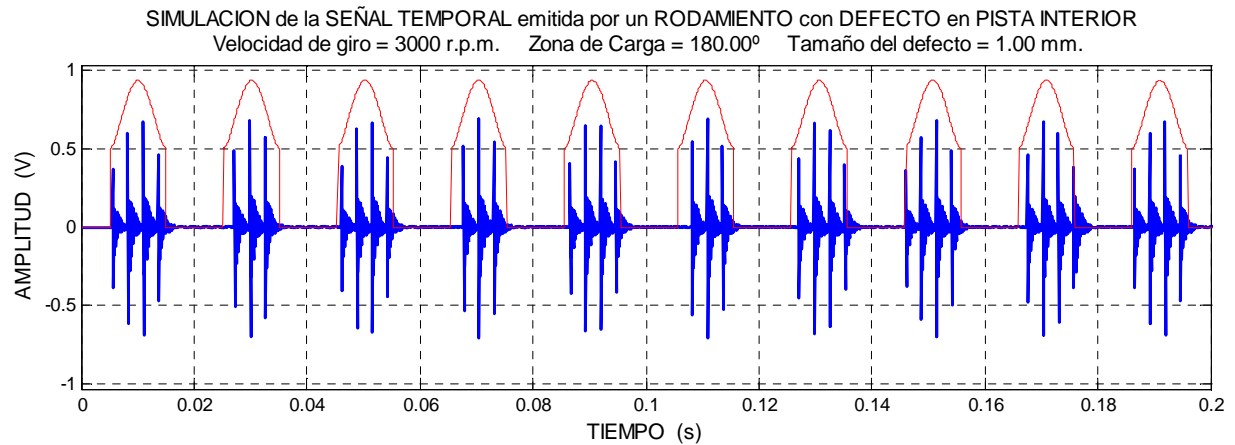


Figura 14.1.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Db7



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función db7

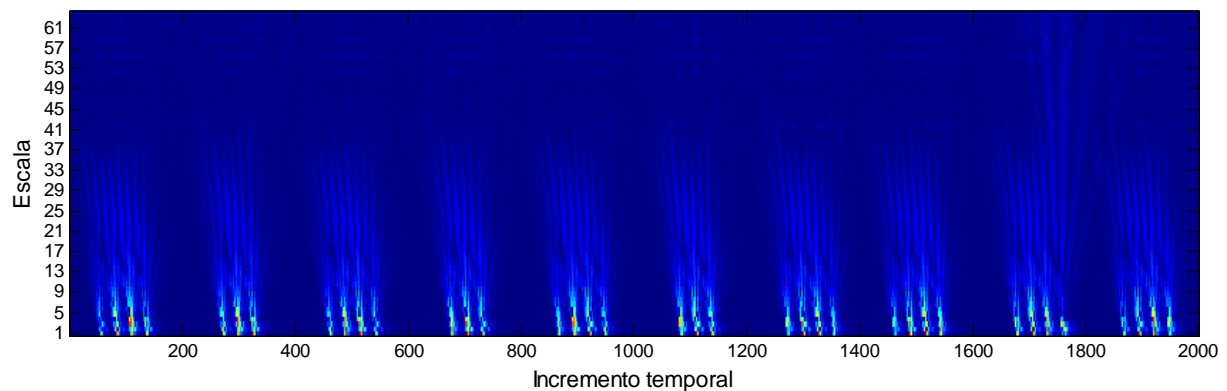


Figura 14.2.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Db7

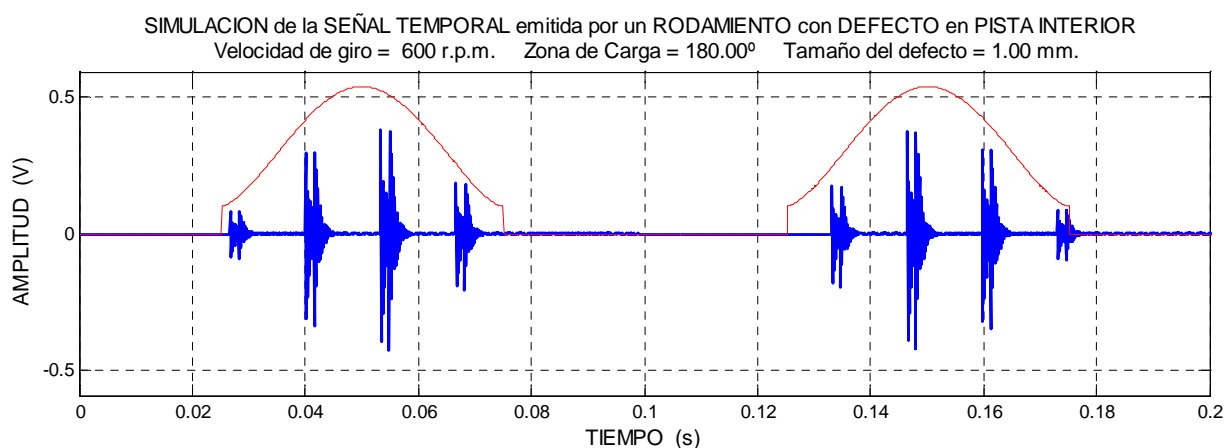


Familia de las Symlets:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Sym1	1	4	2	2	4	2,6
Sym2	8	5	6	6	3	5,6
Sym3	2	3	8	4	6	4,6
Sym4	4	8	5	1	5	4,6
Sym5	3	2	3	5	2	3
Sym6	6	6	4	8	7	6,2
Sym7	5	1	7	3	1	3,4
Sym8	7	7	1	7	8	6

Para la familia de las Symlets se ha llegado a la conclusión que la Sym6 es la que mejores resultados se obtiene para todo el rango de frecuencias.

Representamos dicha señal con defecto interno con esta Wavelet madre, tanto a frecuencias bajas como a altas, y se observa que en los dos casos el estudio de la señal es muy significativo.



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función sym6

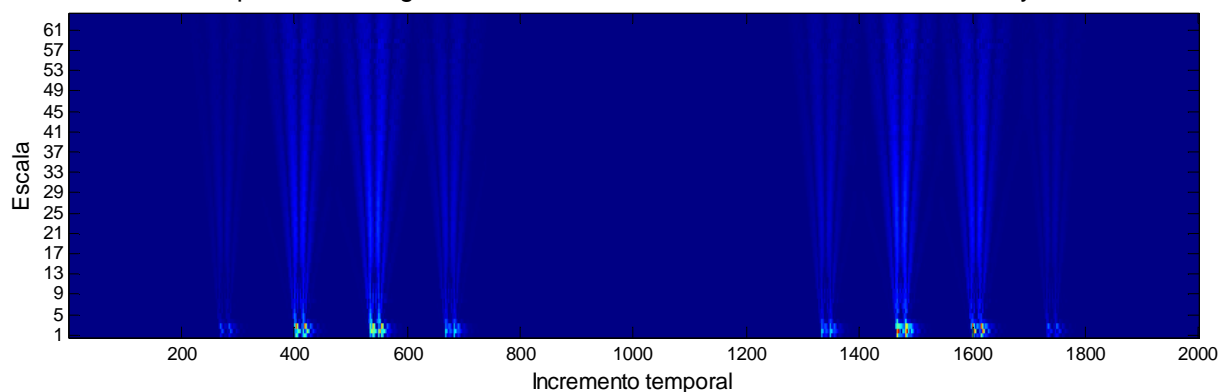


Figura 14.3.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Sym6

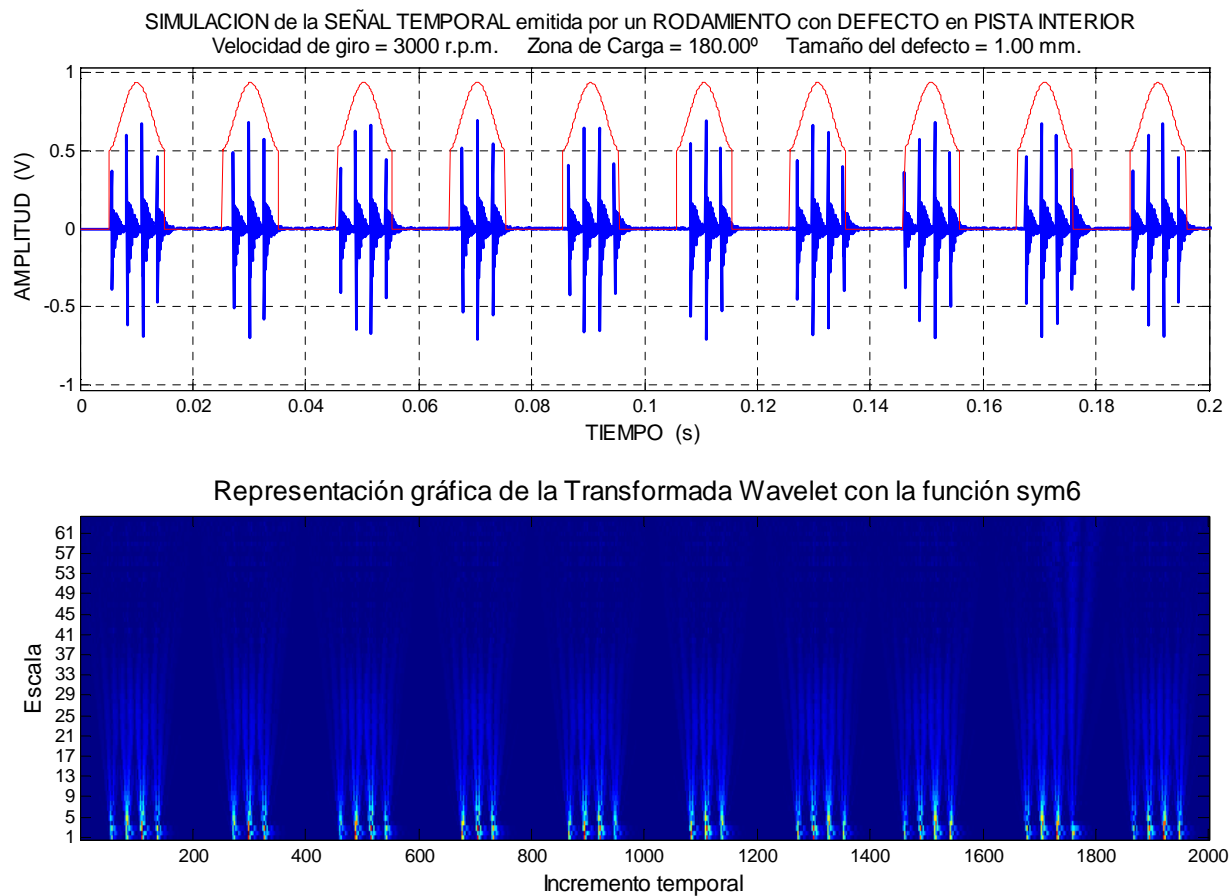


Figura 14.4.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Sym6



Familia de las Coiflets:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Coif1	1	1	3	1	1	1,4
Coif2	4	2	2	5	2	3
Coif3	5	3	1	4	3	3,2
Coif4	3	5	4	2	5	3,8
Coif5	2	4	5	3	4	3,6

Para la familia de las Coiflets se ha llegado a la conclusión que la Coif7 es la que mejores resultados se obtienen para todo el rango de frecuencias, pero como hemos visto en los análisis anteriores, en esta familia se obtienen resultados muy parecidos para las 5 Wavelets, y en realidad cualquiera de las 5 nos ofrece un resultado válido o por lo menos muy factible.

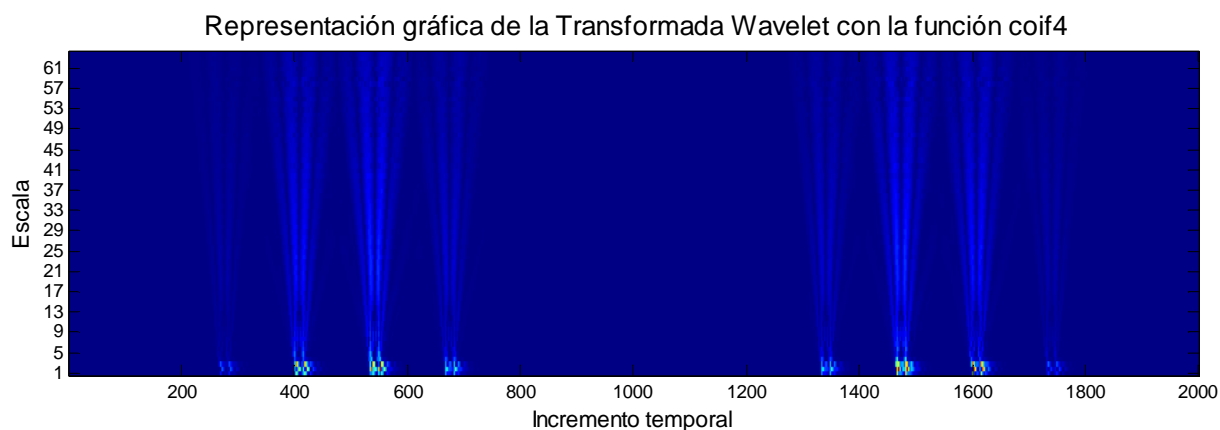
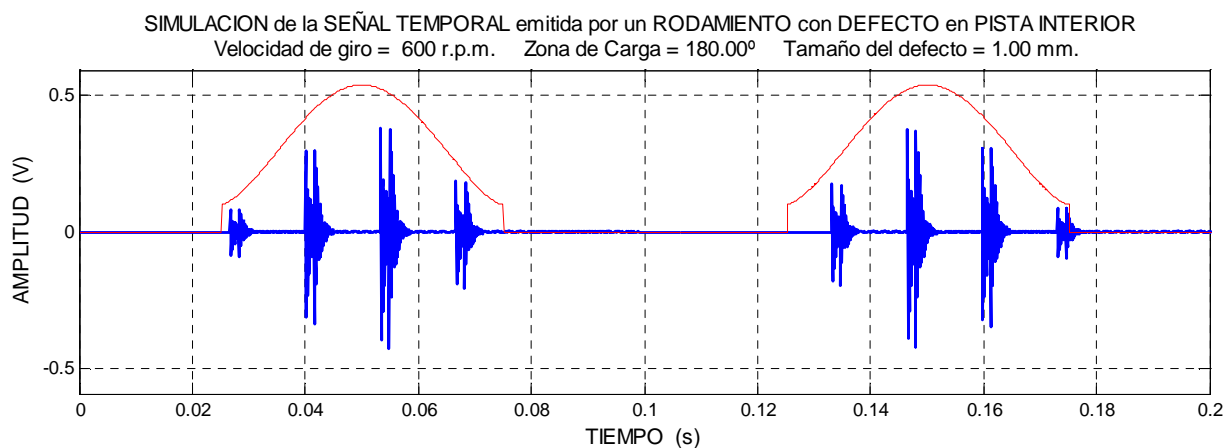
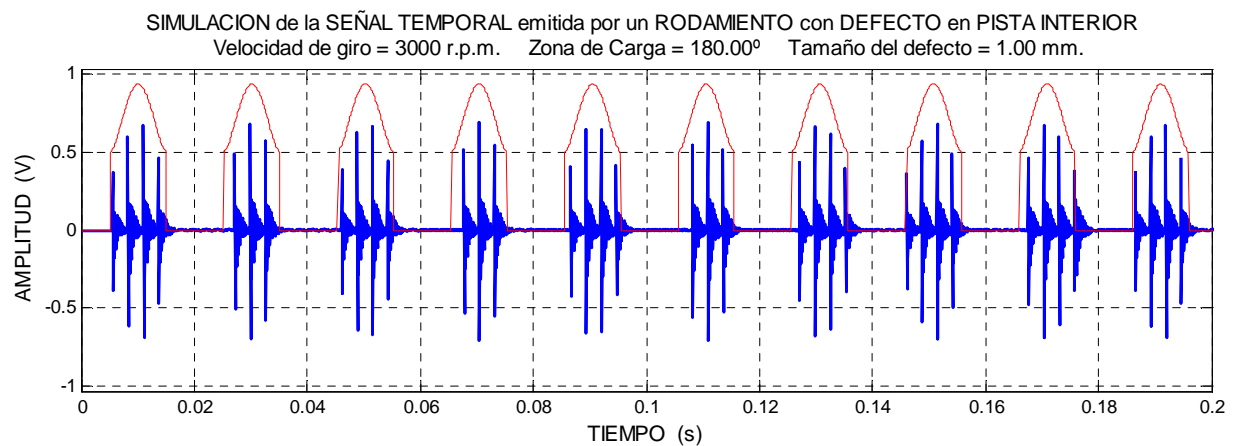


Figura 14.5.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Coif4



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función coif4

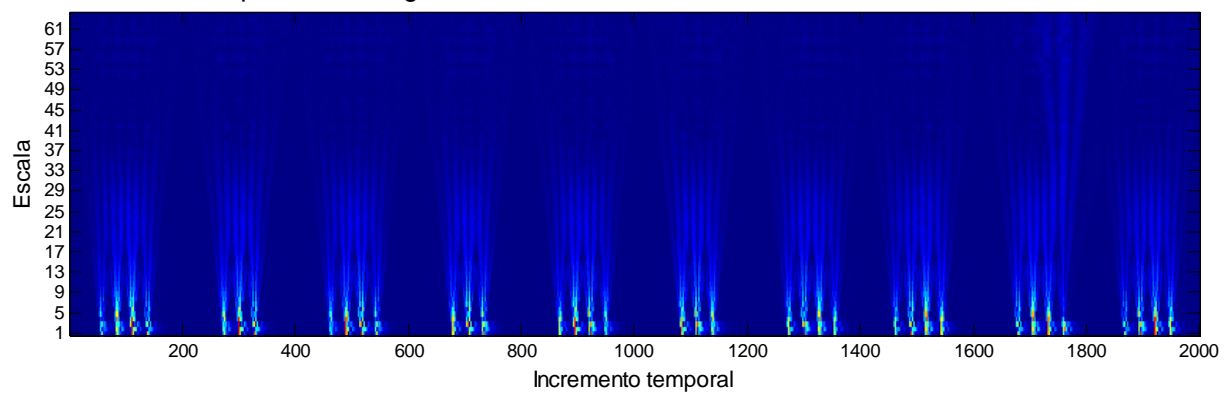


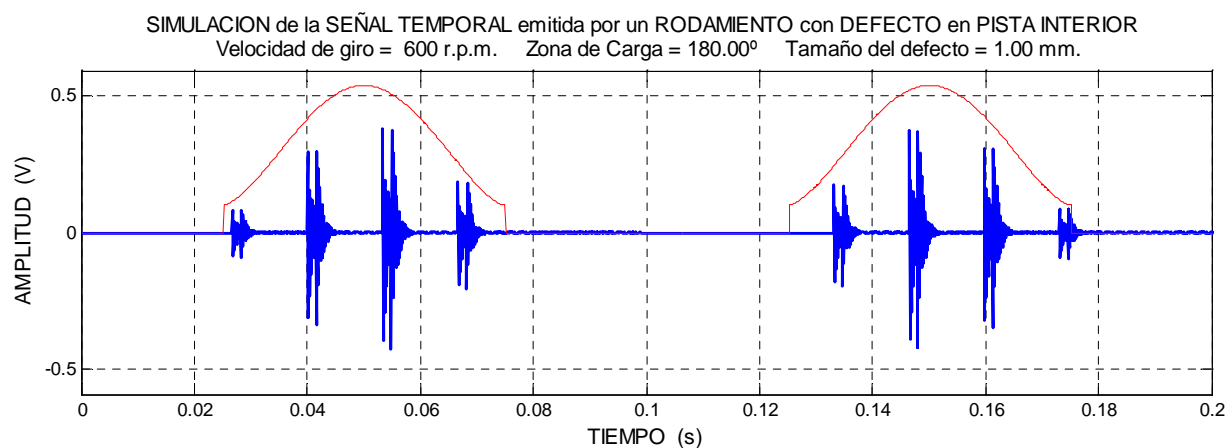
Figura 14.6.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Coif4



Familia de las Biortogonales:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
1. Bior1.3	2	8	8	9	4	6,2
2. Bior1.5	1	7	9	7	3	5,4
3. Bior2.2	6	6	3	3	8	5,2
4. Bior2.4	4	5	2	4	7	4,4
5. Bior2.6	5	4	5	5	9	5,6
6. Bior2.8	7	3	7	11	11	7,8
7. Bior3.7	10	2	10	2	2	5,2
8 Bior3.9	9	9	11	1	1	6,2
9. Bior4.4	3	1	1	8	5	3,6
10. Bior5.5	8	11	6	6	6	7,4
11. Bior6.8	11	10	4	10	10	9

Para la familia de las Biortogonales se ha llegado a la conclusión que la Bior6.8 es la que mejores resultados se obtienen para todo el rango de frecuencias.



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función bior6.8

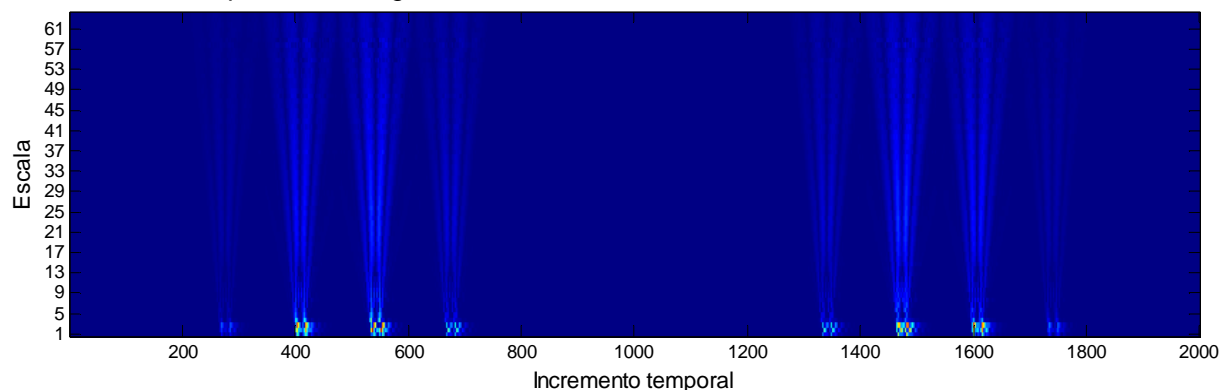
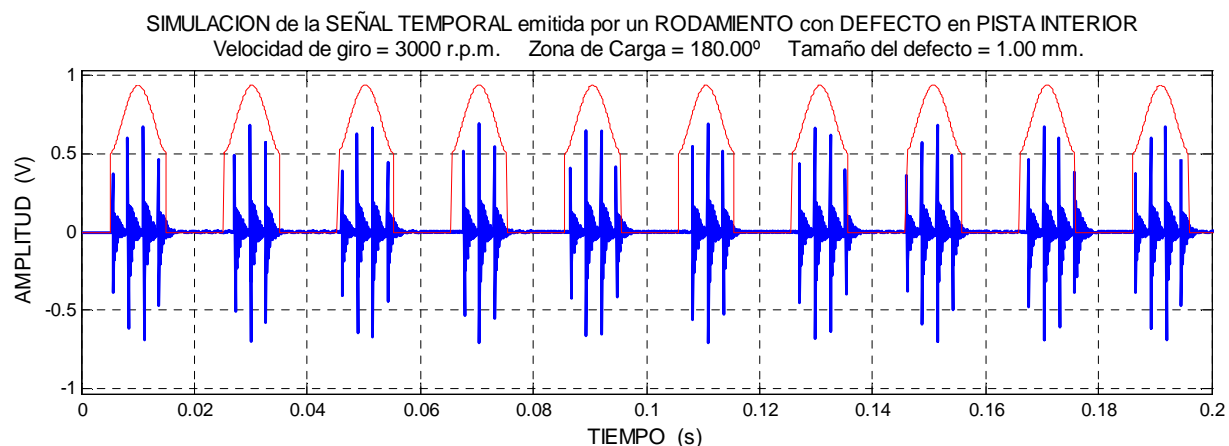


Figura 14.7.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8



Representación gráfica de la Transformada Wavelet con la función bior6.8

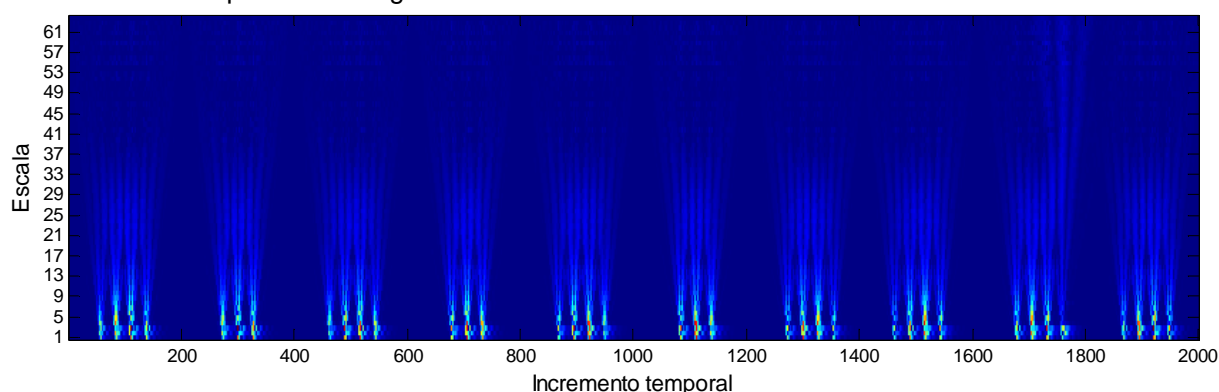


Figura 14.8.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8

Finalmente después del estudio realizado y de las conclusiones establecidas, las Wavelets que se comportan mejor en cada familia en el defecto interior son las siguientes:

FAMILIA	Tipo	MEDIA
Daubechies	Db7	7.8
Symlets	Sym6	6
Coiflets	Coif4	3.8
Biortogonales	Bior6.8	8.6

Nota: Cabe mencionar que estas medias son medias relativas en todos casos y que no tienen nada que ver con las medias de los coeficientes, en el caso de las Daubechies la media es sobre 10, pero en las Symlets es sobre 8, en las Coiflets sobre 5 y en las Biortogonales sobre 11. Esto no significa que una sea mejor que otra, ya que el estudio lo hemos hecho en cada familia y se ha elegido una de Wavelet madre de cada familia.



CAPITULO 15

SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA **CON DEFECTO EXTERNO EN UN** **RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50** **HZ.**



15. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO EXTERNO EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.

Se ha realizado el estudio exhaustivo de una señal de un rodamiento con defecto en una pista interna; a continuación se llevará a cabo el análisis y el estudio del siguiente tipo de defecto que es el de pista exterior, para ello seguimos exactamente las mismas pautas establecidas en el anterior análisis.

Vamos a recorrer la señal con diferentes velocidades desde 10 Hz hasta 50 Hz, para ello vamos a seguir utilizando el programa que estamos utilizando hasta ahora el ADEVI 5.0

A la hora de seleccionar este tipo de defecto partimos de la misma ventana anterior pero ahora con un defecto en pista externa, utilizando los mismos parámetros que en el defecto anterior es decir:

Frecuencia de muestreo=10000Hz

Número de puntos=20000

Tamaño de defecto=1mm

Frecuencia natural del sistema 3500Hz

Amplitud de vibración por carga de rodamiento=1

Zona de carga del rodamiento=180°



PARAMETROS PARA LA SIMULACION DE UN DEFECTO EN ANILLO EXTERIOR

A. Características de la muestra		C. Características del rodamiento	
A.1. Frecuencia de muestreo	10000 Hz	C.1. Numero de elementos rodantes	13
A.2. Numero de puntos	20000	C.2. Diametro del elemento rodante	9.6 mm
		C.3. Diametro medio del rodamiento	46 mm
		C.4. Angulo de contacto del rodamiento	40 °

B. Características del sistema		D. Características del defecto	
B.1. Velocidad de giro	600 rpm 10 Hz	D.1. Tamaño efectivo de defecto en pista exterior	1 mm
B.2. Relacion de amortiguamiento	0.3333	D.2. Frecuencia de paso por defecto (F.P.D.)	
B.3. Frecuencia natural del sistema	3500 Hz	D.2.1. F.P.D. En pista interior	75.39 Hz
B.4. Influencia de la velocidad en la amplitud	0.0125	D.2.2. F.P.D. En pista exterior	54.61 Hz
B.5. Amplitud de vibracion		D.2.3. F.P.D. En elemento rodante	46.69 Hz
B.5.1. Por carga sobre el rodamiento	1	D.2.4. Frecuencia del tren fundamental	4.20 Hz
B.5.2. Ruido aleatorio	0	D.3. Posicion del defecto	30 °
B.5.3. Generada por el desequilibrio	0	Respecto del punto mas cargado	DENTRO ZONA DE CARGA
B.5.4. Max por carga sobre elemento rodante	0.4357		
B.5.5. Max por velocidad sobre elemento rodante	0.1250		
B.5.6. Max sobre elemento rodante	0.5607		
B.6. Zona de carga del rodamiento	0.5 180.00 °		

Figura 15.1.-Parámetros y variables para la simulación de la señal con defecto en pista exterior

Hemos utilizado los mismos parámetros en los dos tipos de defectos para poder compararlos de una manera más efectiva, podría darse el caso que esto ocurriese en la vida real, pero lo que si debemos tener en cuenta que esto no es del todo cierto.

Unos de los parámetros más importantes a la hora del estudio es la frecuencia natural del sistema, se debe mencionar que ni mucho menos esta frecuencia es igual en los dos defectos, hemos modelizado en los dos una frecuencia de 3500 Hz, pero esto no es así. La frecuencia natural del sistema o de resonancia de cada defecto depende de la forma de la pieza, el material, y de más parámetros que afectan a la interacción. En estudios experimentales se han obtenido frecuencias del orden de 5000Hz para defectos internos y siempre algo menos para defectos externos, ya que como cabe de esperar la pieza interna (pista interna) es más pequeña y a la hora de ser excitada por el defecto, su frecuencia de resonancia es mayor. A pesar de todo ello, no hemos tenido en cuenta dicha diferencia y hemos utilizado un modelo en el que la frecuencia simulada de resonancia es de 3500 para ambos casos.

A continuación se muestra un ejemplo de dicha señal de defecto exterior con los mismos tipos de parámetros que el defecto interior y podemos observar las diferencias que existen entre ambas

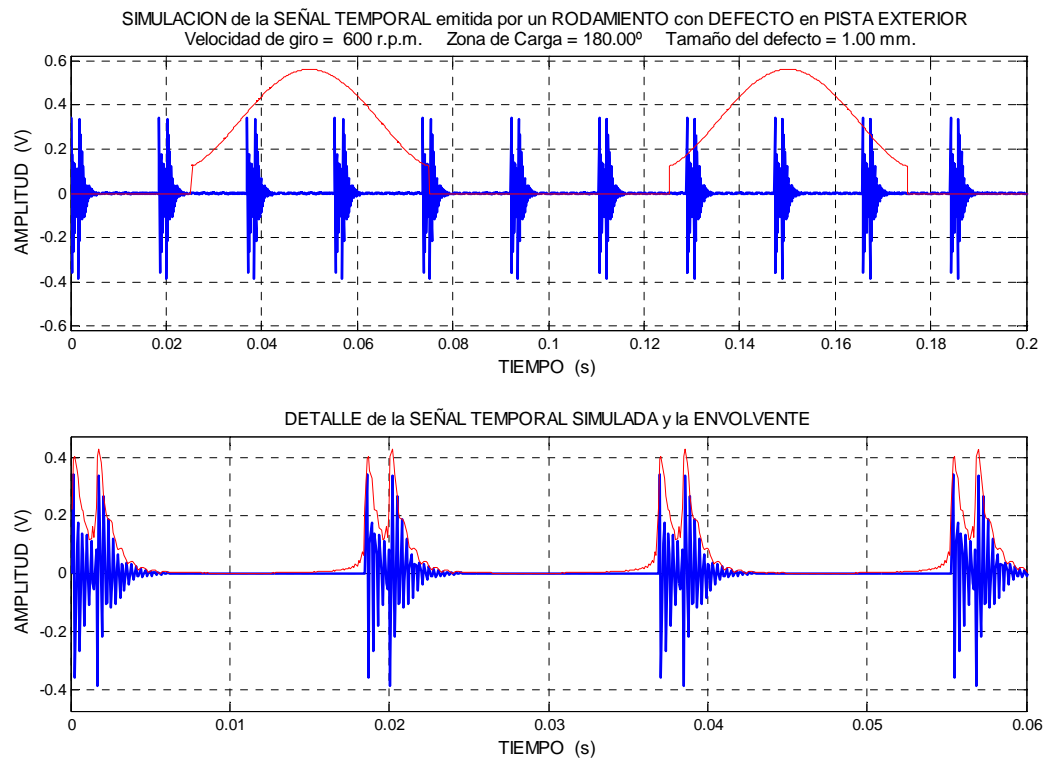


Figura 15.2.- Señal temporal y detallada de un rodamiento con defecto en pista exterior.

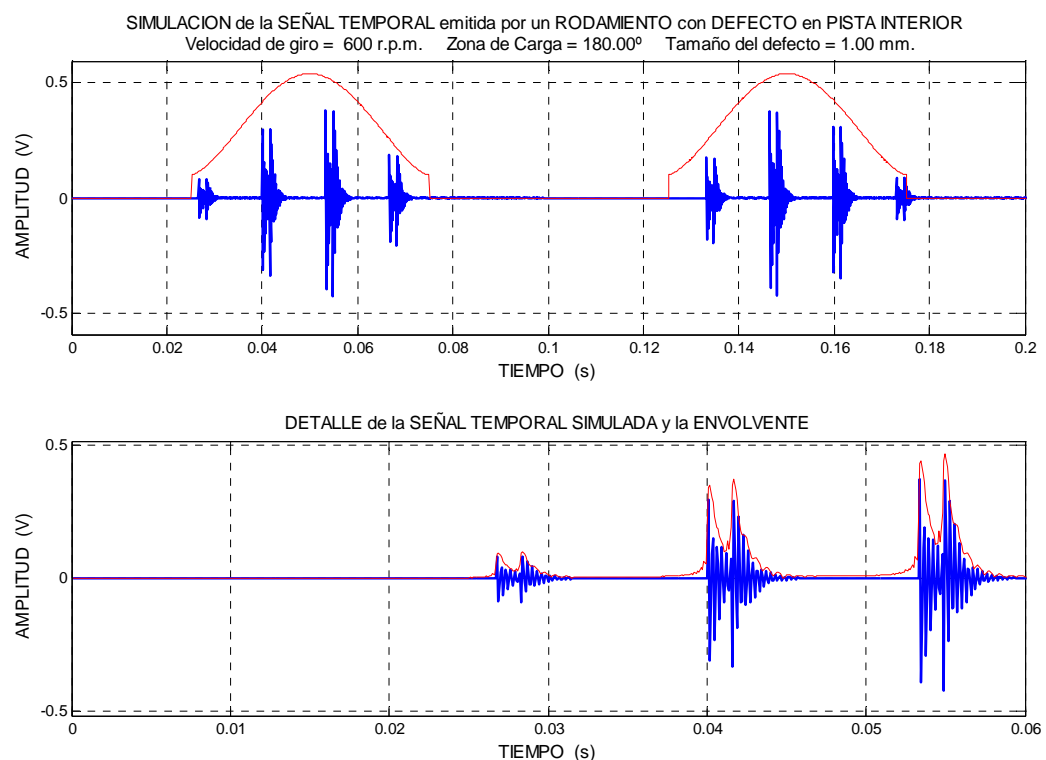


Figura 15.3.- Señal temporal y detallada de un rodamiento con defecto en pista interior.



Como se puede ver la diferencia con el anterior defecto es notable. Se observa que en el rodamiento con defecto en pista exterior, el defecto está persistente en todo el rango temporal, aunque el rodamiento sólo tenga una zona de carga de 180° , es debido a que en la pista exterior se pasa por dicho defecto continuamente y la señal siempre es excitada a lo largo de toda la revolución completa, en cambio para el defecto de pista interior solamente se alcanza su excitación cuando se pasa por la zona de carga del rodamiento, que en este caso es de 180°



15.1 ESTUDIO DEL ESPECTROGRAMA. DEFECTO EXTERNO 10, 20, 30, 40, 50HZ

Realizamos un análisis de los espectrogramas de la señal de 10 Hz utilizando diferentes tipos de ventanas y diferentes anchos de la misma. Como ya es sabido la ventana Flat top y Blackman funcionan muy bien con estos tipos de defectos, por ello empezaremos comprobando por dichas señales:

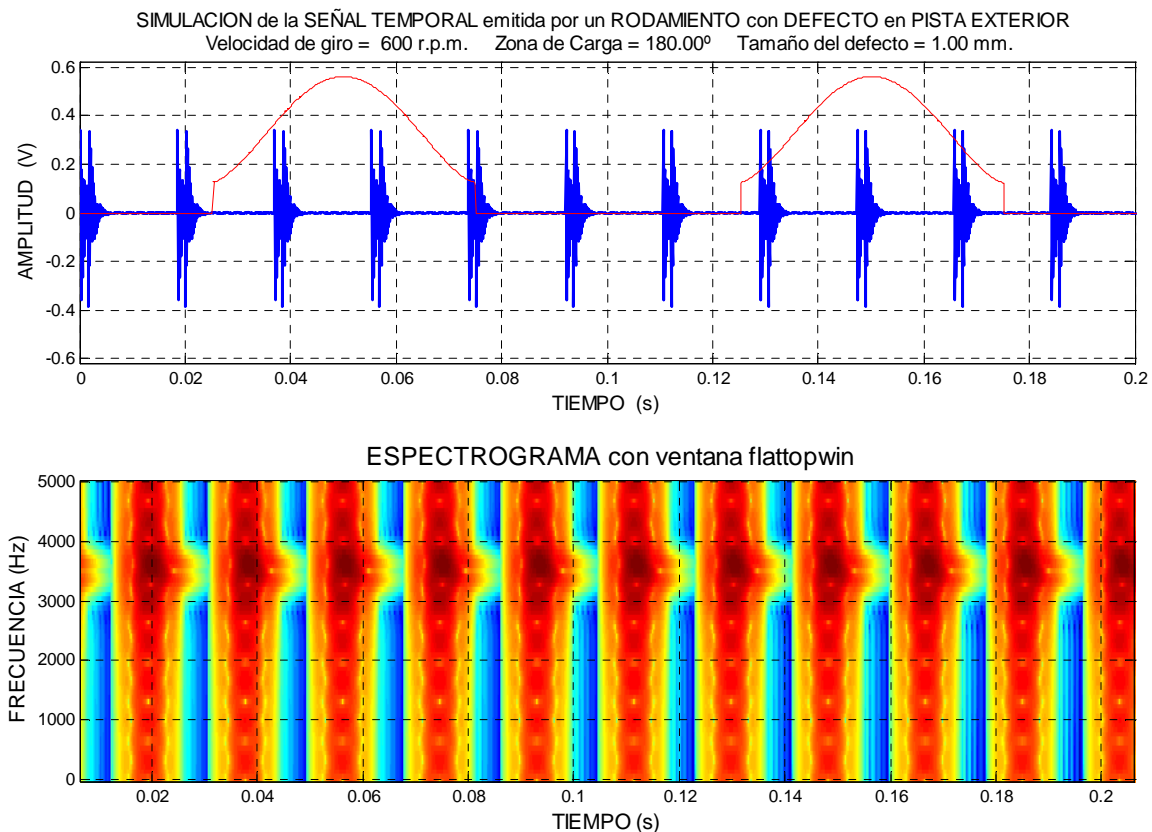


Figura 15.4.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 128

Como se observa de nuevo el mejor espectrograma se obtiene para una ventana Flat top con ancho de la misma de 128, aunque para este tipo defecto no se comporta muy mal el resto de se ventanas, no siendo la Flat top y las Blackman las únicas que son factibles a la hora del estudio. También obtenemos resultados aceptables para las ventanas Gaussiana, Hamming y Bartlett, por no decir casi idénticos entre sí.

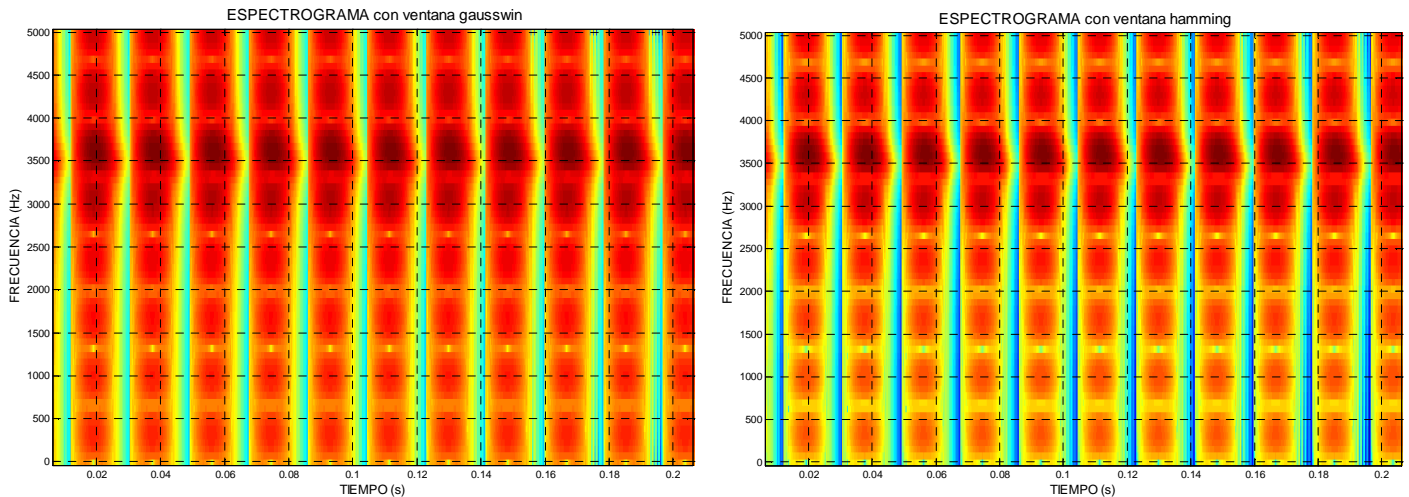


Figura 15.5.-Espectrogramas con ventanas Gaussiana y Hamming con ancho de ventana de 128 de señal de 10Hz en defecto exterior

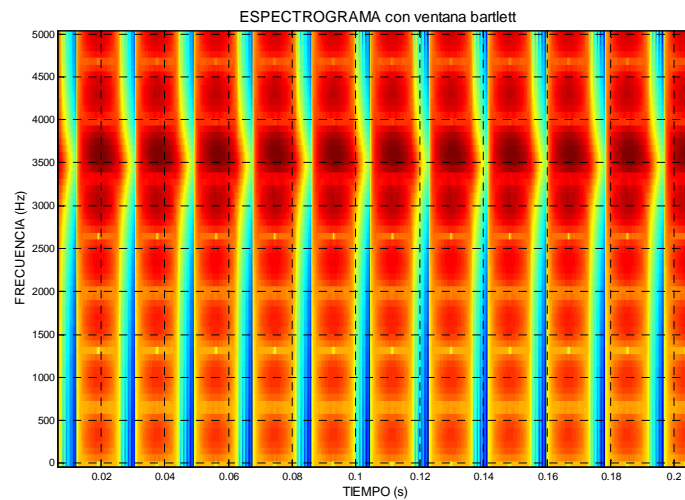


Figura 15.6.-Espectrograma con ventana Bartlett con ancho de ventana de 128 de señal de 10Hz. en defecto exterior

Vamos a ver que sucede si realizamos el estudio de dicho defecto para frecuencias más altas, volveremos a utilizar un ancho de ventana de 128 que sabemos que se obtienen buenos resultados con él, pero en este caso con una ventan Blackman-Harris.

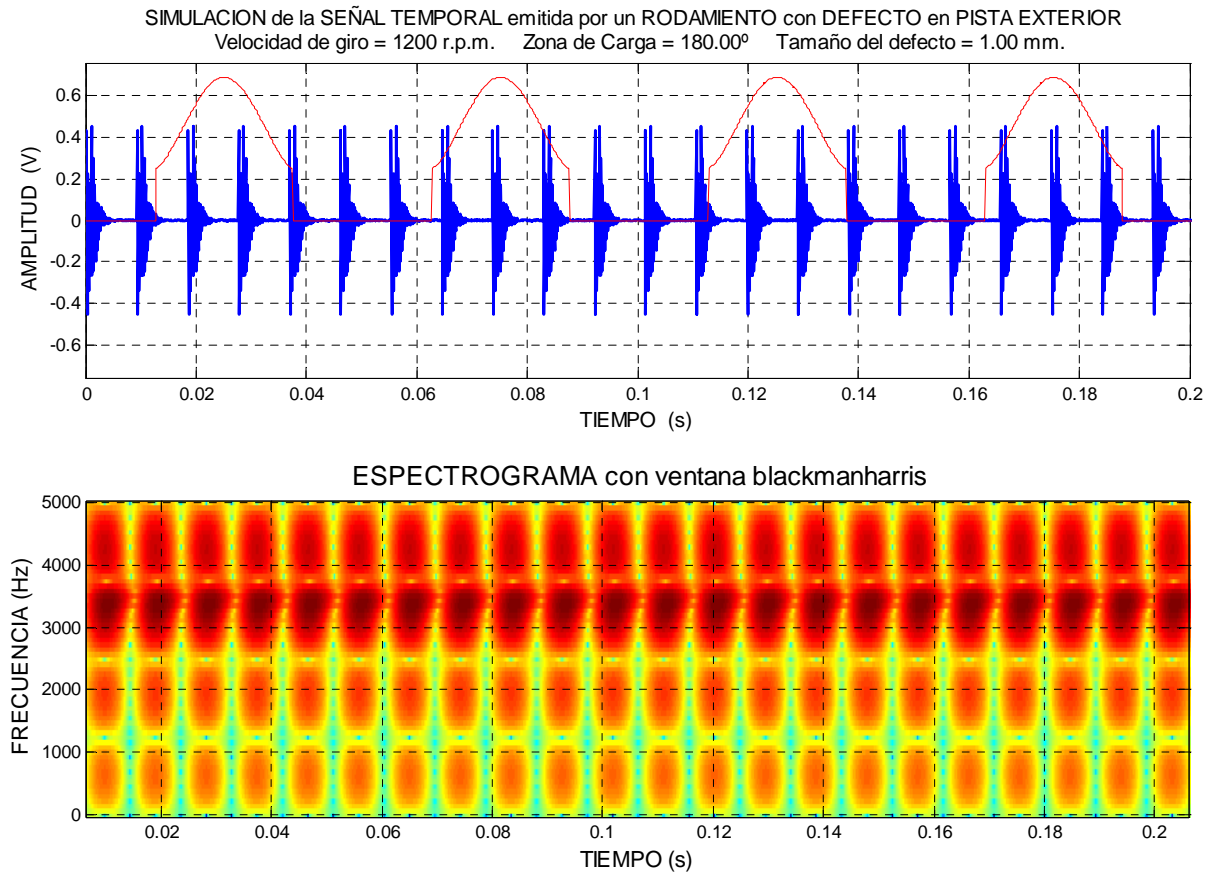


Figura 15.7.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 20 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Harris con ancho de ventana de 128

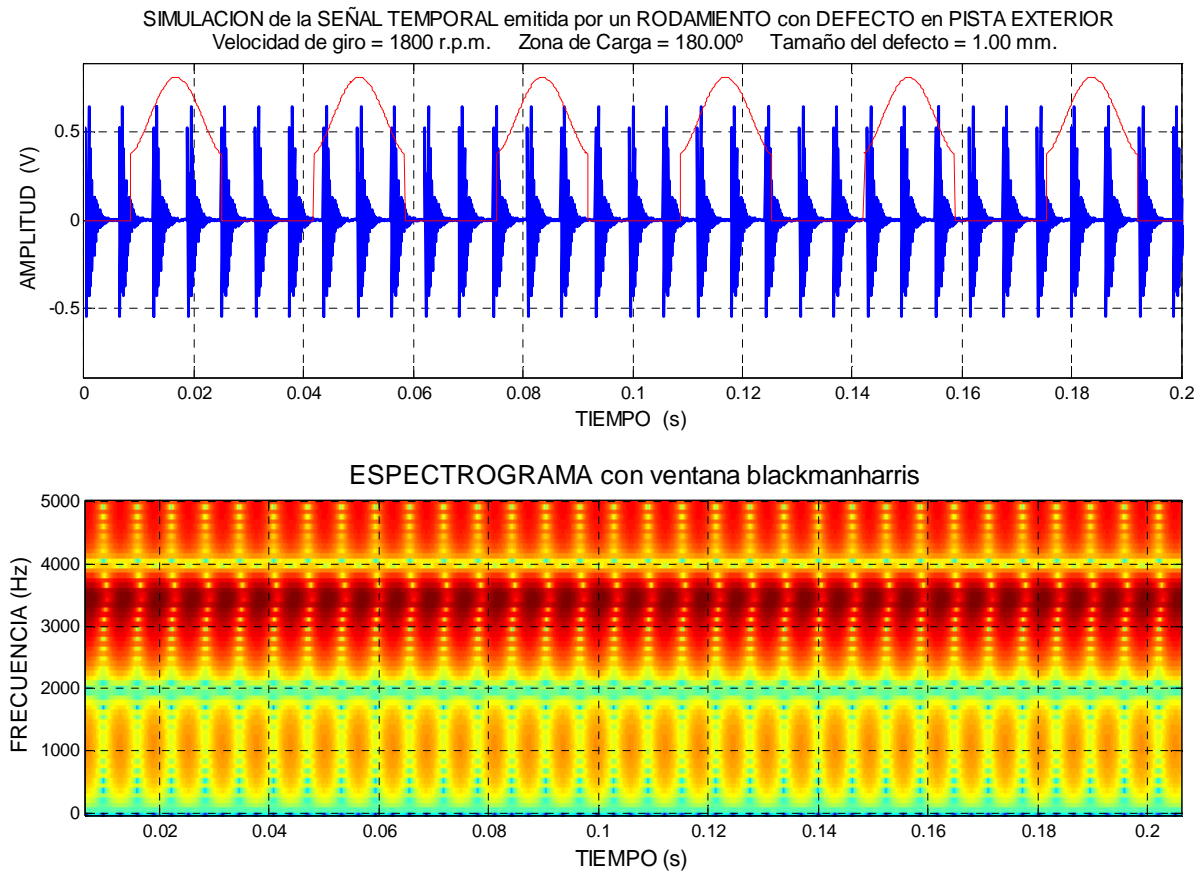


Figura 15.8.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 30 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Harris con ancho de ventana de 128

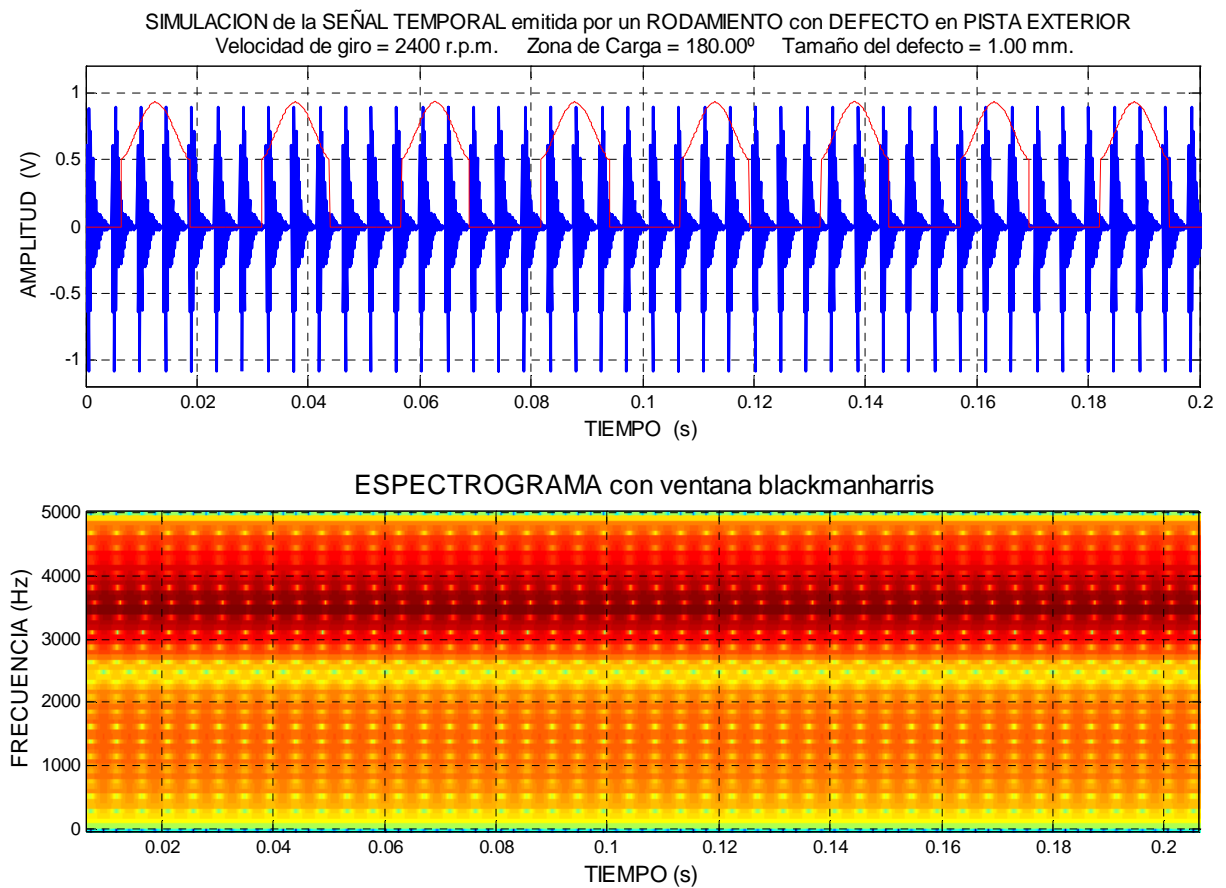


Figura 15.9.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 40 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Harris con ancho de ventana de 128

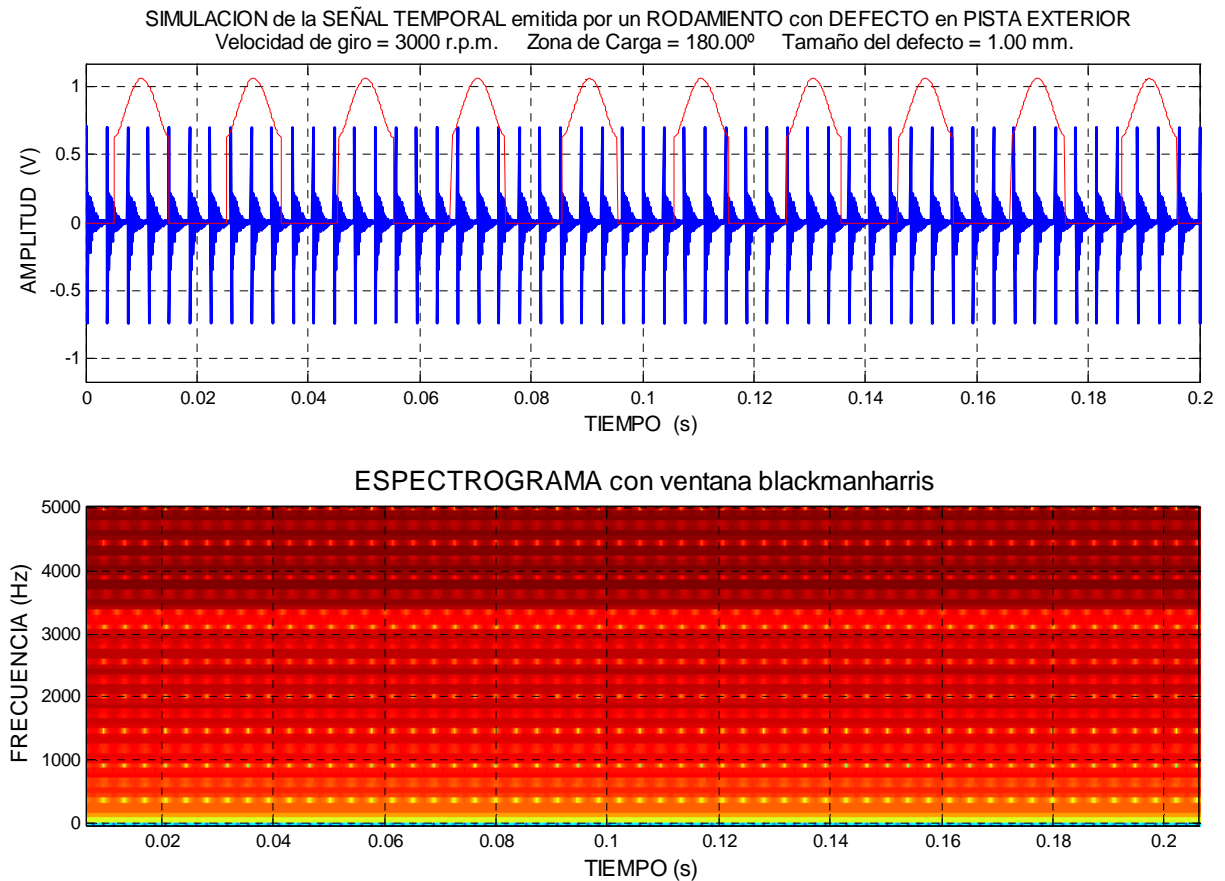


Figura 15.10.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y Espectrograma con ventan Blackman-Harris con ancho de ventana de 128

Como podemos ver con forme aumentamos la frecuencia de la señal es más difícil visualizar correctamente el defecto, para una frecuencia de 40 Hz la representación del espectrograma no es muy significativa para la obtención de los defectos; y para frecuencias de 50Hz es imposible diferenciar el instante de tiempo en que está ocurriendo el defecto, ya que en el corto periodo de tiempo que estamos analizando de 0.2 s. es tal la cantidad de excitaciones existentes que es imposible identificarlas.

Podemos concluir que para frecuencias altas este análisis del espectrograma no identifica o no es adecuado hacer el estudio cuando tenemos este tipo de defectos.

Para poder visualizar mejor el defecto la única solución es disminuir el estudio temporal que estamos analizando como vemos a continuación.

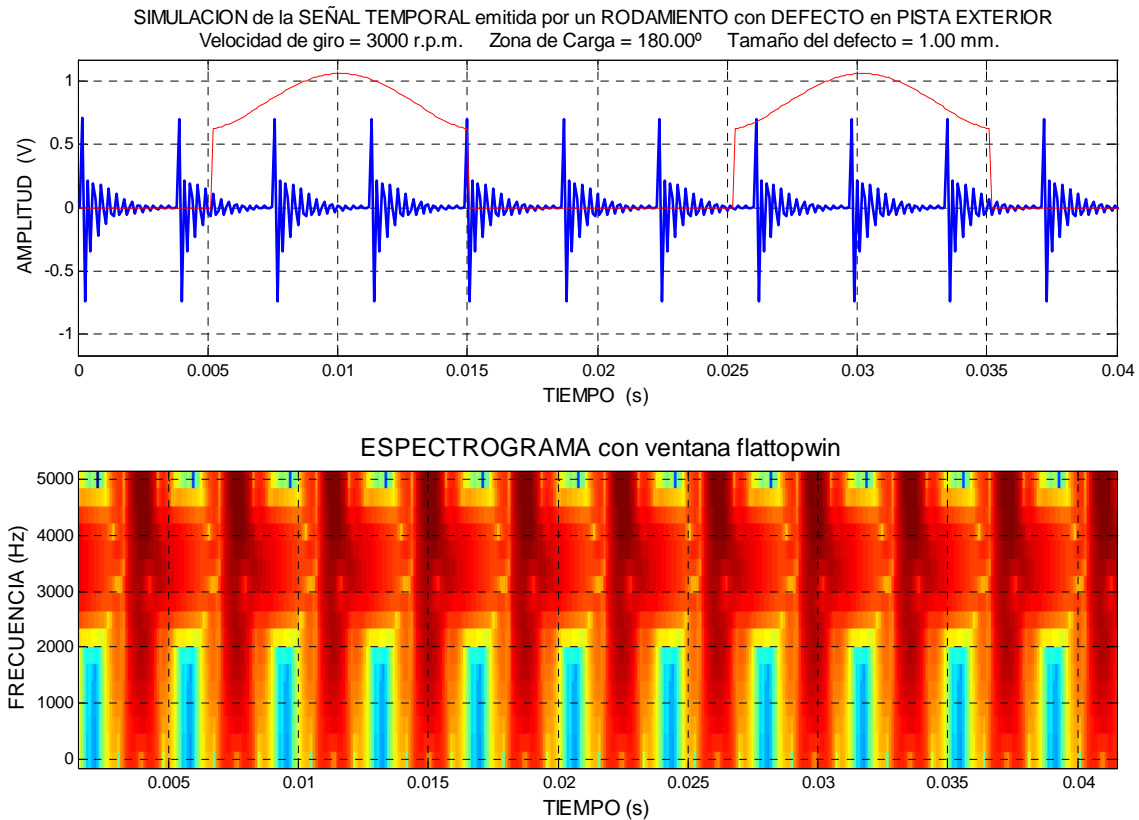


Figura 15.11. Representación de 2 vueltas de una señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y Espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana de 32

Hemos conseguido obtener dicho espectrograma representando únicamente un estudio temporal hasta los 0.04s, es decir 2 vueltas de la señal; y disminuyendo el ancho de ventana notablemente a 32, observamos que aunque hemos obtenido una mejoría en la resolución temporal, la resolución frecuencial no es ni mucho menos la deseada ni adecuada.



15.2 ESTUDIO DE LA TRANSFORMADA WAVELET. DEFECTO EXTERNO 10, 20, 30, 40, 50HZ

Una vez realizado el estudio del espectrograma vamos a realizar el estudio en la transformada Wavelet de la señal con defecto de pista exterior.

Vamos a considerar el mismo criterio que en hemos hecho anteriormente en los estudios posteriores, es decir el de los coeficientes. Analizaremos las señales con todas las funciones Wavelets utilizando una escala de 64 como en los anteriores análisis.

Par dicho defecto, pista exterior, hemos obtenido los siguientes resultados de los coeficientes para las frecuencias desde 10 Hz hasta 50Hz.

**TABLA11.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ. *DEFECTO EXTERNO*

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	11	11	11	11	11	11	33
<i>Db2</i>	11	22	33	33	33	26,4	68,2
<i>Db3</i>	11	11	11	22	33	17,6	41,8
<i>Db4</i>	11	33	33	33	33	28,6	77
<i>Db5</i>	11	22	22	22	33	22	57,2
<i>Db6</i>	11	22	33	44	44	30,8	74,8
<i>Db7</i>	11	11	11	33	33	19,8	46,2
<i>Db8</i>	11	11	11	22	22	15,4	39,6
<i>Db9</i>	11	11	11	11	33	15,4	37,4
<i>Db10</i>	11	11	33	33	44	26,4	61,6

<i>Sym1</i>	11	11	11	11	11	11	33
<i>Sym2</i>	22	22	33	33	33	28,6	79,2
<i>Sym3</i>	11	11	11	11	22	13,2	35,2
<i>Sym4</i>	11	11	11	11	33	15,4	37,4
<i>Sym5</i>	11	11	11	11	22	13,2	35,2
<i>Sym6</i>	11	22	22	22	22	19,8	55
<i>Sym7</i>	11	11	11	22	22	15,4	39,6
<i>Sym8</i>	11	11	33	33	33	24,2	59,4

<i>Coif1</i>	11	11	11	11	11	11	33
<i>Coif2</i>	11	22	22	33	33	24,2	61,6
<i>Coif3</i>	11	11	33	33	33	24,2	59,4
<i>Coif4</i>	11	11	22	33	33	22	52,8
<i>Coif5</i>	11	11	22	22	33	19,8	48,4

<i>1. Bior1.3</i>	11	11	11	11	11	11	33
<i>2. Bior1.5</i>	11	11	11	11	11	11	33
<i>3. Bior2.2</i>	11	11	11	22	33	17,6	41,8
<i>4. Bior2.4</i>	11	11	11	22	22	15,4	39,6
<i>5. Bior2.6</i>	11	11	22	22	22	17,6	46,2
<i>6. Bior2.8</i>	11	11	22	22	44	22	50,6
<i>7. Bior3.7</i>	11	22	22	33	33	24,2	61,6
<i>8 Bior3.9</i>	11	22	22	33	33	24,2	61,6
<i>9. Bior4.4</i>	11	11	11	11	44	17,6	39,6
<i>10. Bior5.5</i>	11	11	33	33	33	24,2	59,4
<i>11. Bior6.8</i>	11	33	33	33	33	28,6	77

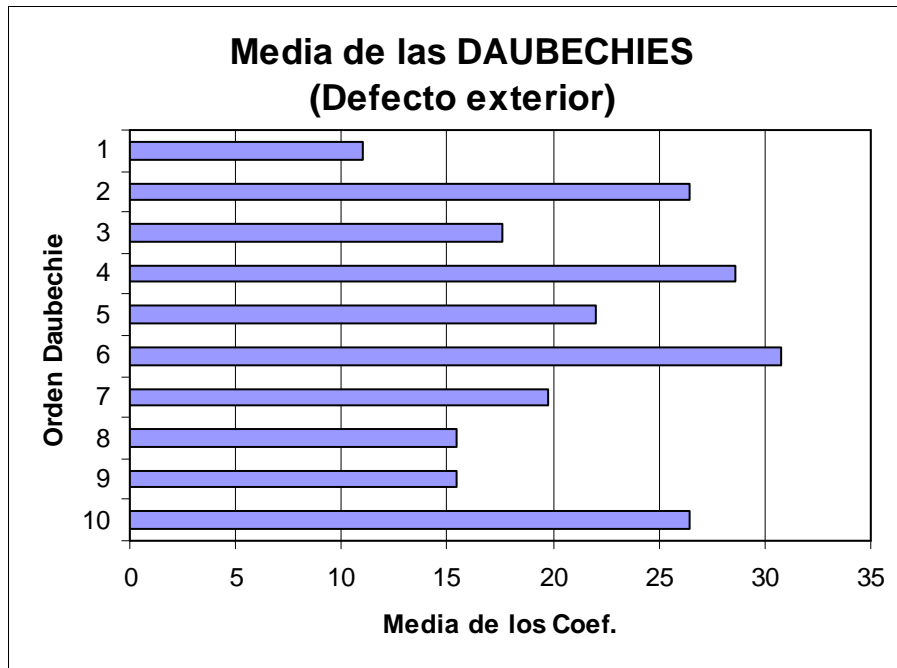


Figura 15.12.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 10 Hz en defecto exterior

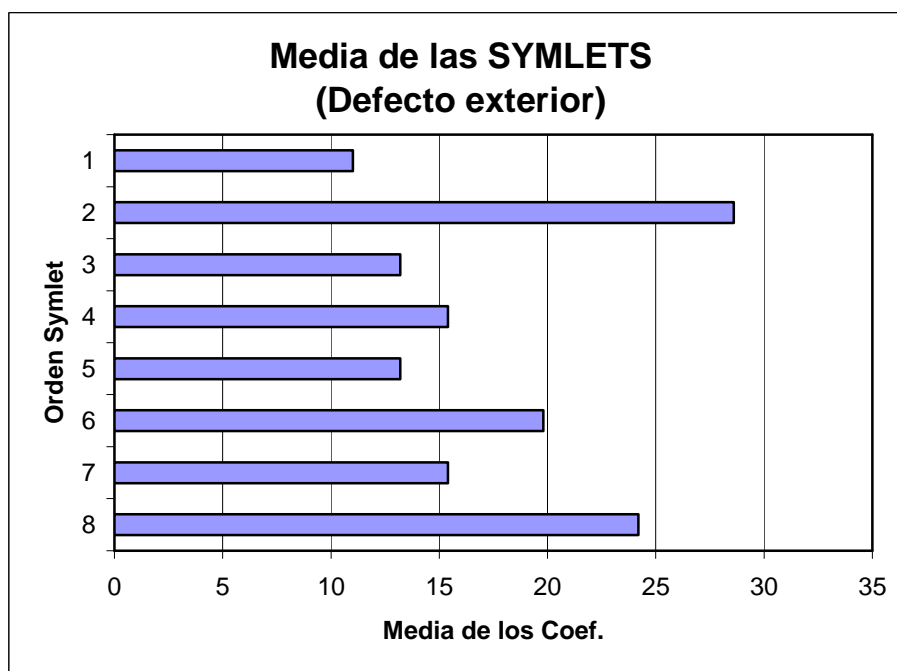


Figura 15.13.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 10 Hz en defecto exterior

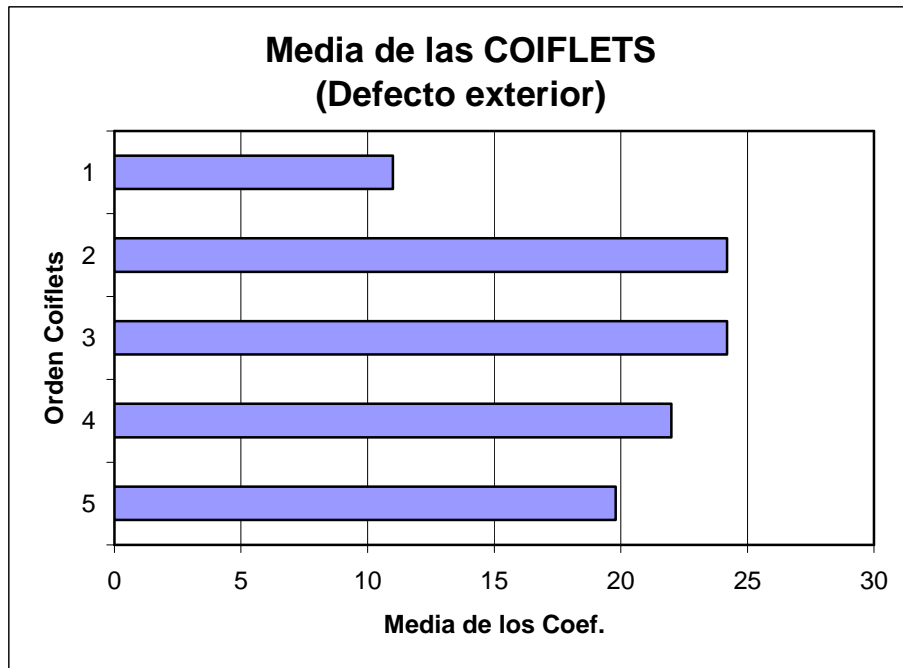


Figura 15.14.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 10 Hz en defecto exterior

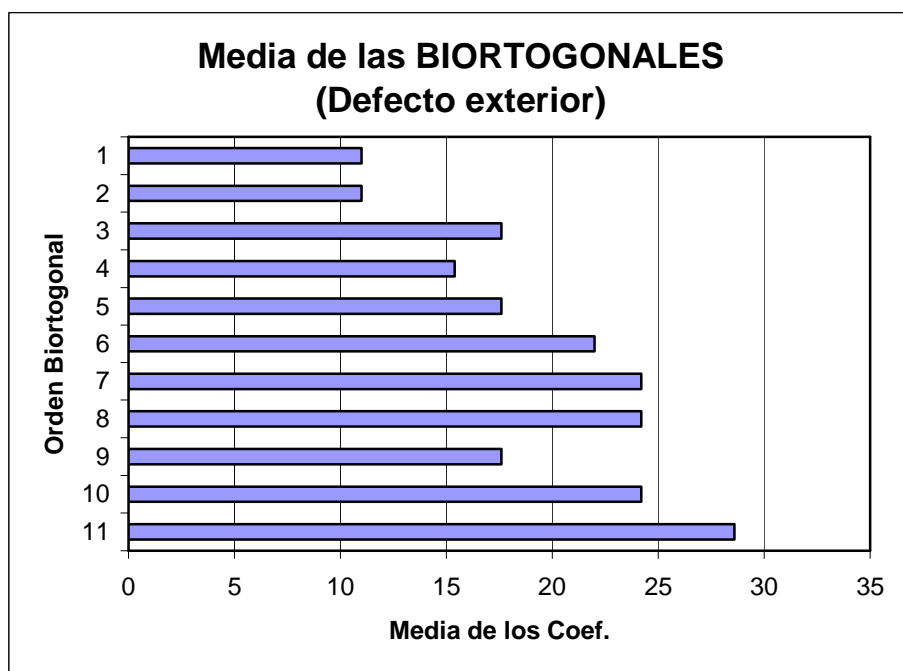


Figura 15.15.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 10 Hz en defecto exterior



Un hecho muy significativo que se ha observado a la hora de sacar los coeficientes es que obtenemos las mismas gráficas de las medias en los dos casos, con diferentes coeficientes en cada caso, pero obtenemos aproximadamente las mismas conclusiones en los dos análisis, e decir a la hora de elegir qué tipo de Wavelet se comporta de mejor manera se han obtenido los mismos resultados en los dos defectos.

-Daubechies: db2, db4 db6 y db10

-Symlet: sym2, sym6 y sym8

-Coiflets: coif2 y coif3

-Biortogonales: bior3.7 y bior6.8

Vamos a realizar la representación de las medias en los ejes cartesianos, se puede ver que los dos tipos de defecto siguen la misma tendencia en cada familia de las Wavelets, por lo que llegamos a las mismas conclusiones a la hora de elegir un tipo de Wavelet madre, no nos importa el defecto que estemos analizando ya que para los dos tipos se llegan a los mismos resultados.

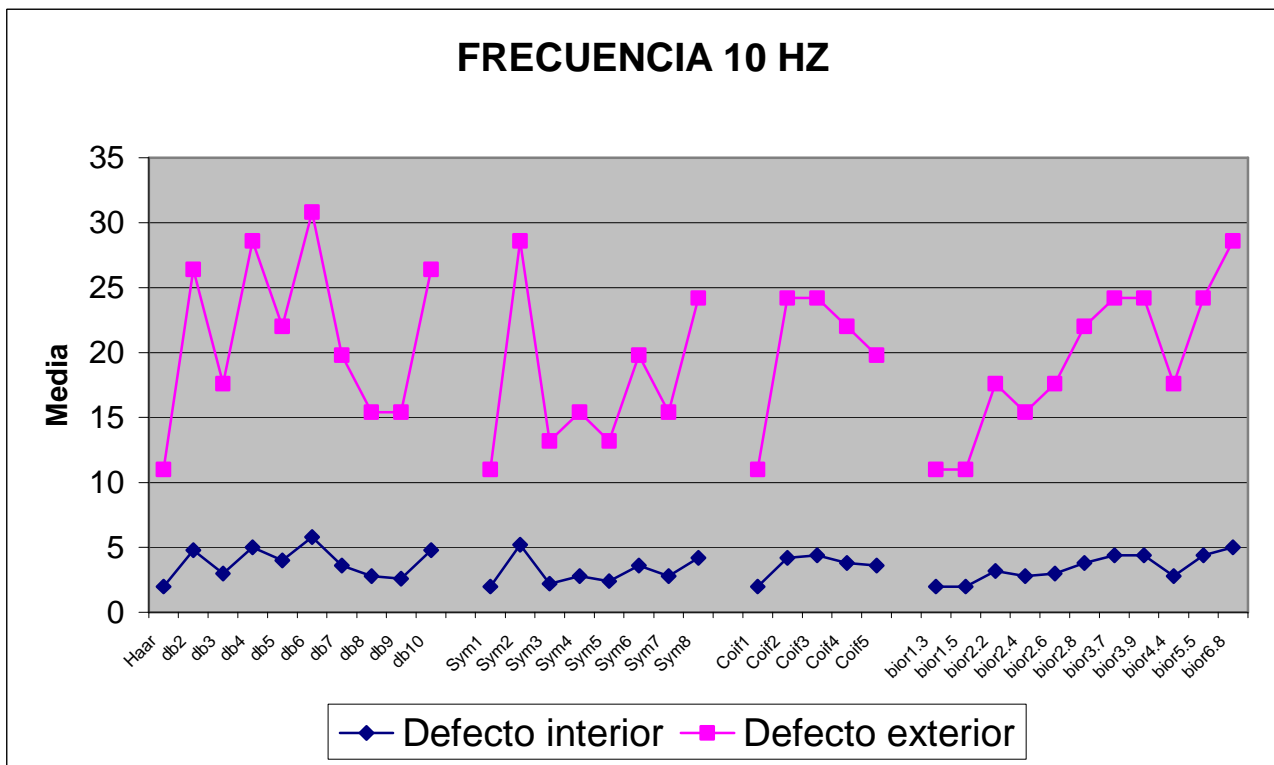


Figura 15.16.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno y externo para 10Hz

**TABLA12.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE **20 HZ. DEFECTO EXTERNO**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
Haar	22	22	22	22	44	26,4	70,4
Db2	22	22	44	66	66	44	105,6
Db3	22	22	22	22	22	22	66
Db4	22	22	22	66	66	39,6	92,4
Db5	22	22	22	22	22	22	66
Db6	22	22	22	22	44	26,4	70,4
Db7	22	22	22	66	66	39,6	92,4
Db8	22	44	44	88	88	57,2	136,4
Db9	44	44	44	88	110	66	162,8
Db10	22	22	22	66	66	39,6	92,4
Sym1	22	22	22	22	44	26,4	70,4
Sym2	22	22	44	44	44	35,2	92,4
Sym3	22	22	22	22	22	22	66
Sym4	22	44	88	88	110	70,4	167,2
Sym5	22	22	22	22	22	22	66
Sym6	22	44	44	44	44	39,6	110
Sym7	22	22	22	22	22	22	66
Sym8	22	44	44	44	44	39,6	110
Coif1	22	22	22	22	22	22	66
Coif2	22	22	22	44	44	30,8	79,2
Coif3	22	22	44	44	44	35,2	92,4
Coif4	44	44	44	44	44	44	132
Coif5	22	44	44	44	44	39,6	110
1. Bior1.3	22	22	22	22	44	26,4	70,4
2. Bior1.5	22	22	22	22	44	26,4	70,4
3. Bior2.2	22	22	22	22	22	22	66
4. Bior2.4	22	22	22	22	22	22	66
5. Bior2.6	22	22	22	22	22	22	66
6. Bior2.8	22	22	22	22	22	22	66
7. Bior3.7	22	22	22	22	22	22	66
8 Bior3.9	22	22	22	22	44	26,4	70,4
9. Bior4.4	22	22	22	22	22	22	66
10. Bior5.5	22	22	44	44	44	35,2	92,4
11. Bior6.8	22	22	22	44	44	30,8	79,2

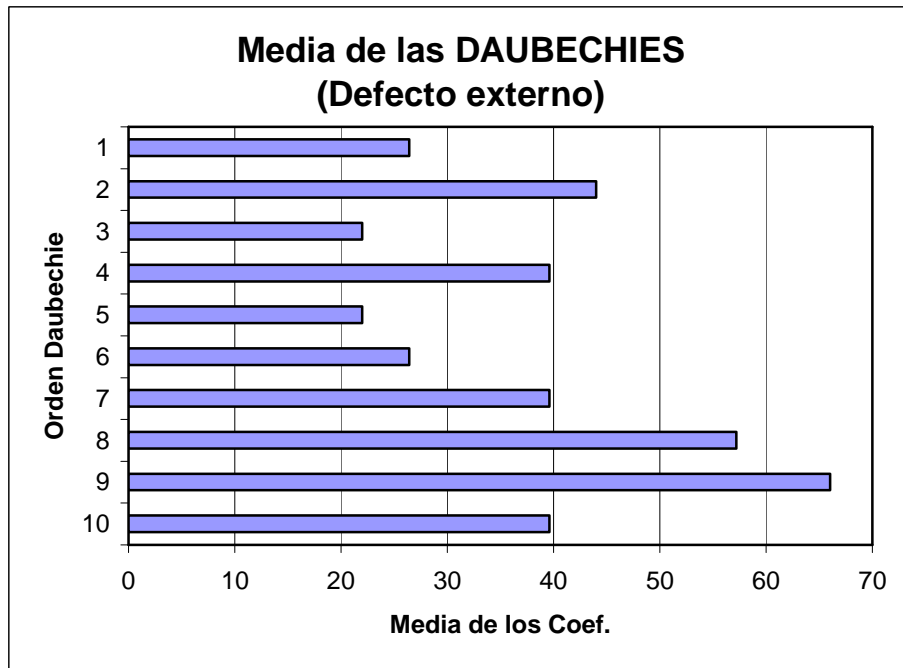


Figura 15.17.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 20 Hz en defecto externo

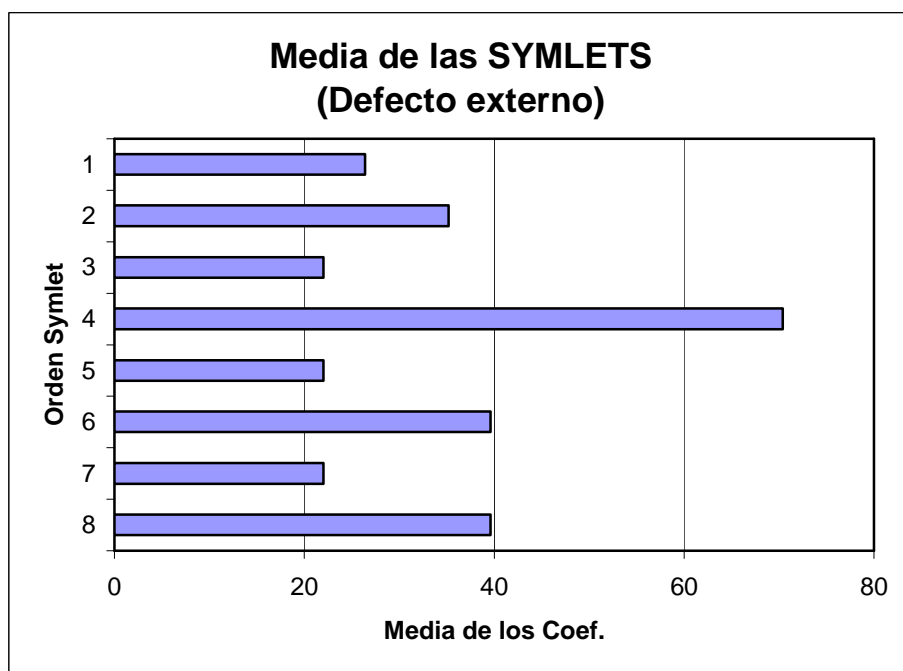


Figura 15.18.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 20 Hz en defecto externo

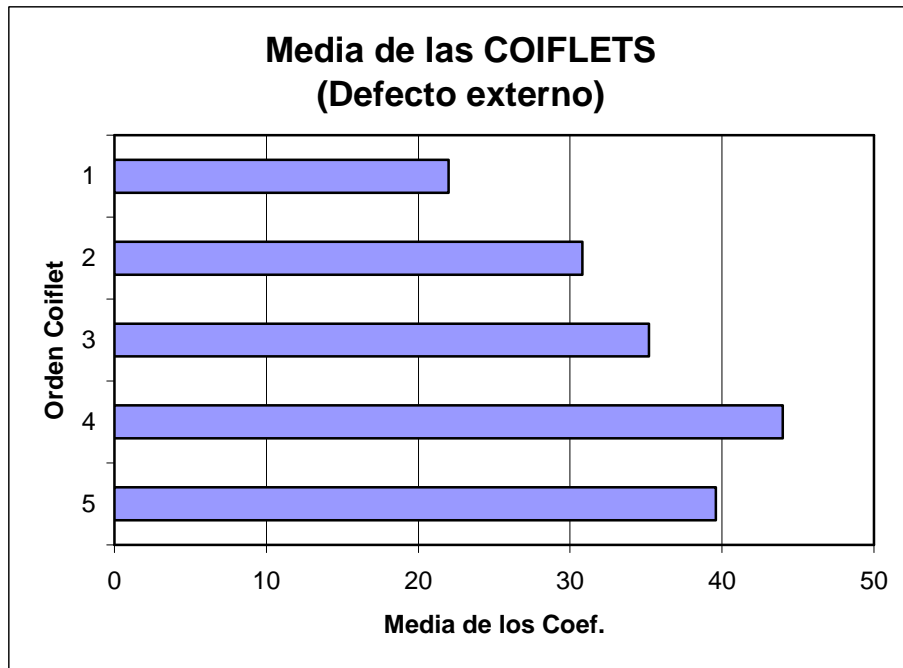


Figura 15.19.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 20 Hz en defecto externo

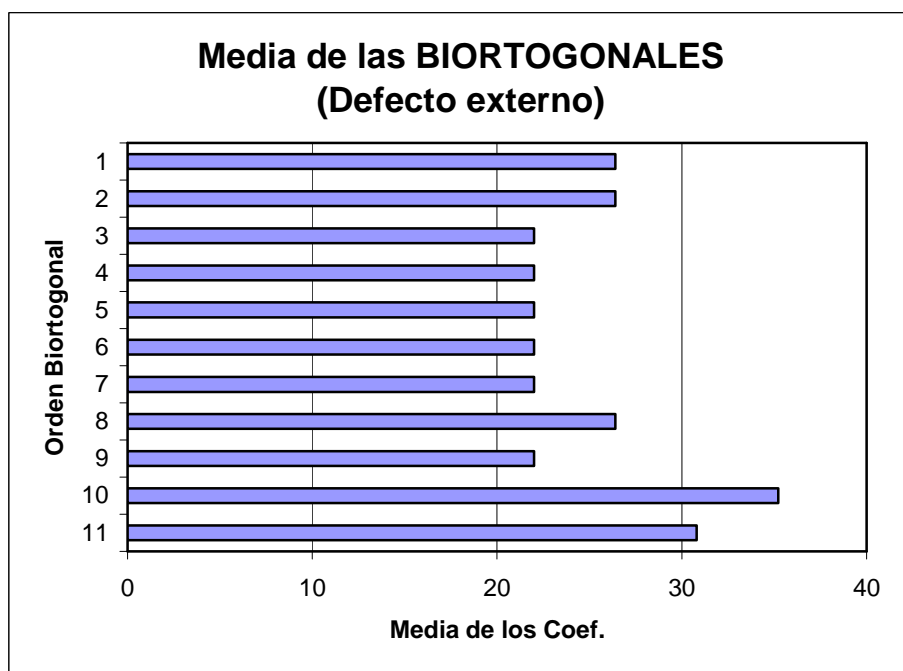


Figura 15.20.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 20 Hz en defecto externo



Ocurre lo mismo que en el caso anterior a 10 Hz, obtenemos los mismos resultados para el defecto externo que el interno

-Daubechies: db2, db8 y db9

-Symlets: sym4, sym6 y sym8

-Coiflets: coif4 y coif5

-Biortogonales: bior5.5 y bior6.8

Como hicimos anteriormente mostraremos la representación en los ejes cartesianos de los dos defectos y se ve que siguen teniendo la misma tendencia

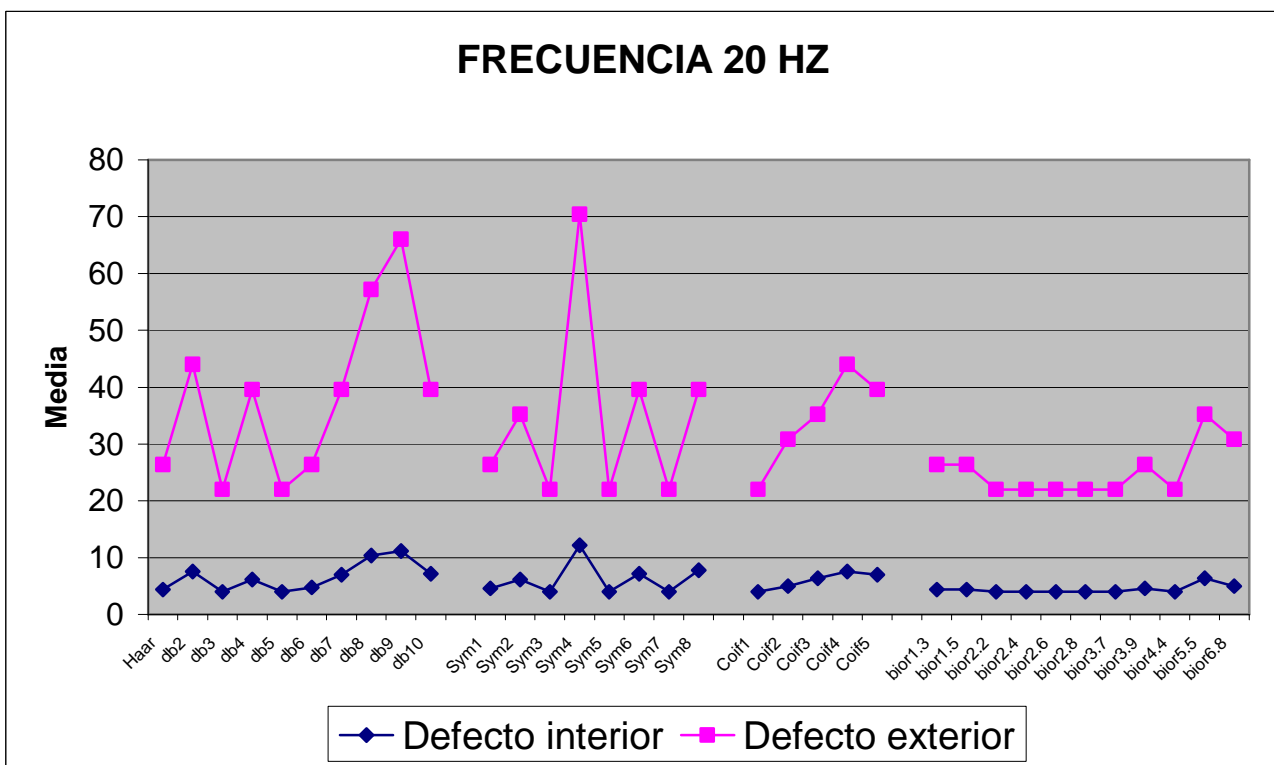


Figura 15.21.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno y externo para 20Hz

**TABLA13.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 30 HZ. *DEFECTO EXTERNO*

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	66	66	66	66	66	66	198
<i>Db2</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Db3</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Db4</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Db5</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Db6</i>	33	33	33	33	99	46,2	112,2
<i>Db7</i>	33	33	66	132	132	79,2	178,2
<i>Db8</i>	33	66	99	132	132	92,4	224,4
<i>Db9</i>	33	66	99	99	132	85,8	211,2
<i>Db10</i>	33	33	66	99	99	66	158,4
<i>Sym1</i>	33	33	33	66	66	46,2	118,8
<i>Sym2</i>	33	33	66	66	66	52,8	138,6
<i>Sym3</i>	33	66	132	132	132	99	244,2
<i>Sym4</i>	33	33	66	66	66	52,8	138,6
<i>Sym5</i>	33	33	33	66	99	52,8	125,4
<i>Sym6</i>	33	33	33	66	99	52,8	125,4
<i>Sym7</i>	33	33	33	99	132	66	145,2
<i>Sym8</i>	33	33	33	33	99	46,2	112,2
<i>Coif1</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Coif2</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Coif3</i>	33	33	33	33	33	33	99
<i>Coif4</i>	33	33	33	33	99	46,2	112,2
<i>Coif5</i>	33	33	33	33	99	46,2	112,2
1. Bior1.3	66	66	66	66	66	66	198
2. Bior1.5	66	66	66	66	66	66	198
3. Bior2.2	33	33	33	33	33	33	99
4. Bior2.4	33	33	33	33	33	33	99
5. Bior2.6	33	33	33	33	66	39,6	105,6
6. Bior2.8	33	33	33	33	66	39,6	105,6
7. Bior3.7	33	66	99	99	99	79,2	204,6
8 Bior3.9	33	66	99	99	132	85,8	211,2
9. Bior4.4	33	33	33	33	33	33	99
10. Bior5.5	33	33	33	33	66	39,6	105,6
11. Bior6.8	33	33	33	33	66	39,6	105,6

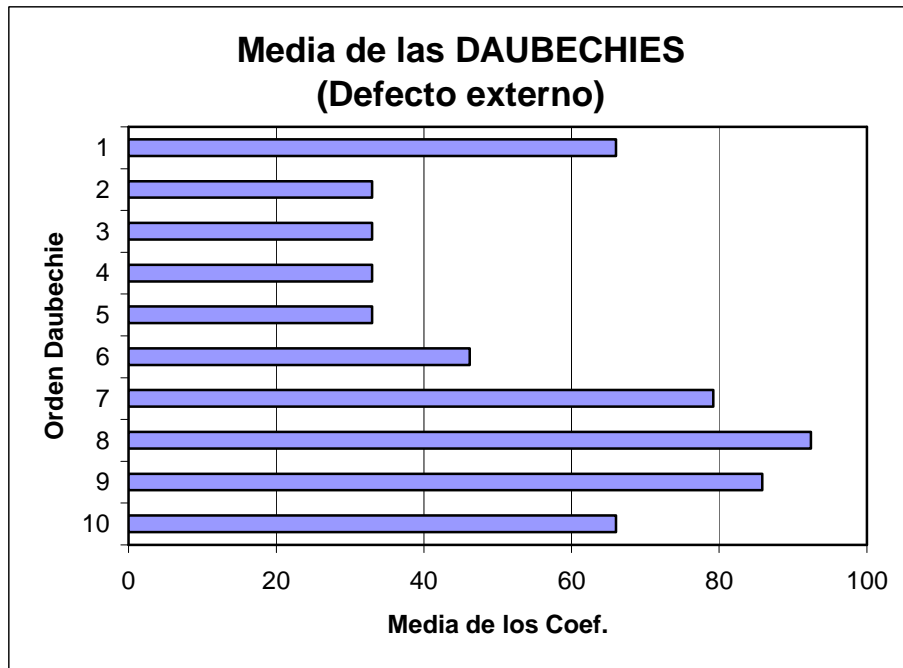


Figura 15.22.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 30 Hz en defecto externo

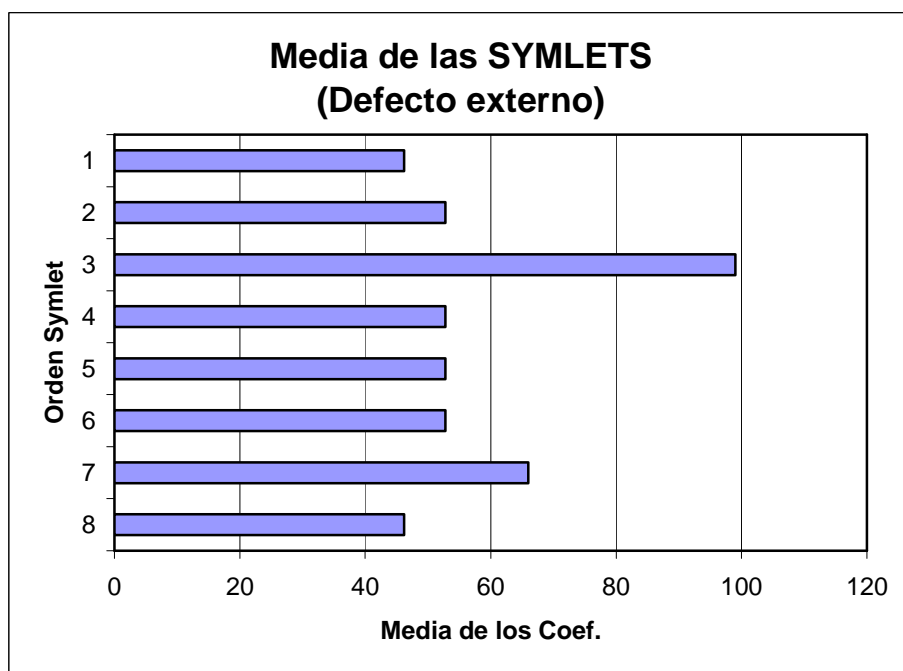


Figura 15.23.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 30 Hz en defecto externo

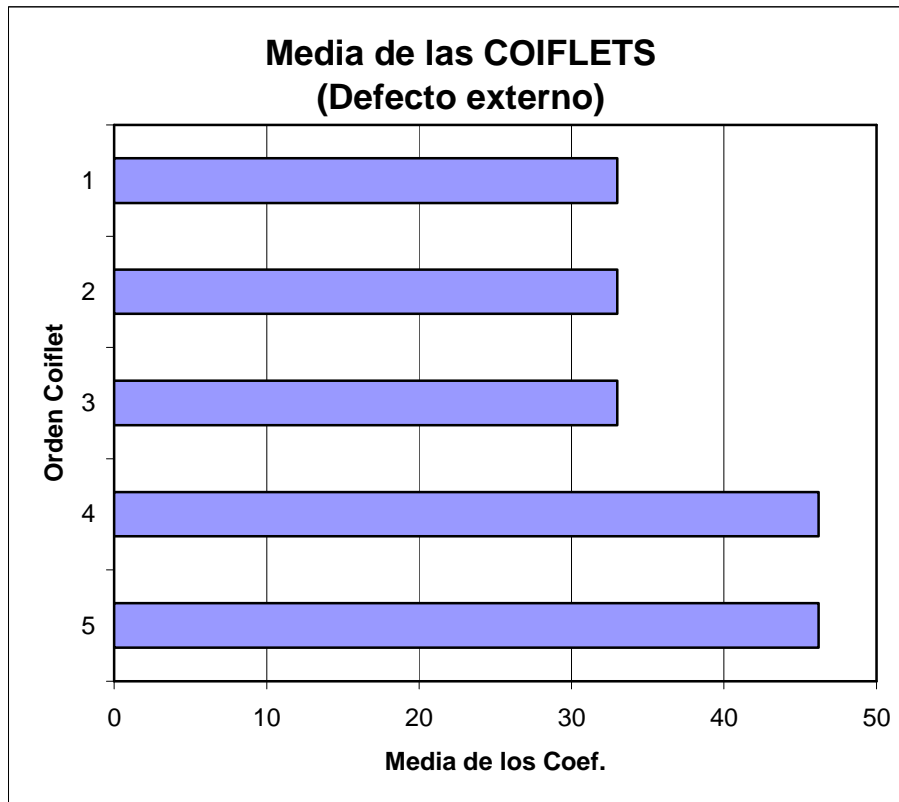


Figura 15.24.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 30 Hz en defecto externo

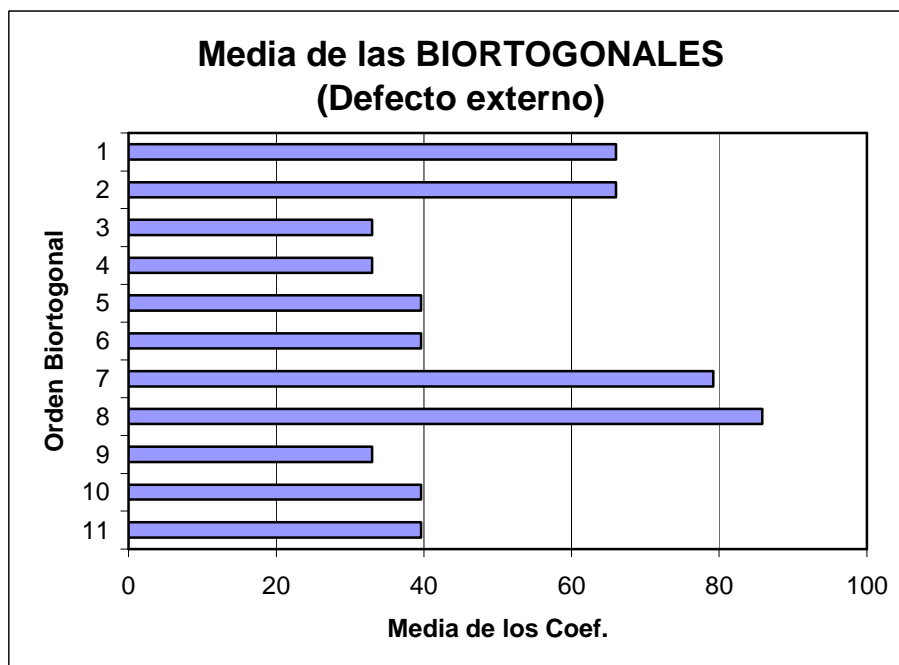


Figura 15.25.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 30 Hz en defecto externo

También ocurre para el caso a 30 Hz, obtenemos los mismos resultados o muy parecidos para el defecto externo que el interno

-Daubechies: db7, db8 y db9

-Symlets: sym3, sym7

-Coiflets: coif4 y coif5

-Biortogonales: bior3.9, bior3.7, bior1.3 y bior1.5

Como hicimos anteriormente mostraremos la representación en los ejes cartesianos de los dos defectos y se ve que siguen teniendo la misma tendencia

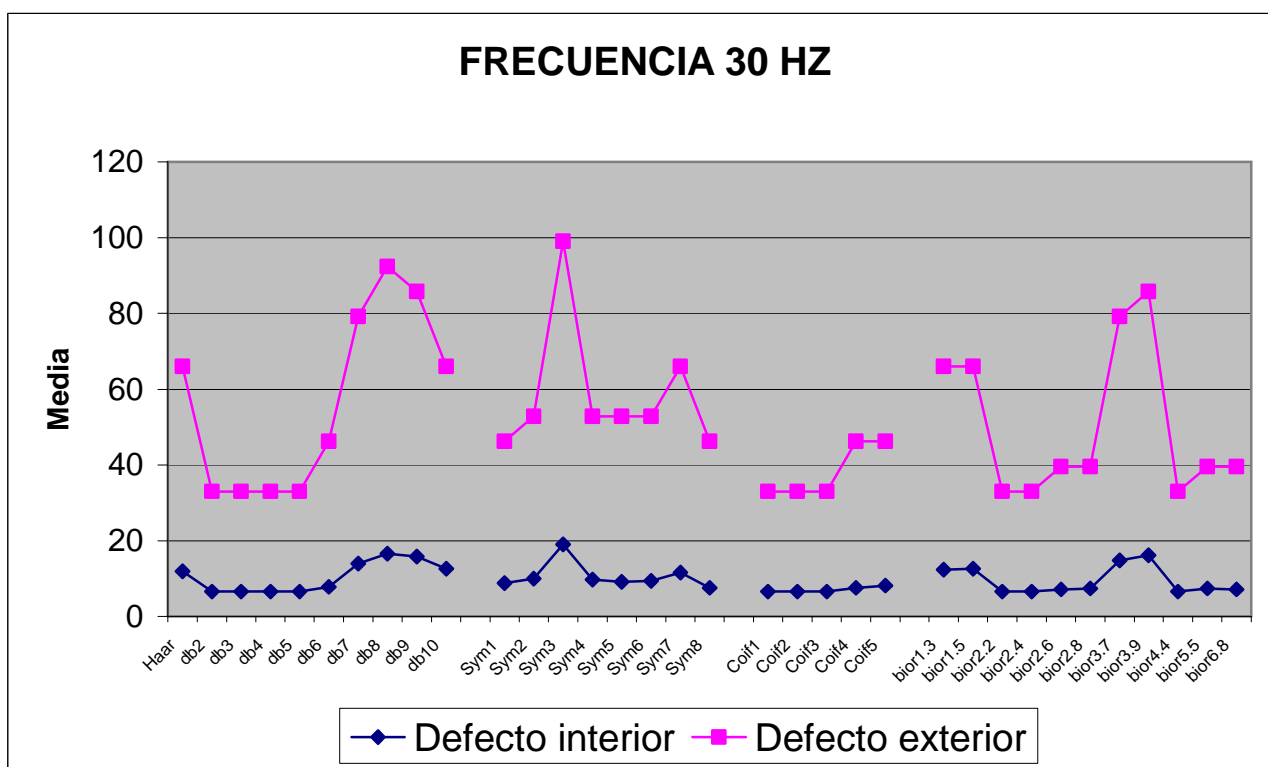


Figura 15.26.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno y externo para 30Hz

**TABLA14.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE **40 HZ. DEFECTO EXTERNO**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	44	44	44	132	132	79,2	184,8
<i>Db2</i>	44	44	44	44	88	52,8	140,8
<i>Db3</i>	44	88	88	88	176	96,8	237,6
<i>Db4</i>	44	88	88	88	88	79,2	220
<i>Db5</i>	44	44	88	88	88	70,4	184,8
<i>Db6</i>	44	44	44	44	88	52,8	140,8
<i>Db7</i>	44	88	175	176	176	131,8	325
<i>Db8</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Db9</i>	44	44	88	88	88	70,4	184,8
<i>Db10</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Sym1</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Sym2</i>	44	44	44	44	88	52,8	140,8
<i>Sym3</i>	44	44	44	44	88	52,8	140,8
<i>Sym4</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Sym5</i>	44	44	44	44	88	52,8	140,8
<i>Sym6</i>	44	44	88	132	132	88	211,2
<i>Sym7</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Sym8</i>	44	44	88	132	132	88	211,2
<i>Coif1</i>	44	44	44	44	44	44	132
<i>Coif2</i>	88	88	132	132	132	114,4	316,8
<i>Coif3</i>	44	44	88	132	132	88	211,2
<i>Coif4</i>	44	44	88	88	131	79	193,4
<i>Coif5</i>	44	87	88	88	88	79	219,2
1. Bior1.3	44	44	88	132	132	88	211,2
2. Bior1.5	44	44	44	132	132	79,2	184,8
3. Bior2.2	44	44	44	88	88	61,6	158,4
4. Bior2.4	44	44	44	88	88	61,6	158,4
5. Bior2.6	44	44	88	88	132	79,2	193,6
6. Bior2.8	44	44	132	132	176	105,6	246,4
7. Bior3.7	44	44	44	44	88	52,8	140,8
8 Bior3.9	44	44	44	44	88	52,8	140,8
9. Bior4.4	44	44	88	88	176	88	202,4
10. Bior5.5	44	44	87	131	132	87,6	210,2
11. Bior6.8	44	44	88	132	132	88	211,2

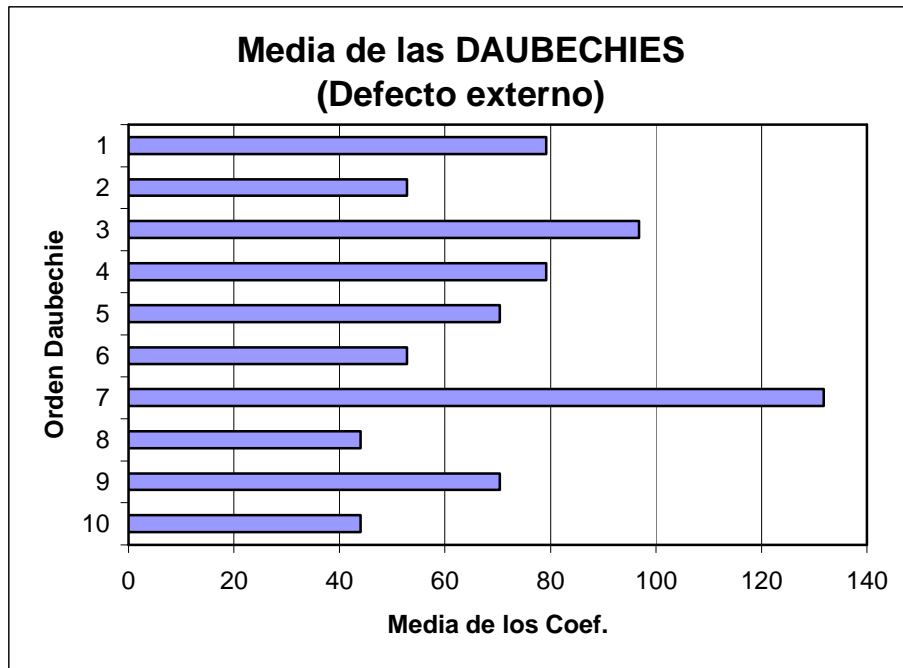


Figura 15.27.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 40 Hz en defecto externo

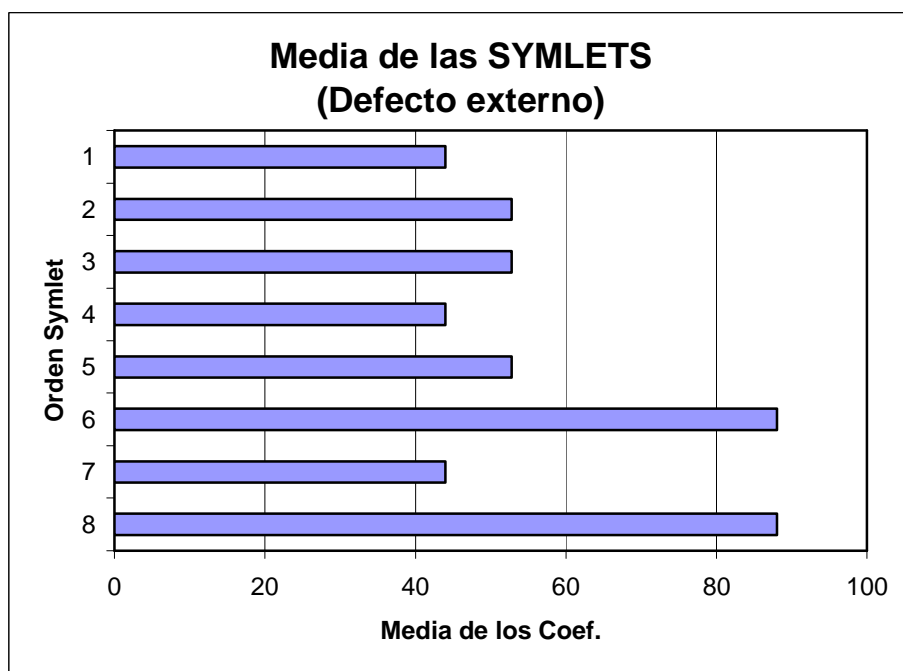


Figura 15.28.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 40 Hz en defecto externo

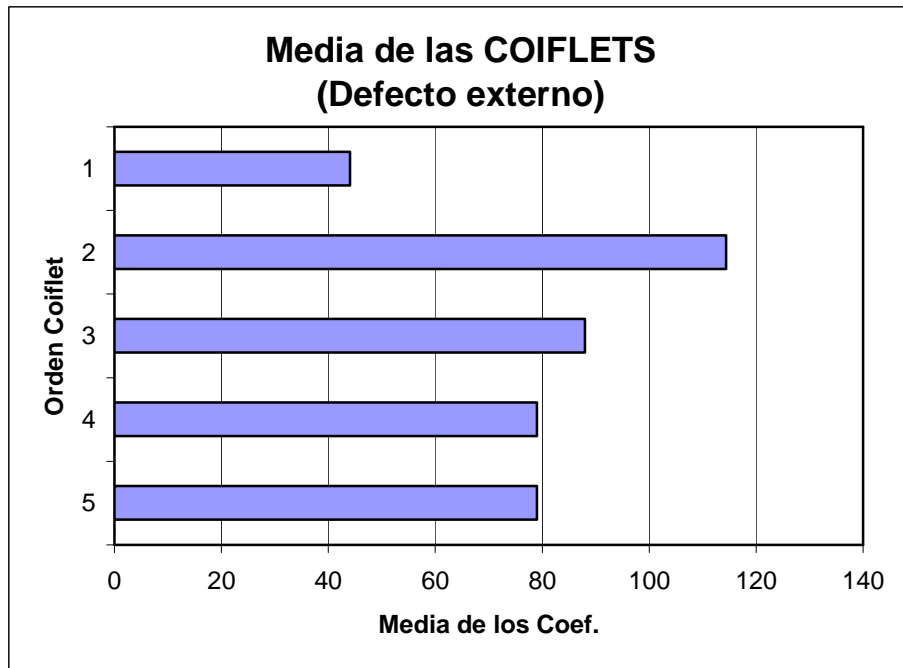


Figura 15.29.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 40 Hz en defecto externo

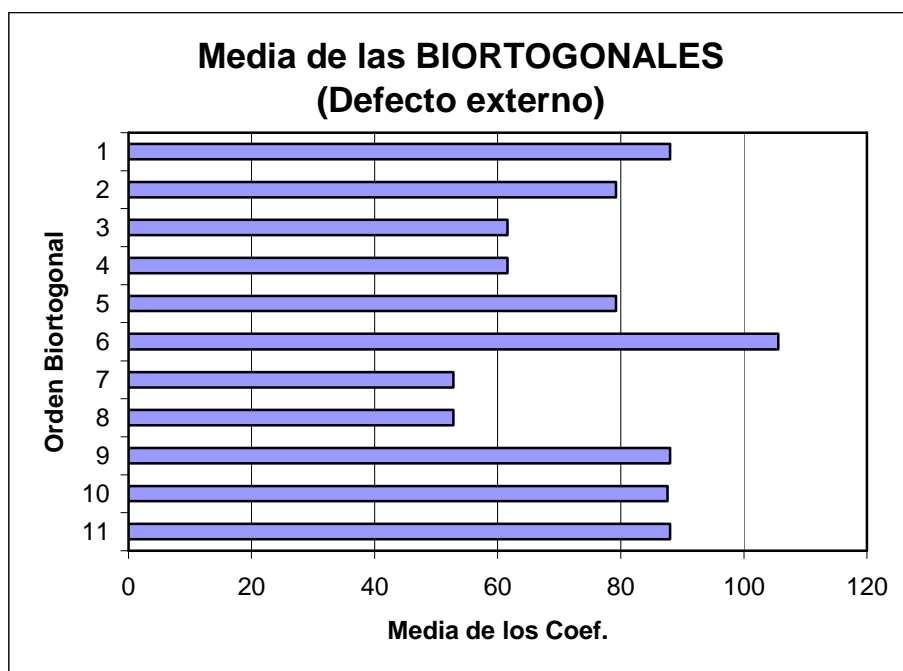


Figura 15.30.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 40 Hz en defecto externo

También se cumple para el caso de 40 Hz

- Daubechies: Haar, db3, db7 y db4
- Symlets: sym6, sym8
- Coiflets: coif2
- Biorotogonales: bior2.8, bior1.3, y bior6.8

La representación en los ejes cartesianos de los dos defectos se ve que siguen teniendo la misma tendencia los dos defectos.

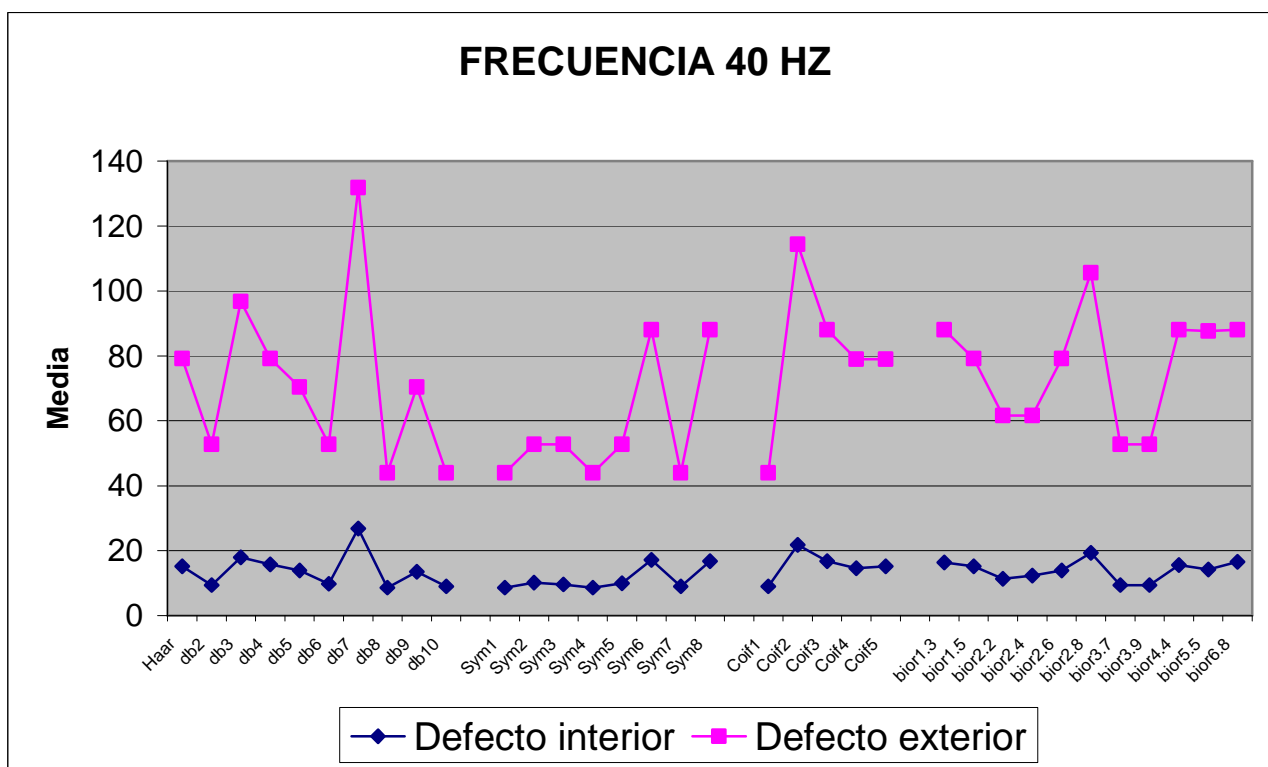


Figura 15.31.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno y externo para 40Hz

**TABLA15.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 50 HZ. *DEFECTO EXTERNO*

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Db2</i>	54	108	108	108	108	97,2	270
<i>Db3</i>	1	1	55	110	111	55,6	101
<i>Db4</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Db5</i>	1	54	54	108	108	65	141,4
<i>Db6</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Db7</i>	54	54	108	161	161	107,6	258,6
<i>Db8</i>	1	54	54	107	108	64,8	141
<i>Db9</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Db10</i>	54	54	54	54	54	54	162

<i>Sym1</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Sym2</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Sym3</i>	54	54	54	54	108	64,8	172,8
<i>Sym4</i>	54	54	54	54	55	54,2	162,2
<i>Sym5</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Sym6</i>	54	54	55	55	109	65,4	174
<i>Sym7</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>Sym8</i>	1	55	55	165	218	98,8	187,6

<i>Coif1</i>	1	1	3	57	219	56,2	70,2
<i>Coif2</i>	1	1	55	164	218	87,8	144
<i>Coif3</i>	1	1	55	165	218	88	144,4
<i>Coif4</i>	1	1	55	218	218	98,6	165,6
<i>Coif5</i>	1	55	109	217	218	120	240,8

<i>1. Bior1.3</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>2. Bior1.5</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>3. Bior2.2</i>	1	55	59	116	118	69,8	150,4
<i>4. Bior2.4</i>	2	55	56	111	111	67	146,2
<i>5. Bior2.6</i>	1	55	108	110	110	76,8	175,8
<i>6. Bior2.8</i>	1	1	109	110	110	66,2	133,2
<i>7. Bior3.7</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>8 Bior3.9</i>	54	54	54	54	54	54	162
<i>9. Bior4.4</i>	54	55	55	110	111	77	197,2
<i>10. Bior5.5</i>	54	55	55	56	164	76,8	186,2
<i>11. Bior6.8</i>	1	55	109	110	164	87,8	187,2

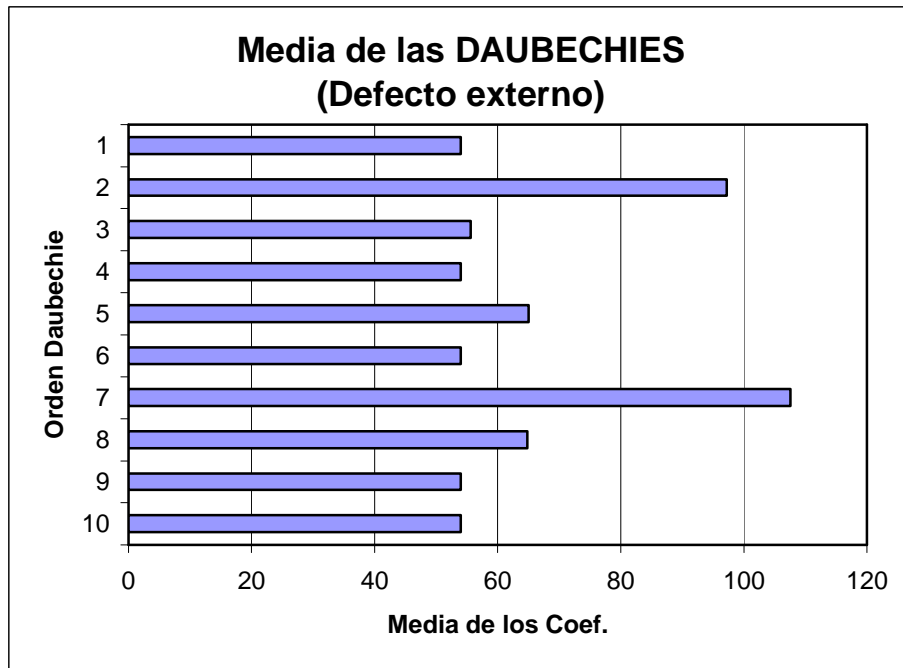


Figura 15.32.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 50 Hz en defecto externo

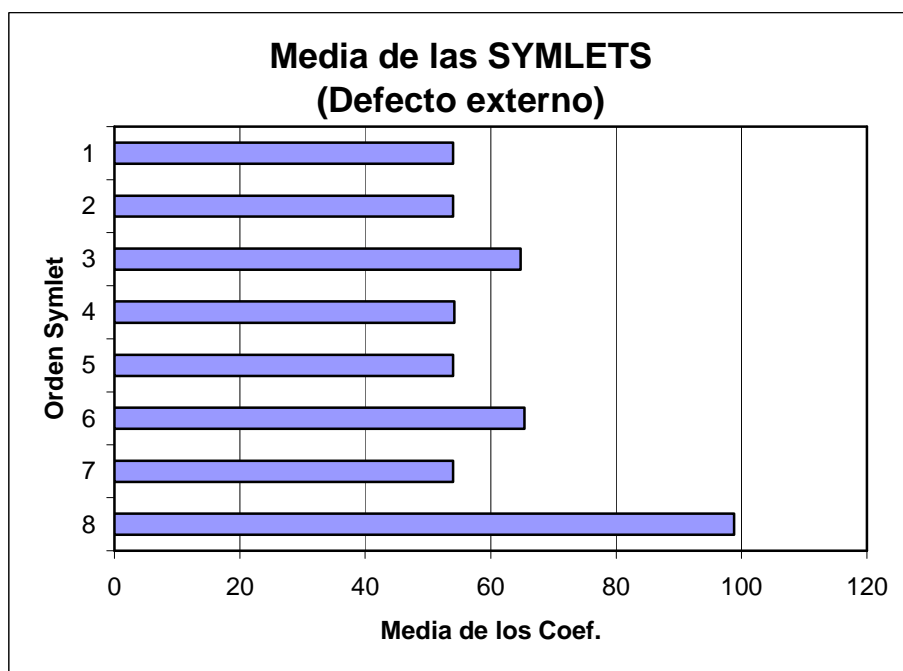


Figura 15.33.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 50 Hz en defecto externo

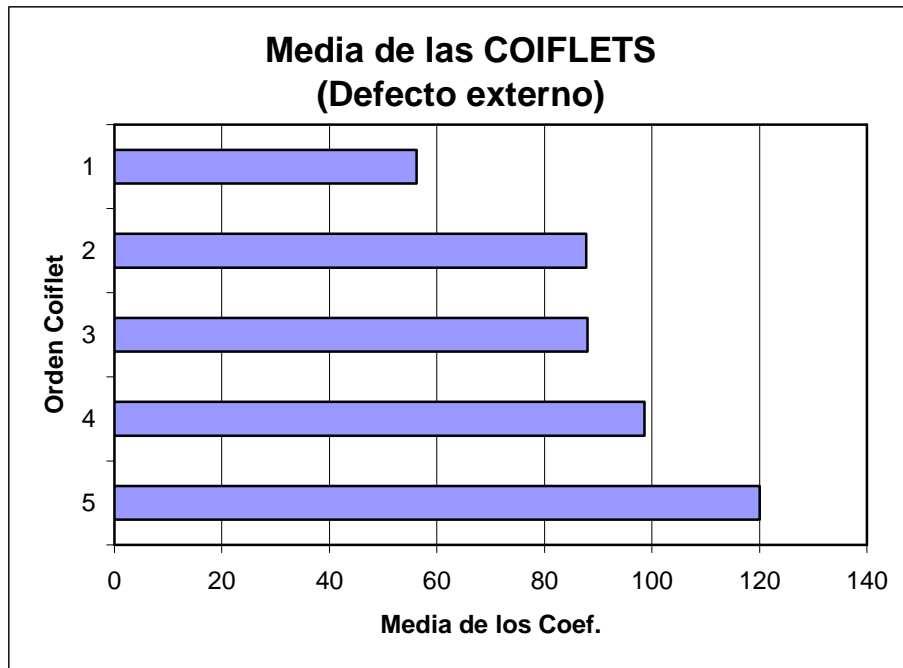


Figura 15.34.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 50 Hz en defecto externo

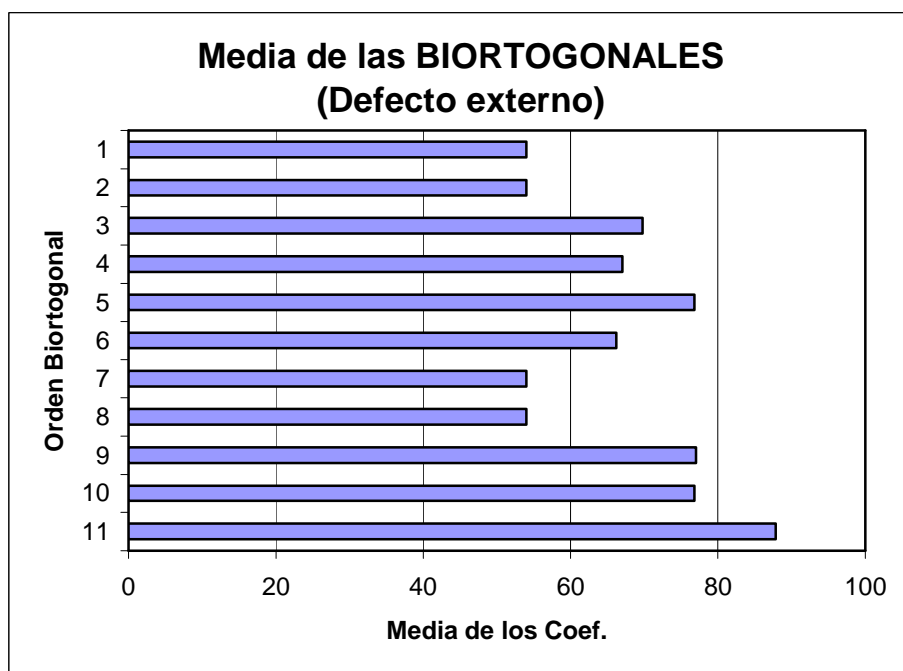


Figura 15.35.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 50 Hz en defecto externo



Por último también se cumple para el caso de alta frecuencia, 50 Hz

-Daubechies: db7, db2 y db3

-Symlet: sym8 y sym6

-Coiflets: coif4

-Biorotogonales: bior2.8 y 6.8

La representación en los ejes cartesianos de los dos defectos se ve que siguen teniendo la misma tendencia los dos defectos.

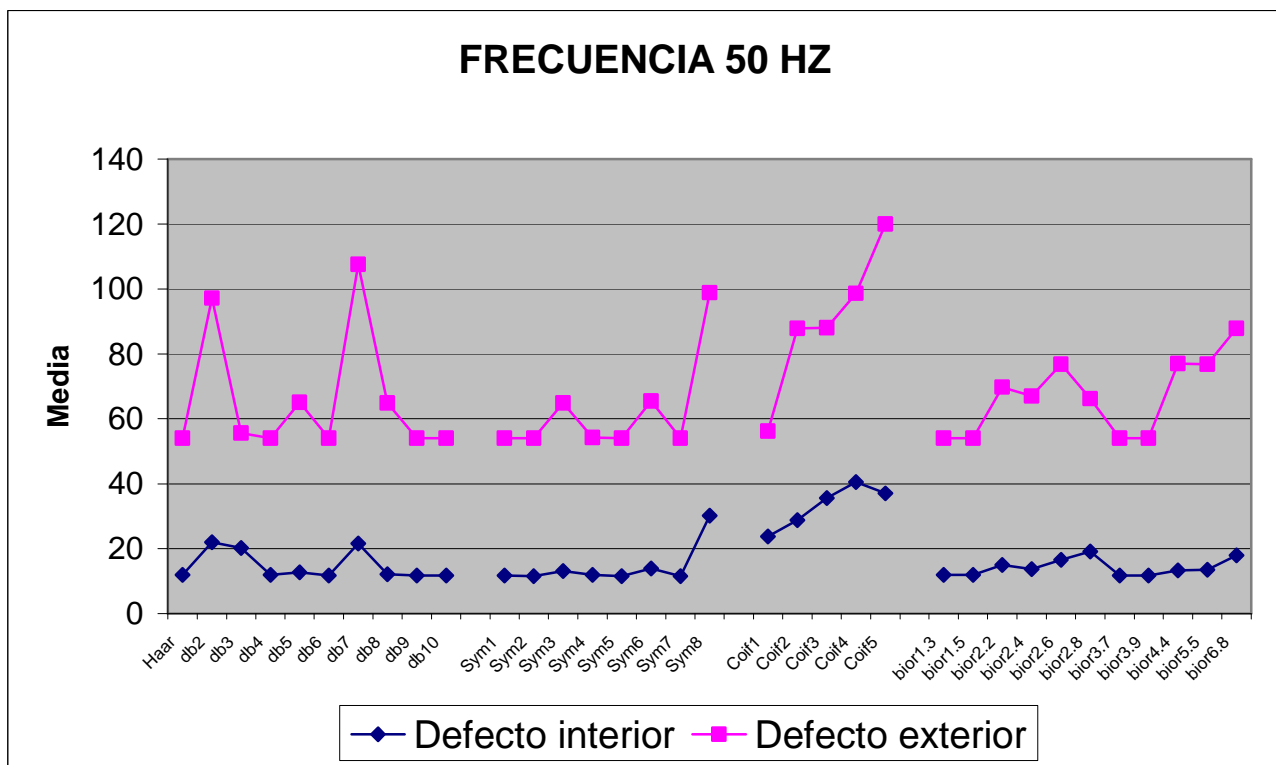


Figura 15.36.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno y externo para 50Hz

Como se a podido comprobar en todos los casos y para todas las frecuencias analizadas tanto altas como bajas frecuencias, obtenemos los mismos resultados a la hora de elegir la Wavelet madre, por lo tanto que tengamos un tipo de defecto u otro en el caso de tener defecto de pista interior o exterior, no afecta para la elección de la Wavelet.

Una vez dicho esto y sacada dicha conclusión, para llevar más allá el estudio de la elección de la Wavelet como hicimos en el anterior defecto y querer saber qué Wavelet se comporta mejor para todo tipo de frecuencias; es lógico mencionar que las que se comportaban bien para el defecto interior se comportarán bien para el defecto



externo y por lo tanto éstas serán las mismas que se obtuvieron en el estudio del defecto en pista interior.

Realizando lo mismo que antes y dando valores a cada Wavelet obtenemos:

Familia de las Daubechies:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Haar	1	4	7	7	6	5
Db2	8	8	4	4	9	6,6
Db3	4	2	3	9	1	3,8
Db4	9	7	2	8	5	6,2
Db5	6	1	1	6	8	4,4
Db6	10	3	5	3	4	5
Db7	5	6	8	10	10	7,8
Db8	3	9	10	2	7	6,2
Db9	2	10	9	5	3	5,8
Db10	7	5	6	1	2	4,2

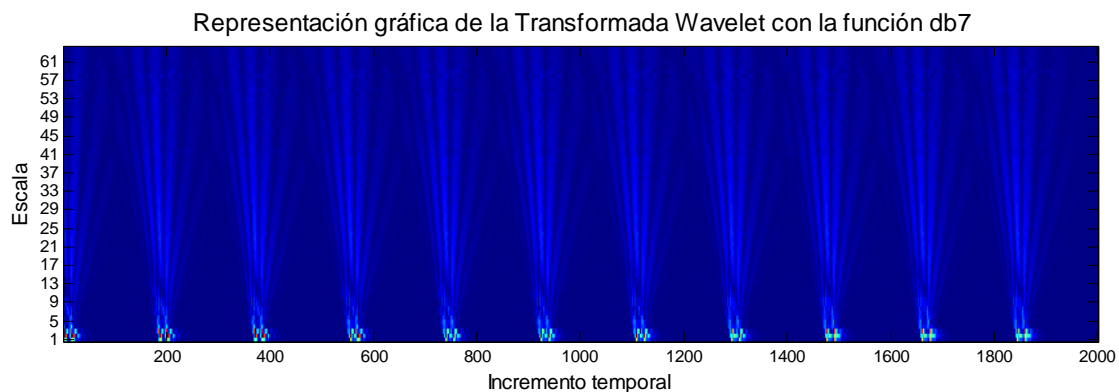
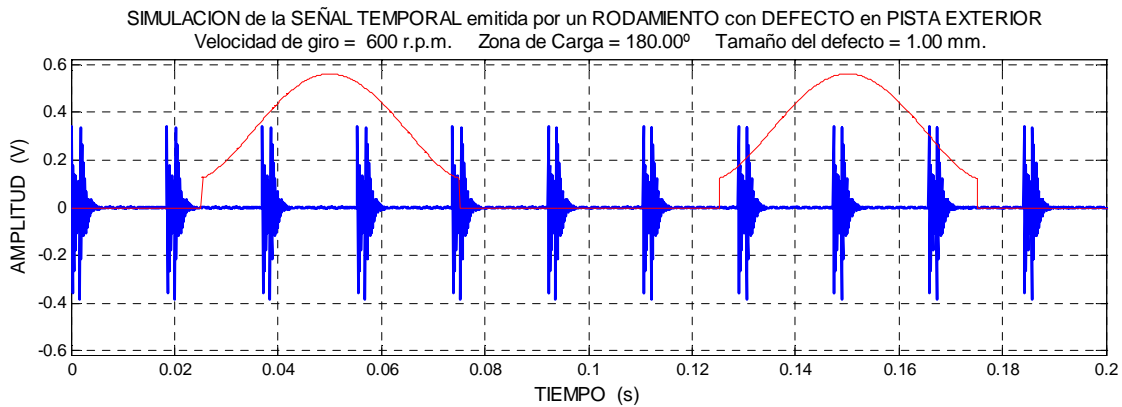


Figura 15.37.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Db7

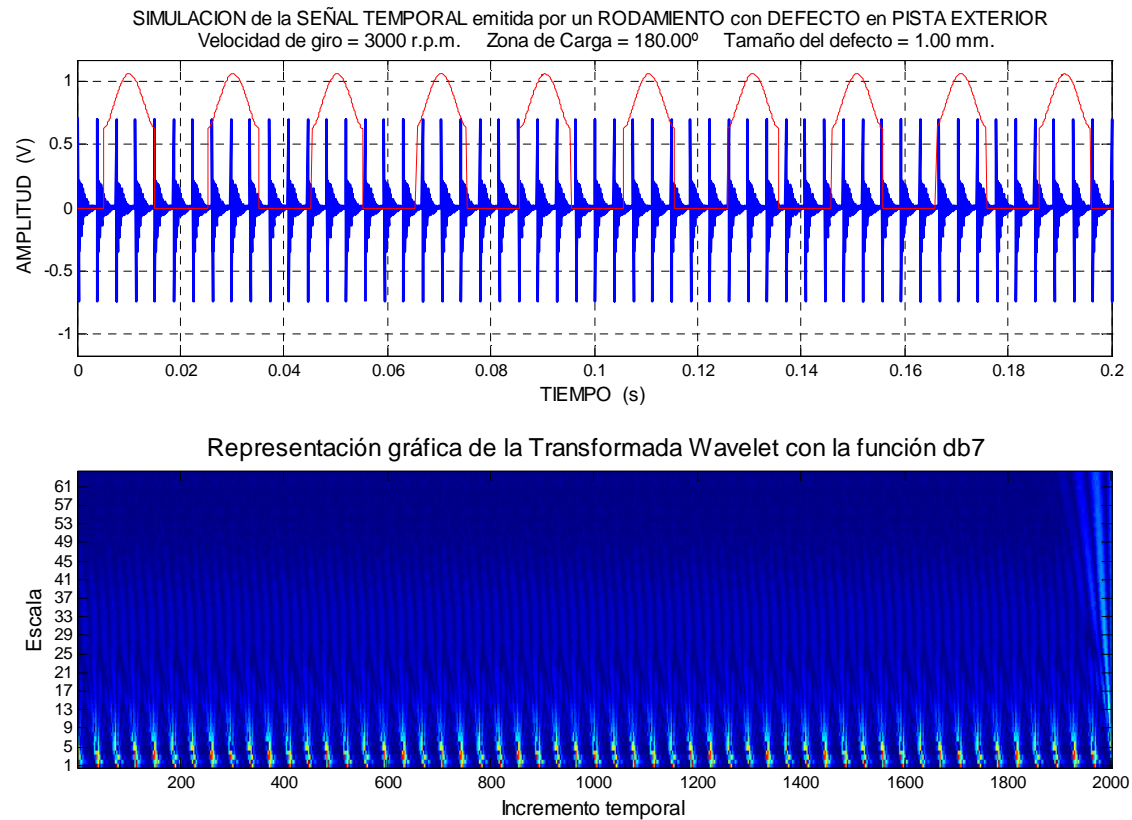


Figura 15.38.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Db7

Familia de las Symlets:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Sym1	1	4	2	3	5	3
Sym2	8	5	6	6	4	5,8
Sym3	3	3	8	5	7	5,2
Sym4	4	8	5	2	3	4,4
Sym5	2	2	4	4	2	2,8
Sym6	6	7	3	8	6	6
Sym7	5	1	7	1	1	3
Sym8	7	6	1	7	8	5,8

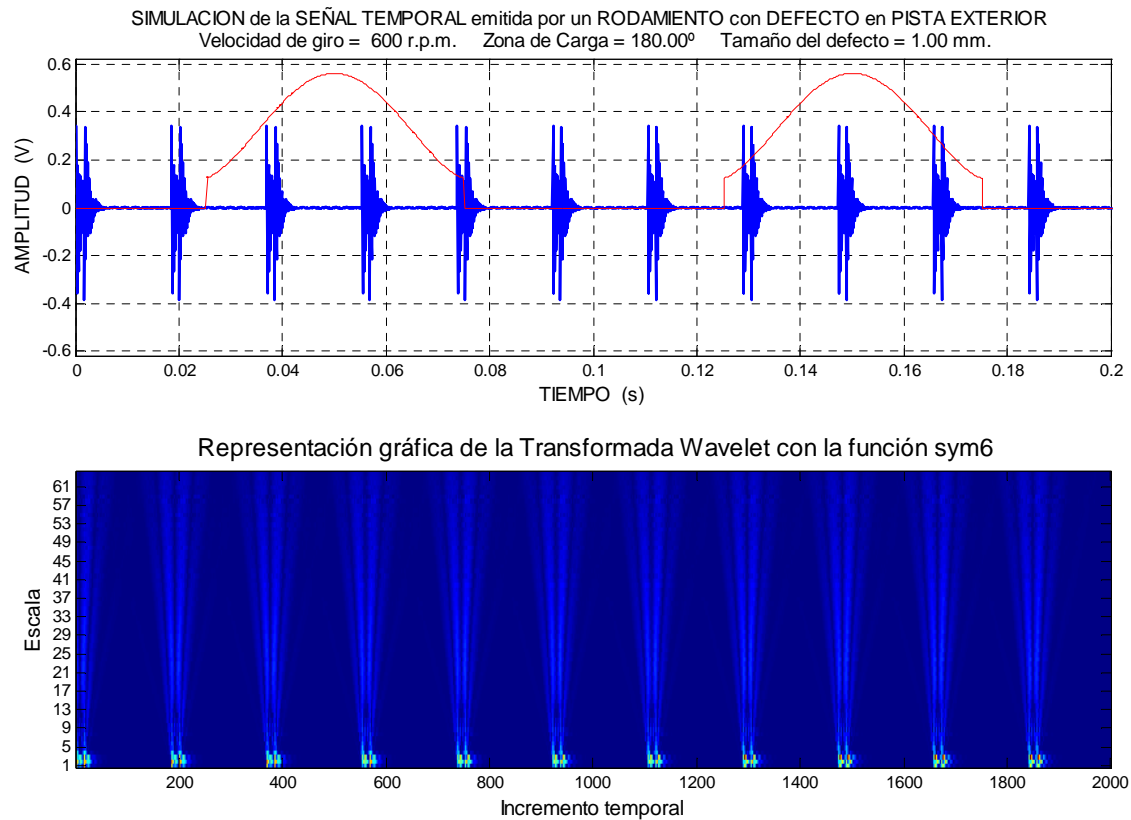


Figura 15.39.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Sym6

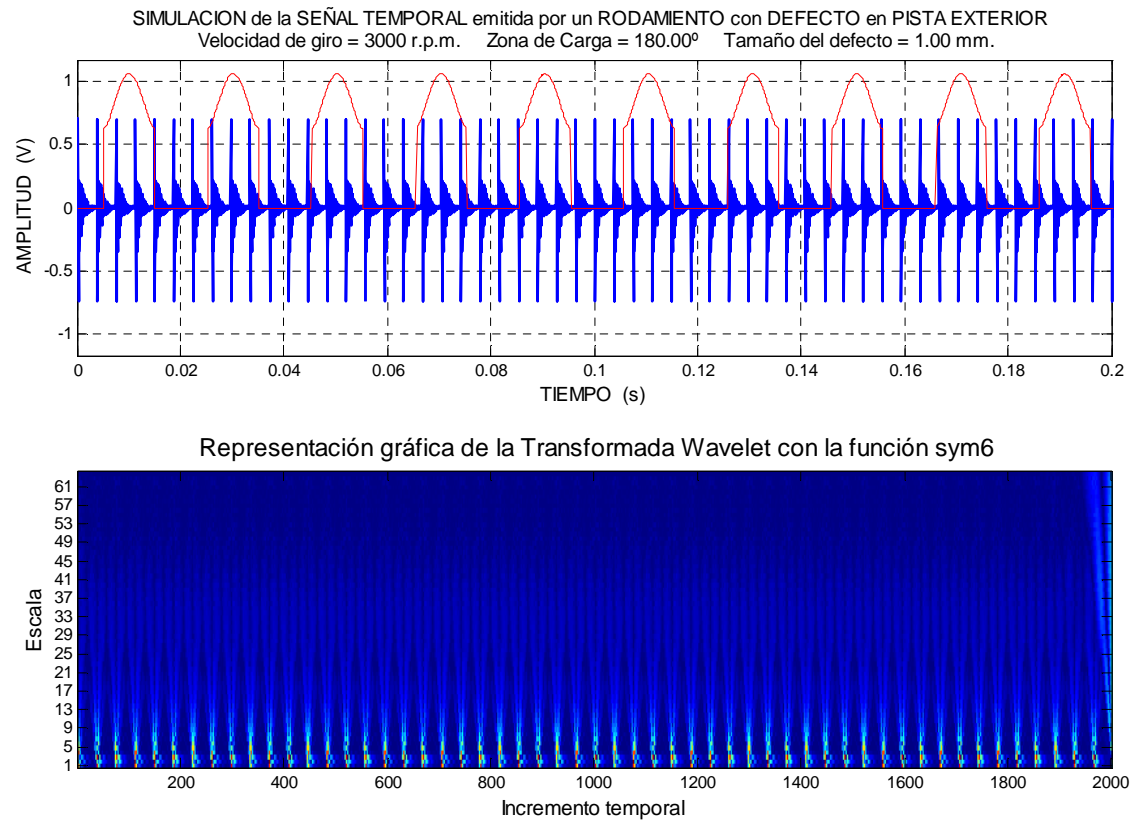


Figura 15.40.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Sym6

Familia de las Coiflets:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Coif1	1	1	3	1	1	1,4
Coif2	5	2	2	5	3	3,4
Coif3	4	3	1	4	2	2,8
Coif4	3	5	5	2	4	3,8
Coif5	2	4	4	3	5	3,6

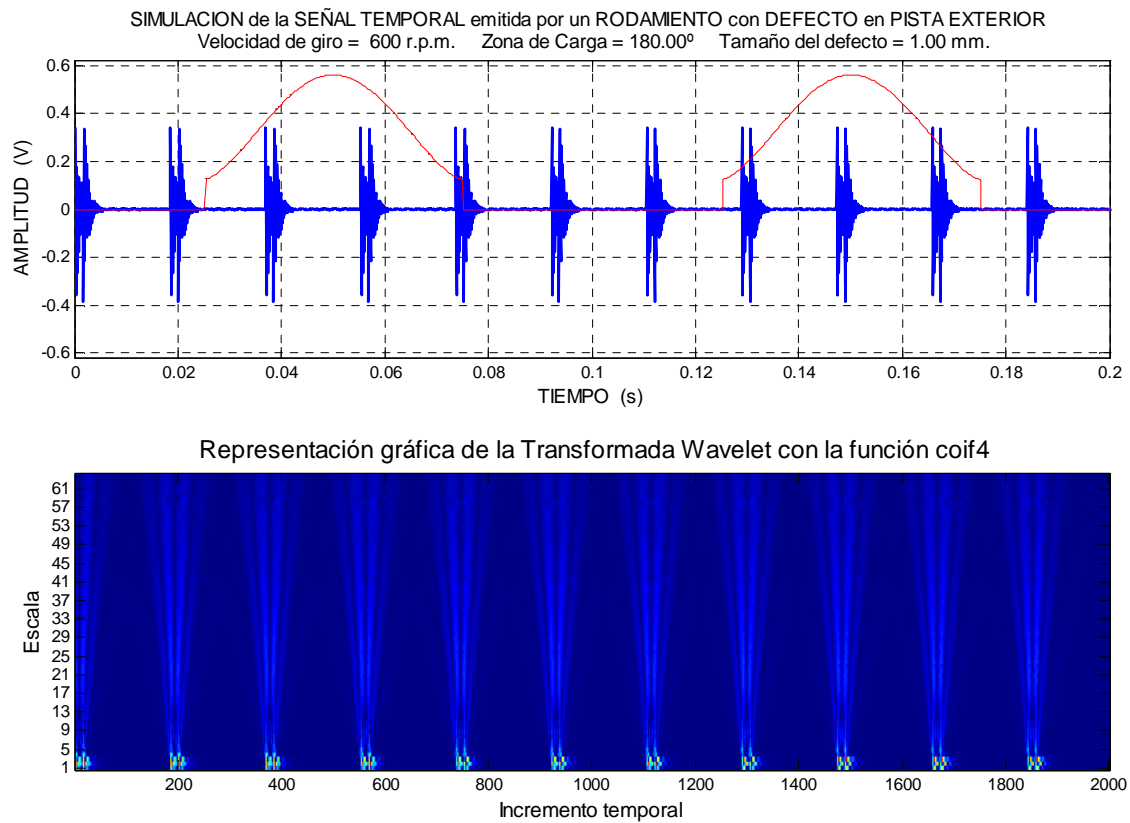


Figura 15.41.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Coif4

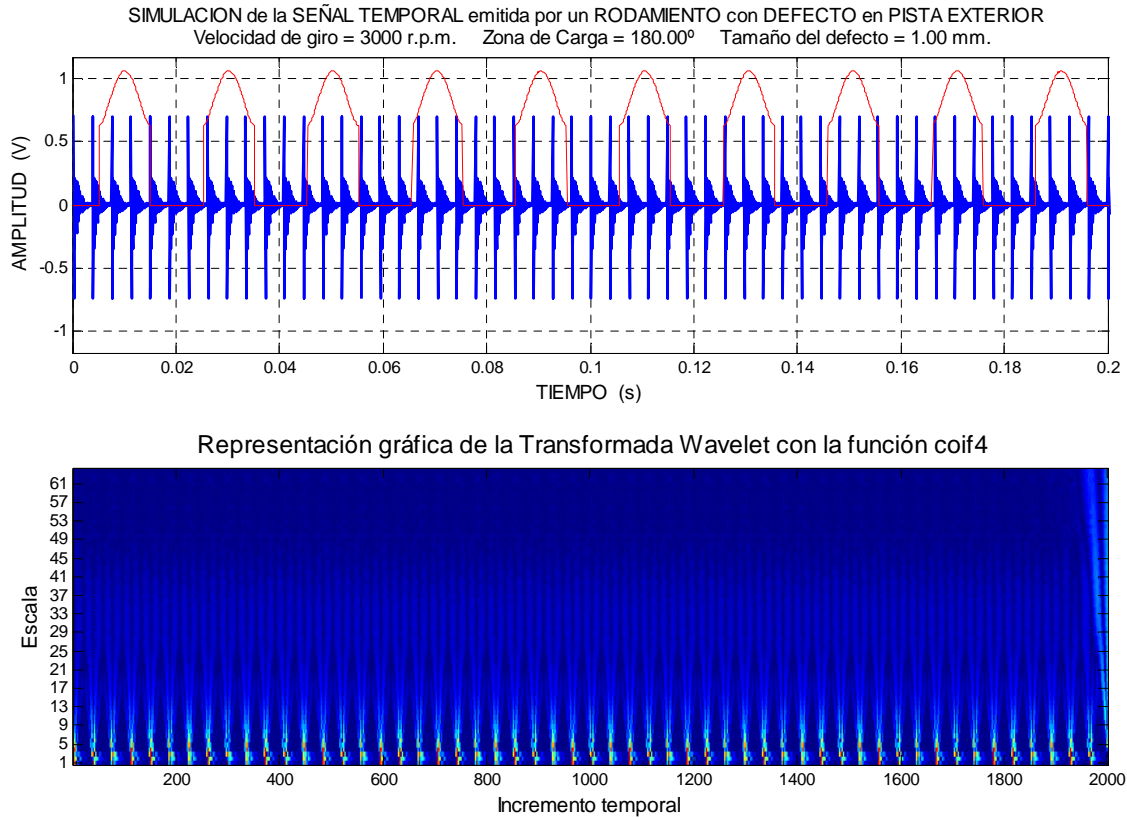


Figura 15.42.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Coif4

Familia de las Biortogonales:

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
1. Bior1.3	2	9	9	10	4	6,8
2. Bior1.5	1	8	8	5	3	5
3. Bior2.2	5	6	3	4	7	5
4. Bior2.4	3	5	2	3	6	3,8
5. Bior2.6	6	4	7	6	8	6,2
6. Bior2.8	7	3	6	11	5	6,4
7. Bior3.7	10	2	10	2	2	5,2
8 Bior3.9	9	7	11	1	1	5,8
9. Bior4.4	4	1	1	9	10	5
10. Bior5.5	8	11	5	8	9	8,2
11. Bior6.8	11	10	4	7	11	8,6

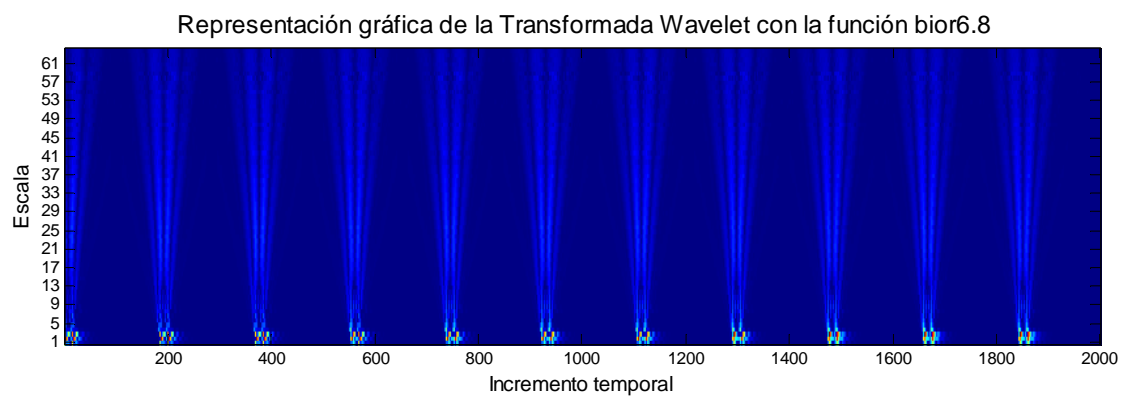
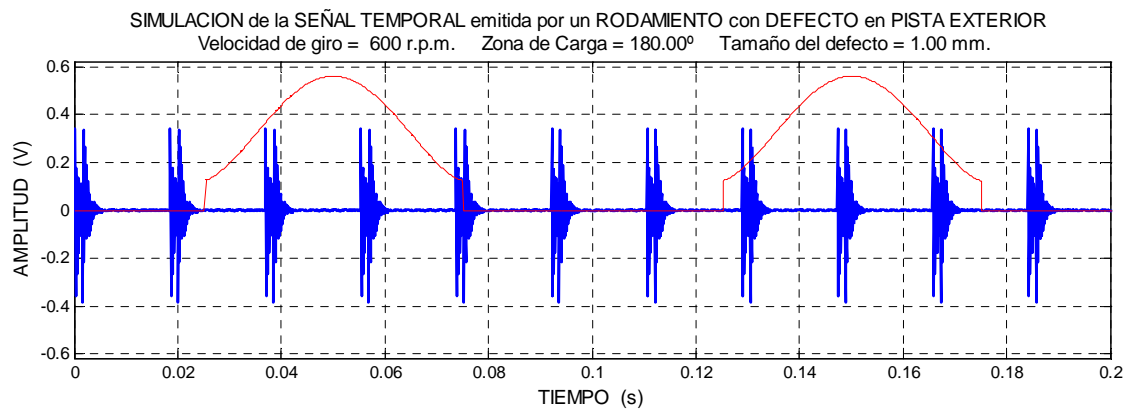


Figura 15.43.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8

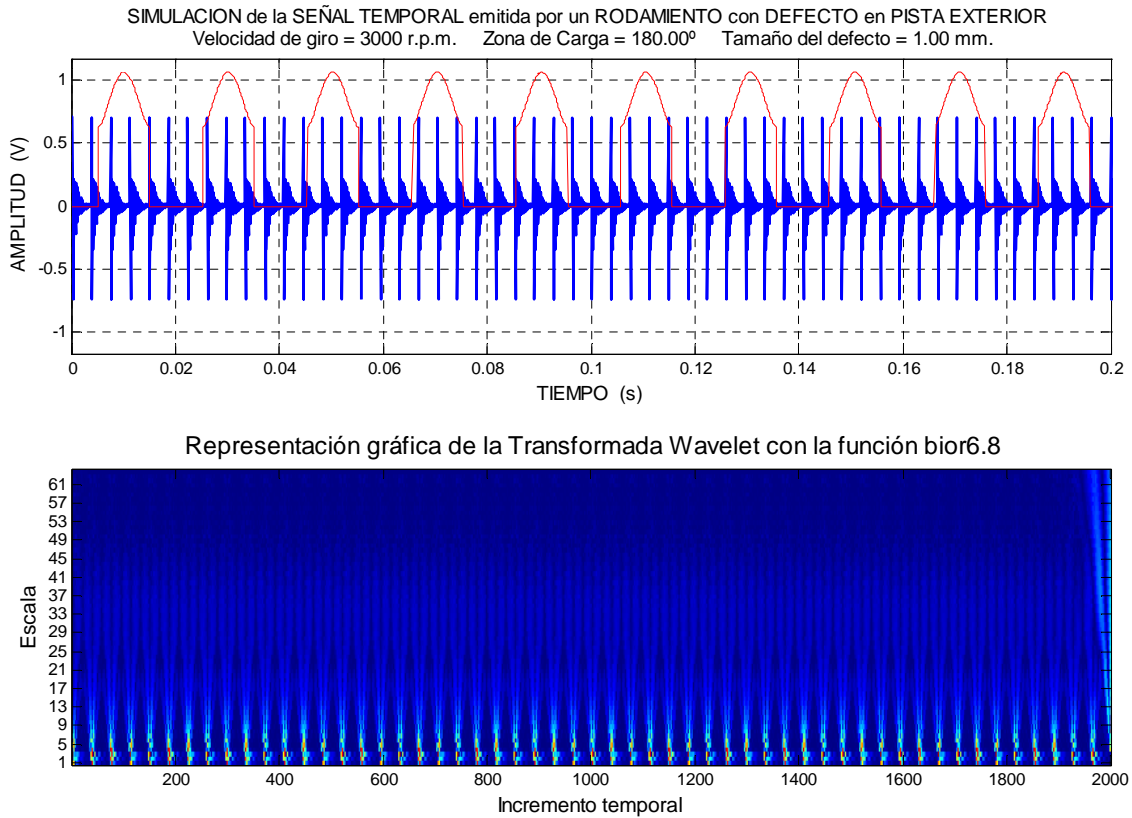


Figura 15.44.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista exterior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8

Finalmente después del estudio realizado y de las conclusiones establecidas, las Wavelets que se comportan mejor en cada familia en el defecto exterior son las siguientes:

FAMILIA	Tipo	MEDIA
Daubechies	Db7	7.8
Symlets	Sym6	6
Coiflets	Coif4	3.8
Biortogonales	Bior6.8	8.6





CAPITULO 16

SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO DE UN ELEMENTO RODANTE EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.



16. SEÑAL VIBRATORIA SIMULADA CON DEFECTO DE UN ELEMENTO RODANTE EN UN RODAMIENTO A 10, 20, 30, 40 y 50 HZ.

Una vez visto los dos estudios de los defectos del anillo interno y del anillo externo y de haber visto la relación existente a la hora de evaluar dichos defectos con el espectrograma y la transformada Wavelet, por último vamos a realizar el estudio del defecto en un elemento rodante en un rodamiento, para ello seguimos exactamente las mismas pautas establecidas en los anteriores análisis.

Recorreremos la señal con diferentes velocidades desde 10 Hz hasta 50 Hz, y volveremos a utilizar el programa ADEVI 5.0 para la modelización de dicho defecto y su posterior estudio.

A la hora de seleccionar este tipo de defecto partimos de la misma ventana anterior pero ahora con un defecto de un elemento rodante, utilizando los mismos parámetros que en el defecto anterior es decir:

Frecuencia de muestreo=10000Hz

Número de puntos=20000

Tamaño de defecto=1mm

Frecuencia natural del sistema 3500Hz

Amplitud de vibración por carga de rodamiento=1

Zona de carga del rodamiento=180°

PARAMETROS PARA LA SIMULACION DE UN DEFECTO EN ELEMENTO RODANTE

A. Características de la muestra		C. Características del rodamiento	
A.1. Frecuencia de muestreo	10000 Hz	C.1. Numero de elementos rodantes	13
A.2. Numero de puntos	20000	C.2. Diametro del elemento rodante	9.6 mm
		C.3. Diametro medio del rodamiento	46 mm
		C.4. Anagulo de contacto del rodamiento	40 °

B. Características del sistema		D. Características del defecto	
B.1. Velocidad de giro	600 rpm 10 Hz	D.1. Tamaño efectivo de defecto en elemento rodante	1 mm
B.2. Relacion de amortiguamiento	0.3333	D.2. Frecuencia de paso por defecto (F.P.D.)	
B.3. Frecuencia natural del sistema	3500 Hz	D.2.1. F.P.D. en pista interior	75.39 Hz
B.4. Influencia de la velocidad en la amplitud	0.0066	D.2.2. F.P.D. En pista exterior	54.61 Hz
B.5. Amplitud de vibración		D.2.3. F.P.D. En elemento rodante	46.69 Hz
B.5.1. Por carga sobre el rodamiento	1	D.2.4. Frecuencia del tren fundamental	4.20 Hz
B.5.2. Ruido aleatorio	0		
B.5.3. Generada por el desequilibrio	0		
B.5.4. Max por carga sobre elemento rodante	0.4357		
B.5.5. Max por velocidad sobre elemento rodante	0.0660		
B.5.6. Max sobre elemento rodante	0.5017		
B.6. Zona de carga del rodamiento	0.5 180.00 °		

Figura 16.1.-Parámetros y variables para la simulación de la señal con defecto en elemento rodante

A continuación se muestra un ejemplo de dicha señal de defecto exterior con los mismos tipos de parámetros que en los anteriores defectos y podemos observar las diferencias que existen con los otros dos defectos.

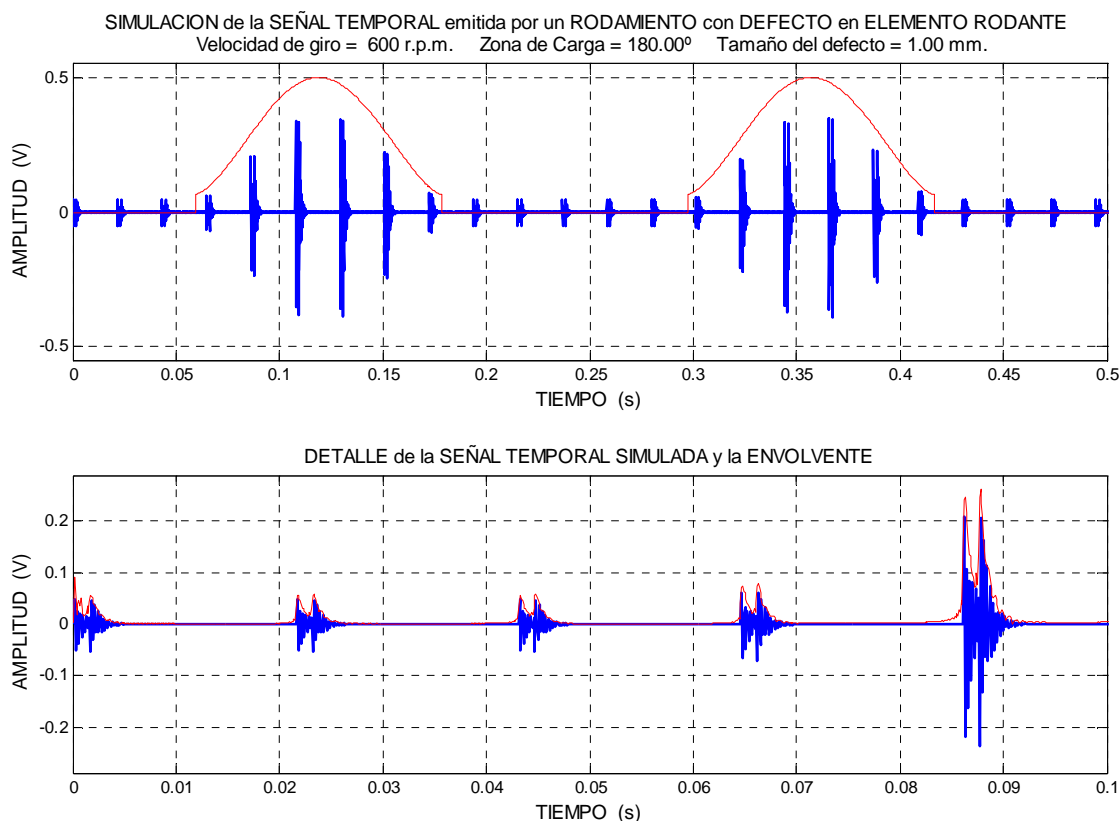


Figura 16.2.-Señal temporal y detallada de un rodamiento con defecto en elemento rodante

En este caso podemos observar que la simulación de dicho defecto podría ser un estado intermedio a los dos anteriores, es decir en todo el régimen temporal se está excitando el defecto, pero la excitación es mayor cuando el elemento rodante que posee el defecto se encuentra en la zona de carga del rodamiento.



16.1 ESTUDIO DEL ESPECTROGRAMA. DEFECTO DE BOLA 10, 20, 30, 40, 50HZ

Volvemos hacer el estudio analizando la señal con diferentes ventanas y el mejor resultado se obtiene con una ventana Flat top con un ancho de la misma de 128.

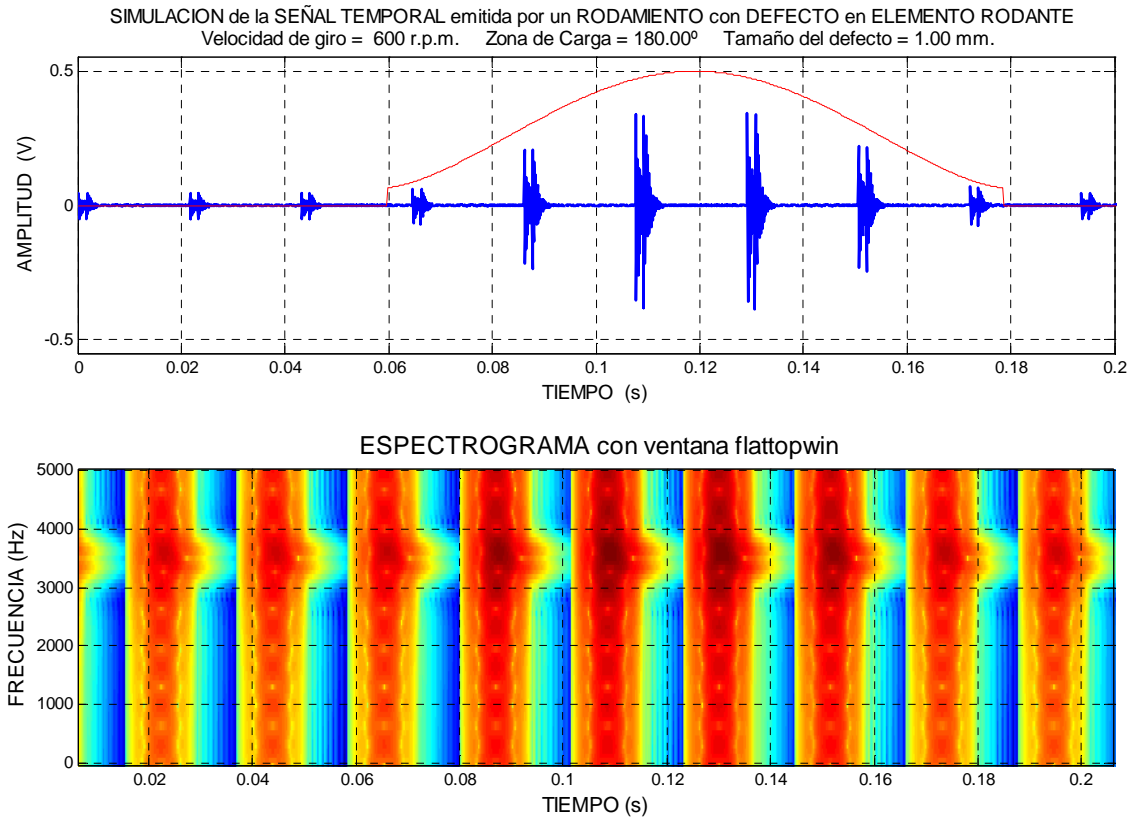


Figura 16.3.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en elemento rodante a una frecuencia de 10 Hz y Espectrograma con ventan Flat top con ancho de ventana de 128

Se ve claramente en el espectrograma el momento en el que se pasa por el defecto y se observa también los tonos más oscuros que corresponden al paso del defecto en la zona de carga, obtenemos una representación del espectrograma muy significativa para este análisis.

Mostraremos algunas gráficas para ver como se comporta la señal con diferentes anchos de ventana.

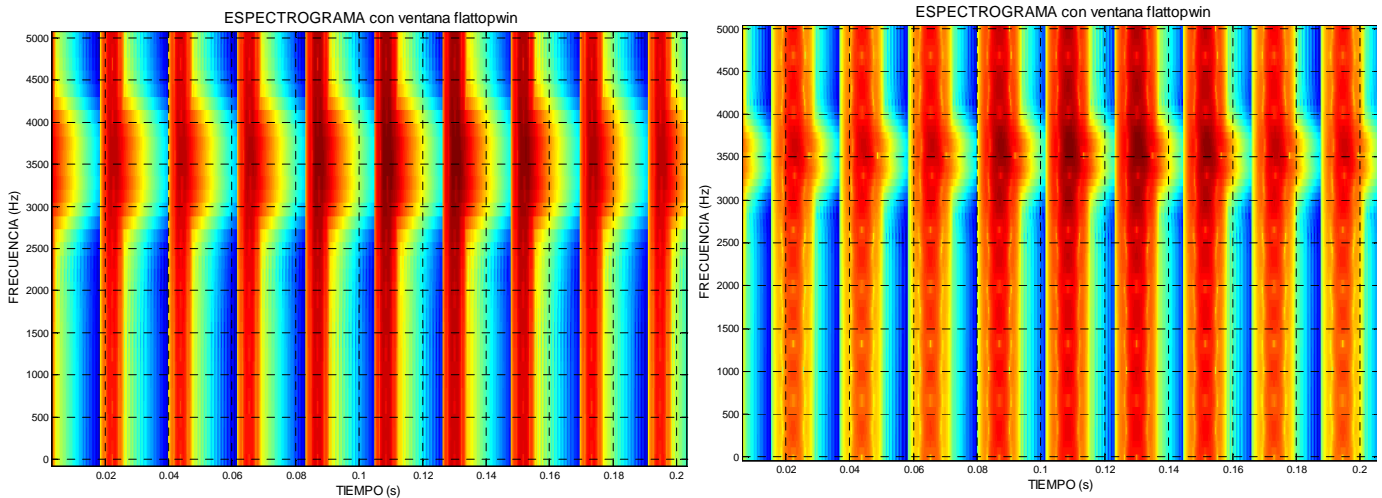


Figura 16.4.-Espectrogramas con ventana Flat top con ancho de ventana de 64 y 128 de señal de 10Hz en defecto de elemento rodante.

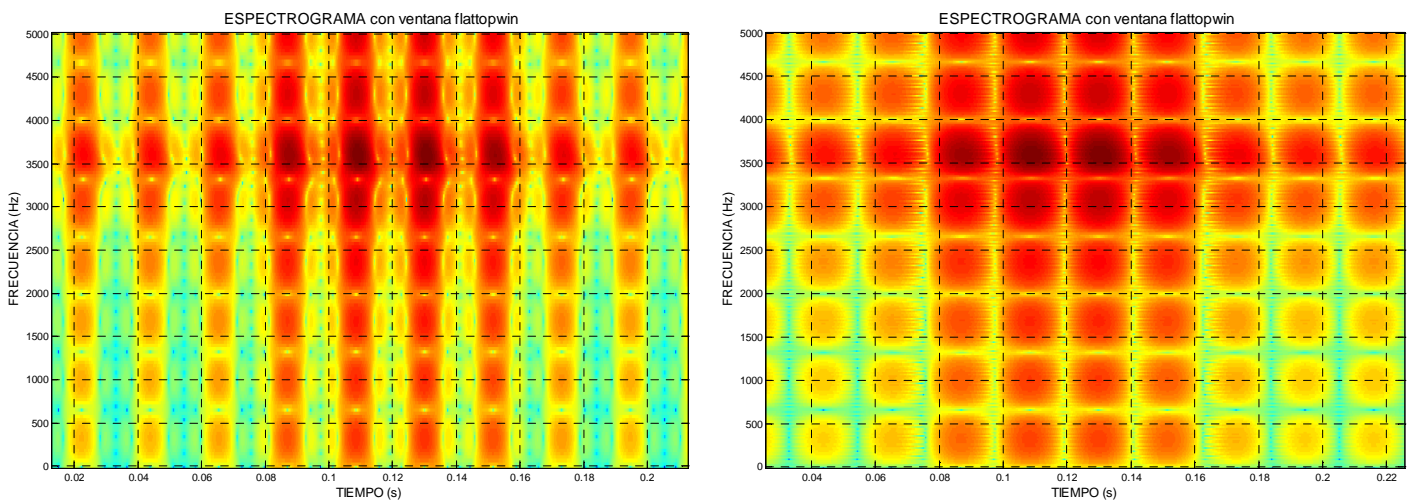


Figura 16.5.-Espectrogramas con ventan Flat top con ancho de ventana de 256 y 512 de señal de 10Hz en defecto de elemento rodante.

Puede verse que aunque aumentemos el ancho de ventana y perdamos resolución temporal, el defecto se sigue observando notablemente, debido a que como la velocidad que estamos analizando no es muy elevada es fácil identificar el momento en el que ocurre el paso del defecto, los picos de excitación están bastante separados unos de otros.

Vamos a ver que sucede cuando cambiamos el análisis y aumentamos la velocidad. A continuación se muestra el estudio del espectrograma para velocidades desde 20Hz hasta 50 Hz. del defecto en un elemento rodante, para estos casos volvemos a utilizar la ventana Flat top que tan buenos resultados nos está dando.

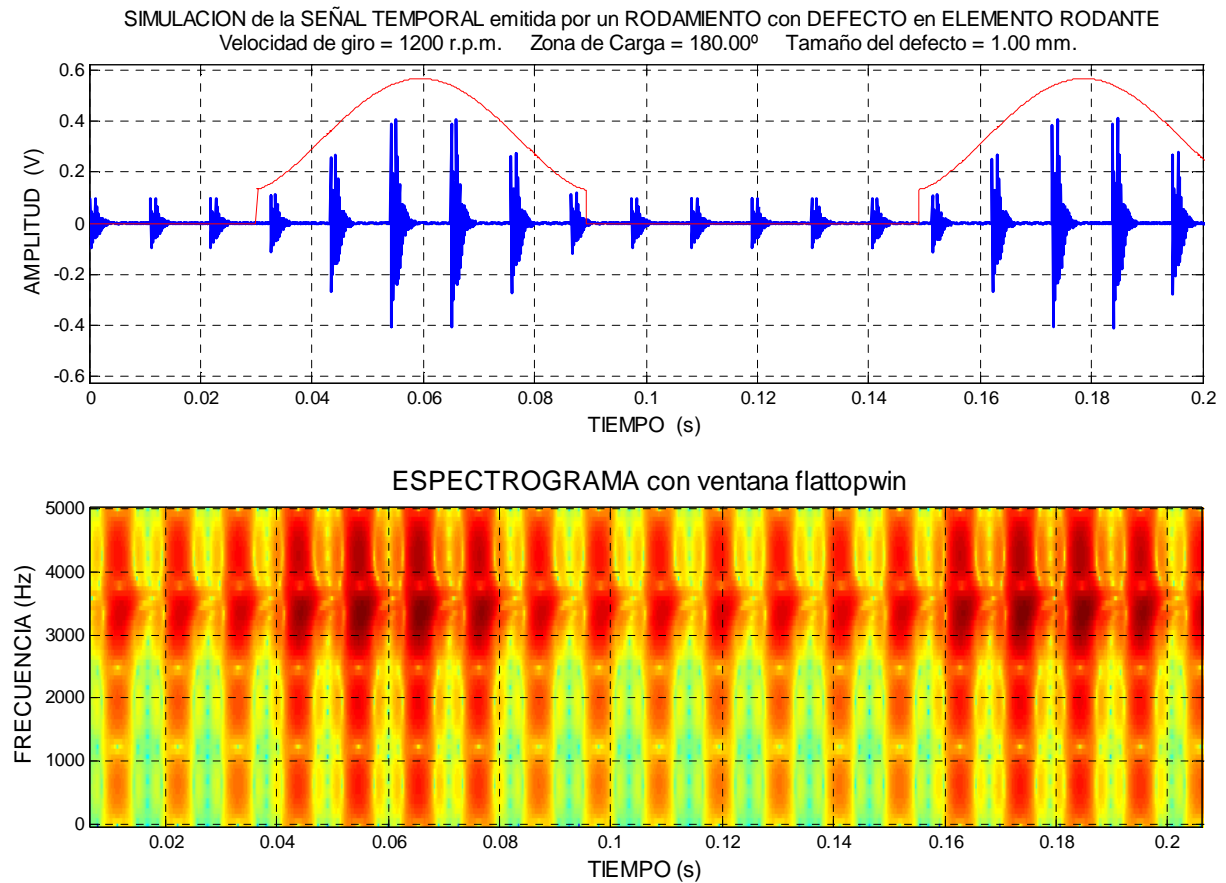


Figura 16.6. *Represtación de 4 vueltas de una señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en elemento rodante a una frecuencia de 20 Hz y Espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana de 128*

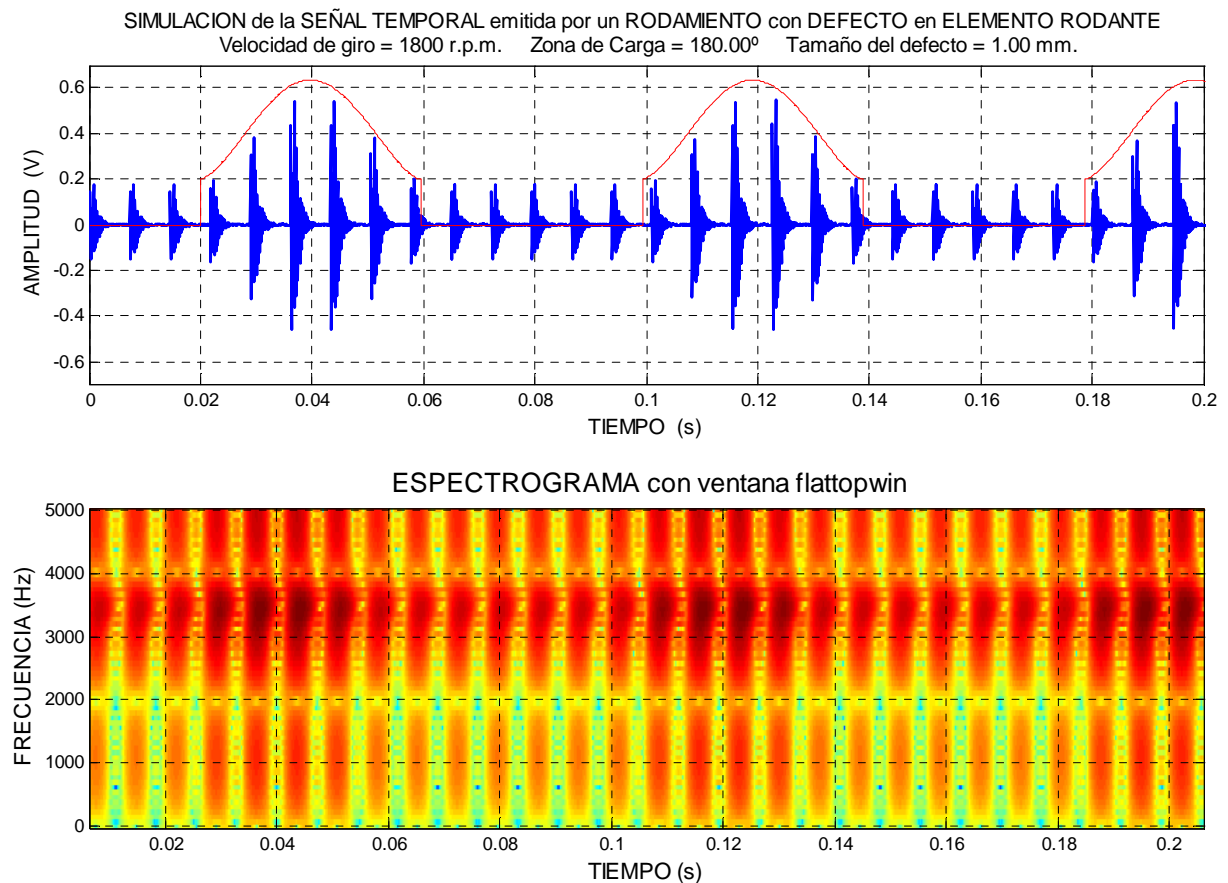


Figura 16.7. Representación de 6 vueltas de una señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en elemento rodante a una frecuencia de 30 Hz y Espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana de 128

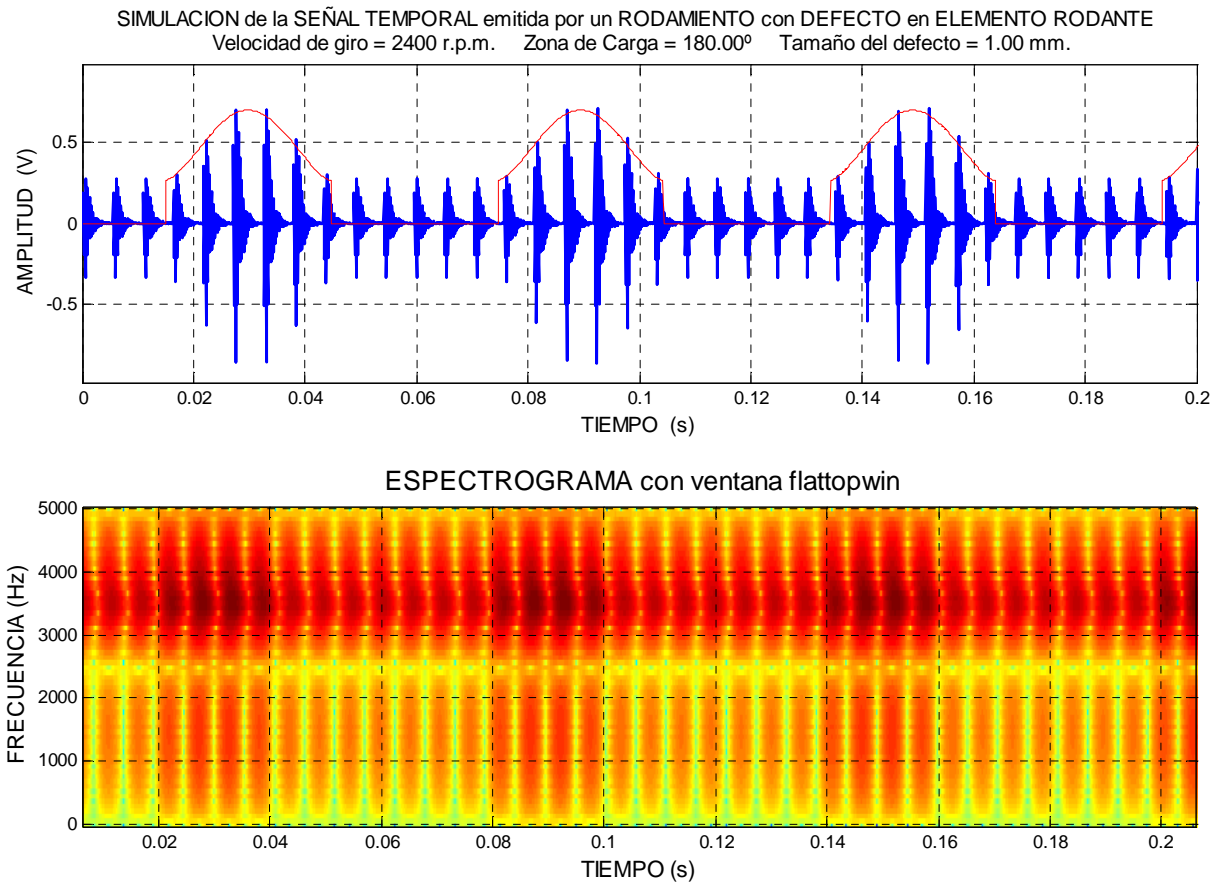


Figura 16.8.Represtación de 8 vueltas de una señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en elemento rodante a una frecuencia de 40 Hz y Espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana de 128

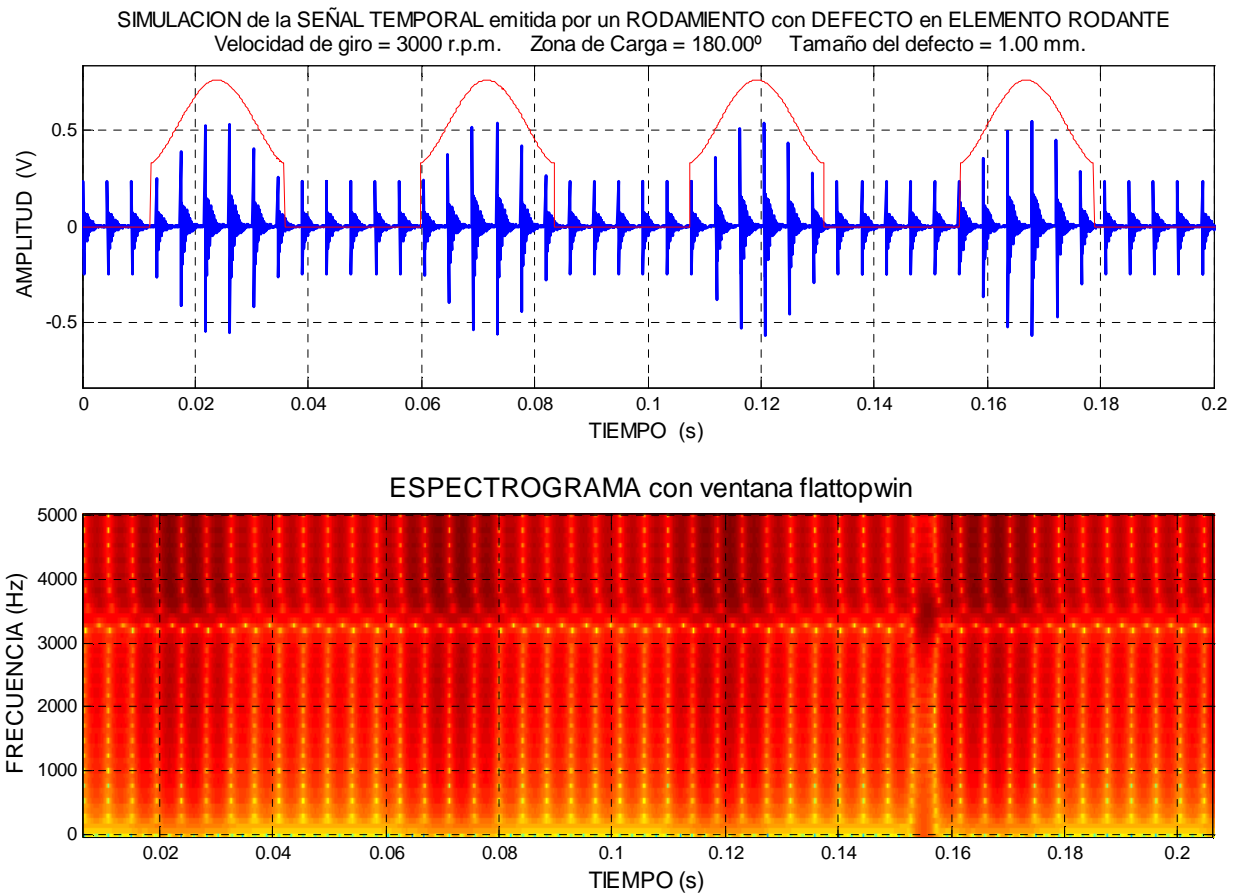


Figura 16.9. Representación de 10 vueltas de una señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en elemento rodante a una frecuencia de 50 Hz y Espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana de 128

Observamos que nos ocurre lo mismo que en el defecto exterior, para una frecuencia de 50Hz la visualización obtenida con el espectrograma no es la adecuada, por la misma razón que antes, es decir las excitaciones del defecto ocurren en intervalos de tiempo muy cortos y es difícil de identificarlas, aunque en este caso si podemos visualizar algo mejor la zona de carga ya que existe un notable cambio de color.

La solución para este caso es como se mencionó anteriormente de reducir la representación temporal, aunque como ya vimos, mejoraba la visualización pero no lo necesario para poder establecer este criterio a la hora de estudiar señales a altas frecuencias.



16.2 ESTUDIO DE LA TRANSFORMADA WAVELET. DEFECTO DE BOLA 10, 20, 30, 40, 50HZ

Una vez realizado el estudio del espectrograma vamos a realizar el estudio en la transformada Wavelet de la señal con defecto en elemento rodante.

Vamos a considerar el mismo criterio que en hemos hecho anteriormente en los estudios posteriores, es decir el de los coeficientes. Analizaremos las señales con todas las funciones Wavelets utilizando una escala de 64 como en los anteriores análisis.

Par dicho defecto, elemento rodante, hemos obtenido los siguientes resultados de los coeficientes para las frecuencias desde 10 Hz hasta 50Hz.

**TABLA16.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 10 HZ. DEFECTO DE ELEMENTO RODANTE

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	1	2	2	2	2	1,8	5
<i>Db2</i>	1	4	6	6	6	4,6	11,4
<i>Db3</i>	1	2	2	3	5	2,6	6
<i>Db4</i>	1	5	6	6	6	4,8	12,2
<i>Db5</i>	1	4	4	4	6	3,8	9,4
<i>Db6</i>	1	4	6	7	8	5,2	12,2
<i>Db7</i>	1	2	2	6	6	3,4	7,4
<i>Db8</i>	1	2	2	4	4	2,6	6,2
<i>Db9</i>	1	2	2	2	5	2,4	5,6
<i>Db10</i>	1	2	6	6	8	4,6	10,2

<i>Sym1</i>	1	2	2	2	2	1,8	5
<i>Sym2</i>	2	4	6	6	6	4,8	12,4
<i>Sym3</i>	1	2	2	2	3	2	5,2
<i>Sym4</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>Sym5</i>	1	2	2	2	4	2,2	5,4
<i>Sym6</i>	1	4	4	4	4	3,4	9
<i>Sym7</i>	1	2	2	4	4	2,6	6,2
<i>Sym8</i>	1	2	5	6	6	4	9,2

<i>Coif1</i>	1	2	2	2	2	1,8	5
<i>Coif2</i>	1	3	4	6	6	4	9,4
<i>Coif3</i>	1	2	6	6	6	4,2	9,8
<i>Coif4</i>	1	2	4	5	6	3,6	8,2
<i>Coif5</i>	1	2	4	4	5	3,2	7,6

<i>1. Bior1.3</i>	1	2	2	2	2	1,8	5
<i>2. Bior1.5</i>	1	2	2	2	2	1,8	5
<i>3. Bior2.2</i>	1	2	2	4	6	3	6,6
<i>4. Bior2.4</i>	1	2	2	4	4	2,6	6,2
<i>5. Bior2.6</i>	1	2	3	4	4	2,8	6,8
<i>6. Bior2.8</i>	1	2	3	4	8	3,6	7,6
<i>7. Bior3.7</i>	1	4	4	6	6	4,2	10,2
<i>8 Bior3.9</i>	1	4	4	6	6	4,2	10,2
<i>9. Bior4.4</i>	1	2	2	2	6	2,6	5,8
<i>10. Bior5.5</i>	1	2	6	6	6	4,2	9,8
<i>11. Bior6.8</i>	1	5	6	6	6	4,8	12,2

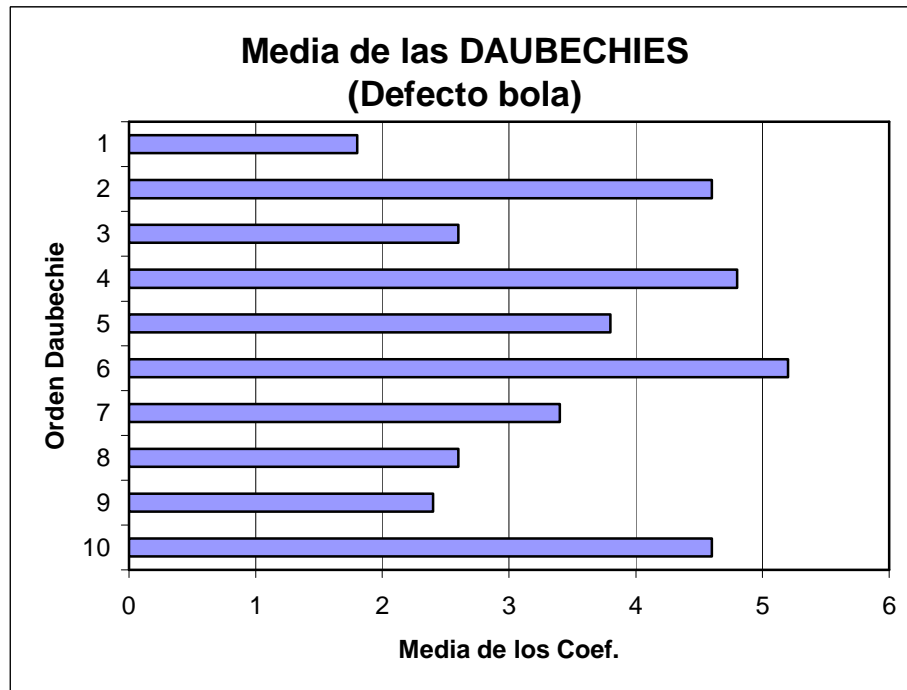


Figura 16.10.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 10 Hz en defecto de bola

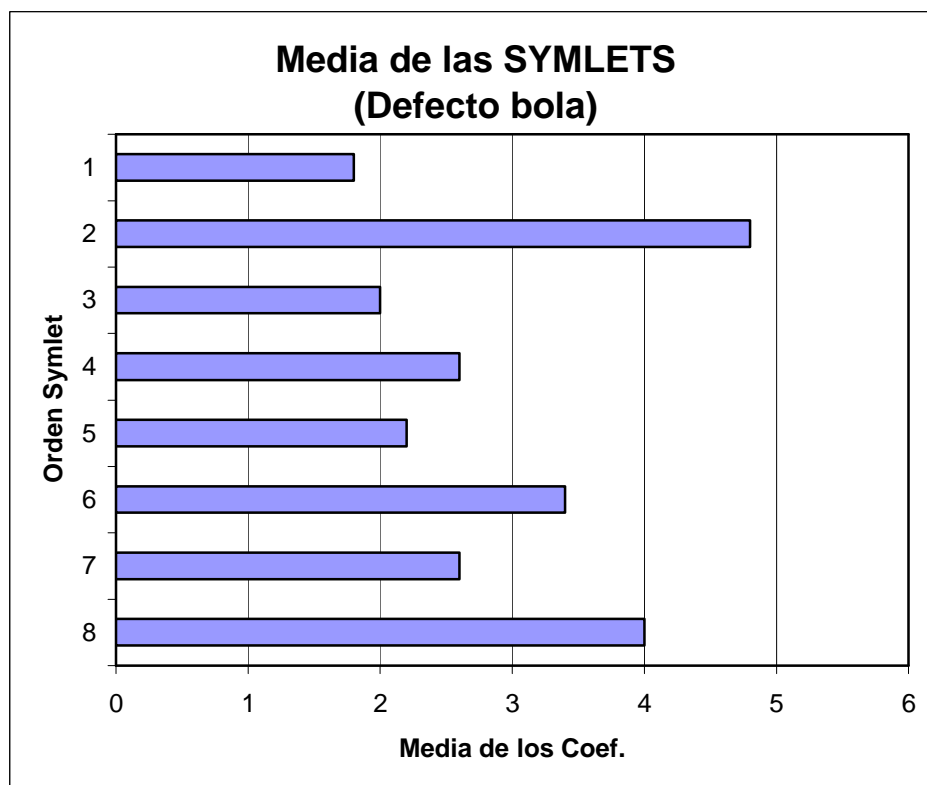


Figura 16.11.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 10 Hz en defecto de bola

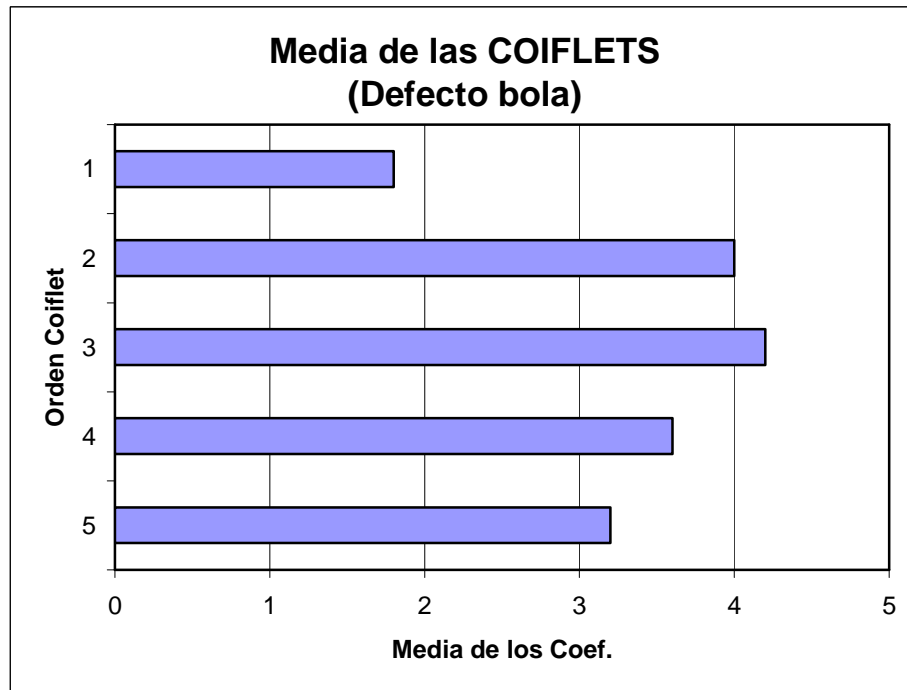


Figura 16.12.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 10 Hz en defecto de bola

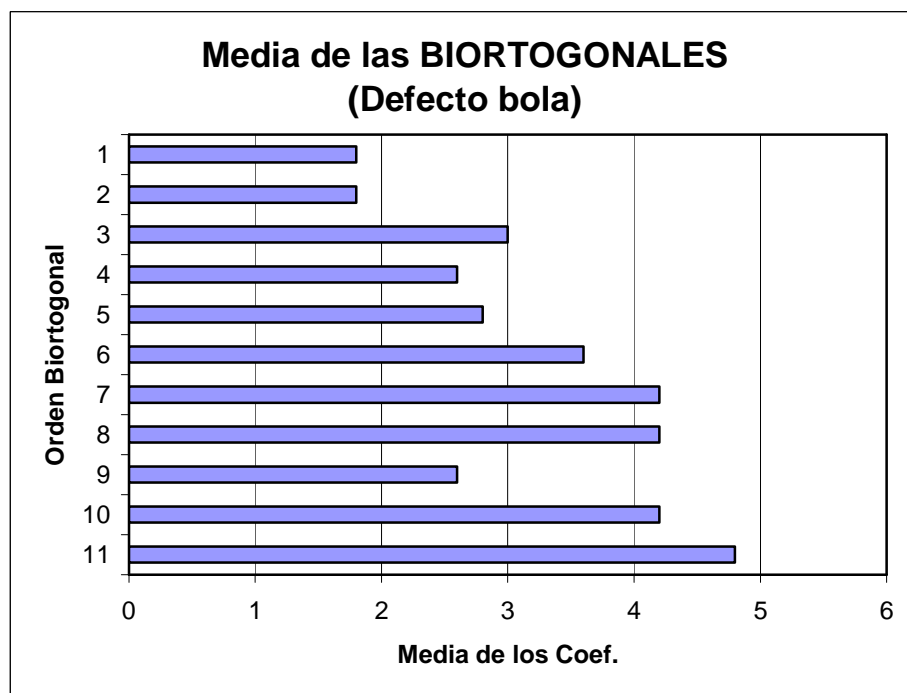


Figura 16.13.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 10 Hz en defecto de bola

Podemos observar que para el caso de el defecto de bola, se siguen obteniendo los mismo resultados a la hora de elegir la Wavelet, además en este caso, tanto la media como los coeficientes son prácticamente los mismos que en el defecto interior, y por esa razón elegiremos también las mismas Wavelets.

Concluimos que el tipo de defecto, ya sea de bola, interno o externo no influye en la elección de la Wavelets, ya que para los tres casos el estudio nos ha dado el mismo resultado.

Por lo que las Wavelets que mejor se comportan a 10 Hz son:

- Daubechies: db4 y db6
- Symlets: sym2 y sym8
- Coiflets: coif2 y coif3
- Biortogonales: bior3.7, bior3.9 y bior6.8

En la representación de las medias en los ejes cartesianos, se puede ver que los tres tipos de defecto siguen la misma tendencia en cada familia de las Wavelets, y que entre el defecto interior y el defecto de bola la diferencia es mínima.

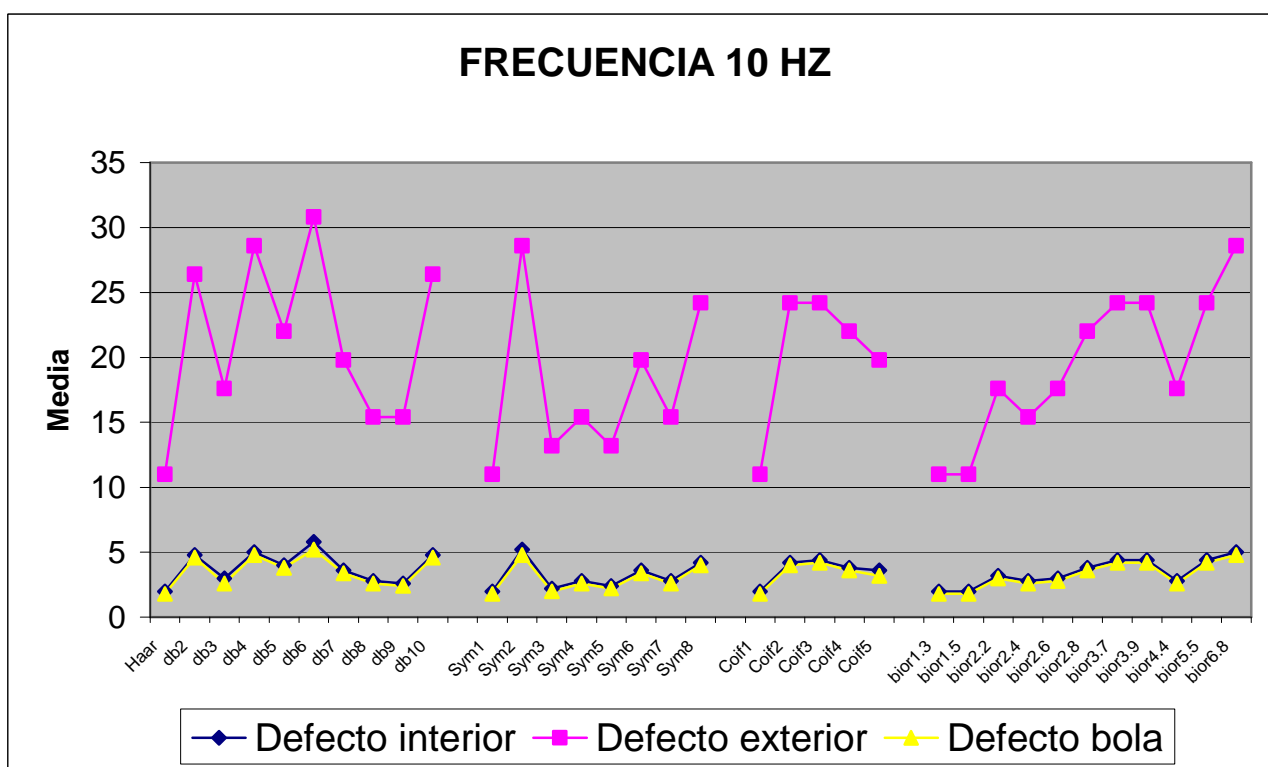


Figura 16.14.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 10Hz

**TABLA17.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 20 HZ. **DEFECTO DE ELEMENTO RODANTE**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	3	4	4	4	7	4,4	11,6
<i>Db2</i>	3	4	8	12	12	7,8	18,2
<i>Db3</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Db4</i>	3	4	4	8	12	6,2	14,2
<i>Db5</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Db6</i>	3	4	4	4	8	4,6	11,8
<i>Db7</i>	3	4	4	12	12	7	15,8
<i>Db8</i>	3	8	8	15	16	10	23,4
<i>Db9</i>	4	8	8	16	20	11,2	25,6
<i>Db10</i>	3	4	4	12	12	7	15,8

<i>Sym1</i>	3	4	4	4	8	4,6	11,8
<i>Sym2</i>	3	4	8	8	8	6,2	15,8
<i>Sym3</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Sym4</i>	3	8	16	16	18	12,2	29
<i>Sym5</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Sym6</i>	3	8	8	8	8	7	19
<i>Sym7</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Sym8</i>	3	8	8	8	8	7	19

<i>Coif1</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>Coif2</i>	3	4	4	5	8	4,8	12,2
<i>Coif3</i>	3	4	8	8	8	6,2	15,8
<i>Coif4</i>	6	8	8	8	8	7,6	22
<i>Coif5</i>	3	6	8	8	8	6,6	17,4

<i>1. Bior1.3</i>	3	4	4	4	7	4,4	11,6
<i>2. Bior1.5</i>	3	4	4	4	6	4,2	11,4
<i>3. Bior2.2</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>4. Bior2.4</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>5. Bior2.6</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>6. Bior2.8</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>7. Bior3.7</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>8 Bior3.9</i>	3	4	4	4	8	4,6	11,8
<i>9. Bior4.4</i>	3	4	4	4	4	3,8	11
<i>10. Bior5.5</i>	3	4	8	8	8	6,2	15,8
<i>11. Bior6.8</i>	3	4	4	5	8	4,8	12,2

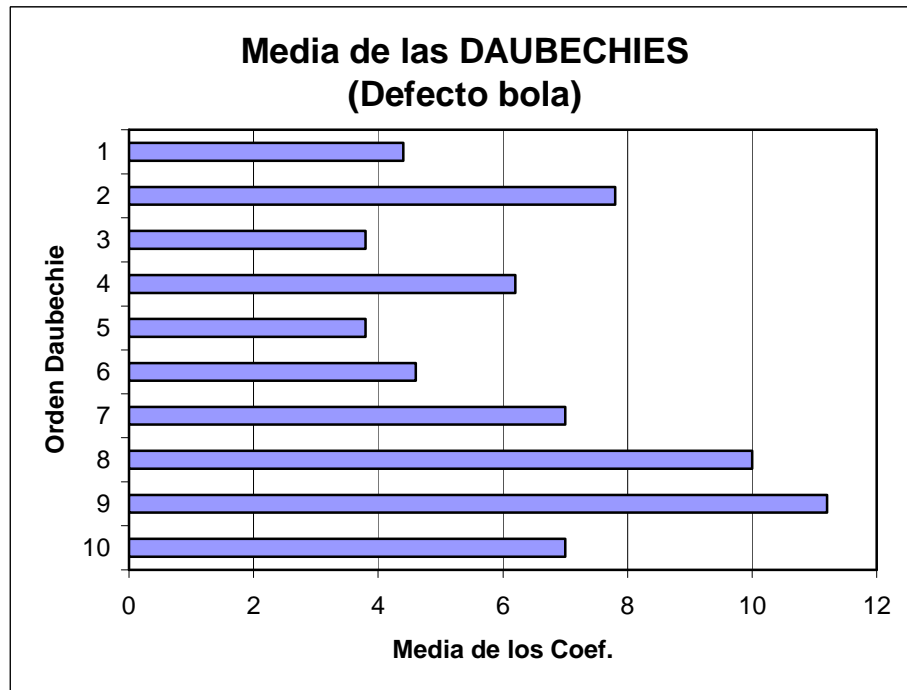


Figura 16.15.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 20 Hz en defecto de bola

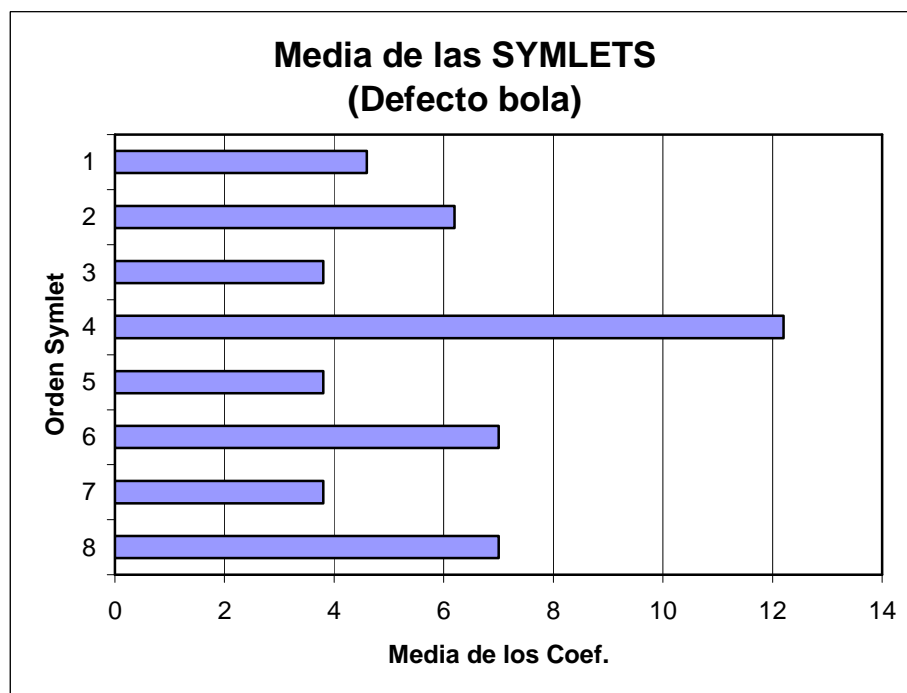


Figura 16.16.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 20 Hz en defecto de bola

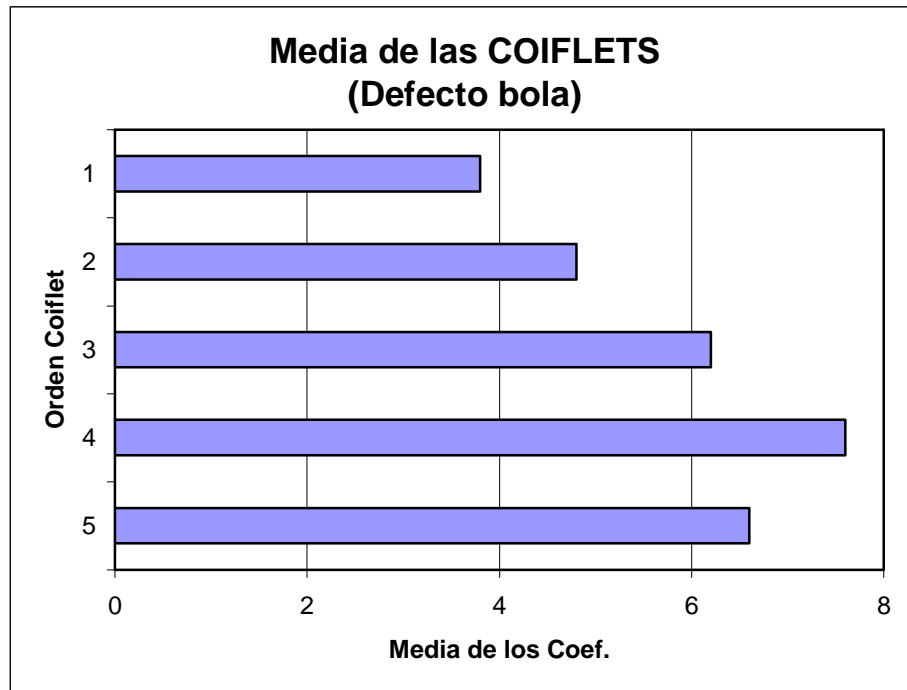


Figura 16.17.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 20 Hz en defecto de bola

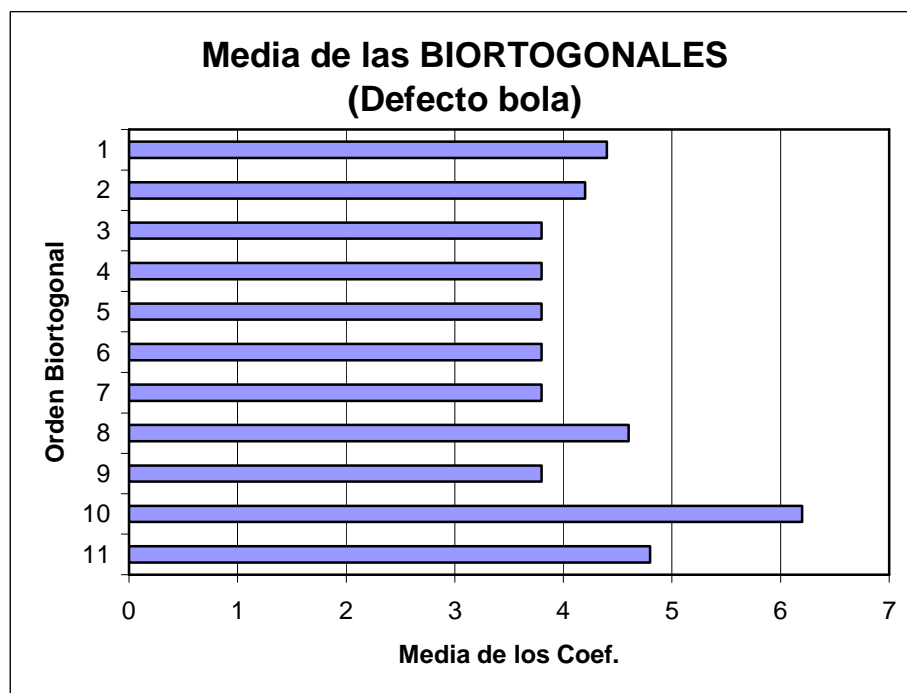


Figura 16.18.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 20 Hz en defecto de bola

Ocurre lo mismo que en el caso anterior a 10 Hz, obtenemos los mismos resultados para el defecto de bola, que para el interno y el externo.

-Daubechies: db8 y db9

-Symlets: sym4, sym6 y sym8

-Coiflets: coif4 y coif5

-Biortogonales: bior5.5 y bior6.8

Como hicimos anteriormente mostraremos la representación en los ejes cartesianos de los tres defectos y se ve que siguen teniendo la misma tendencia

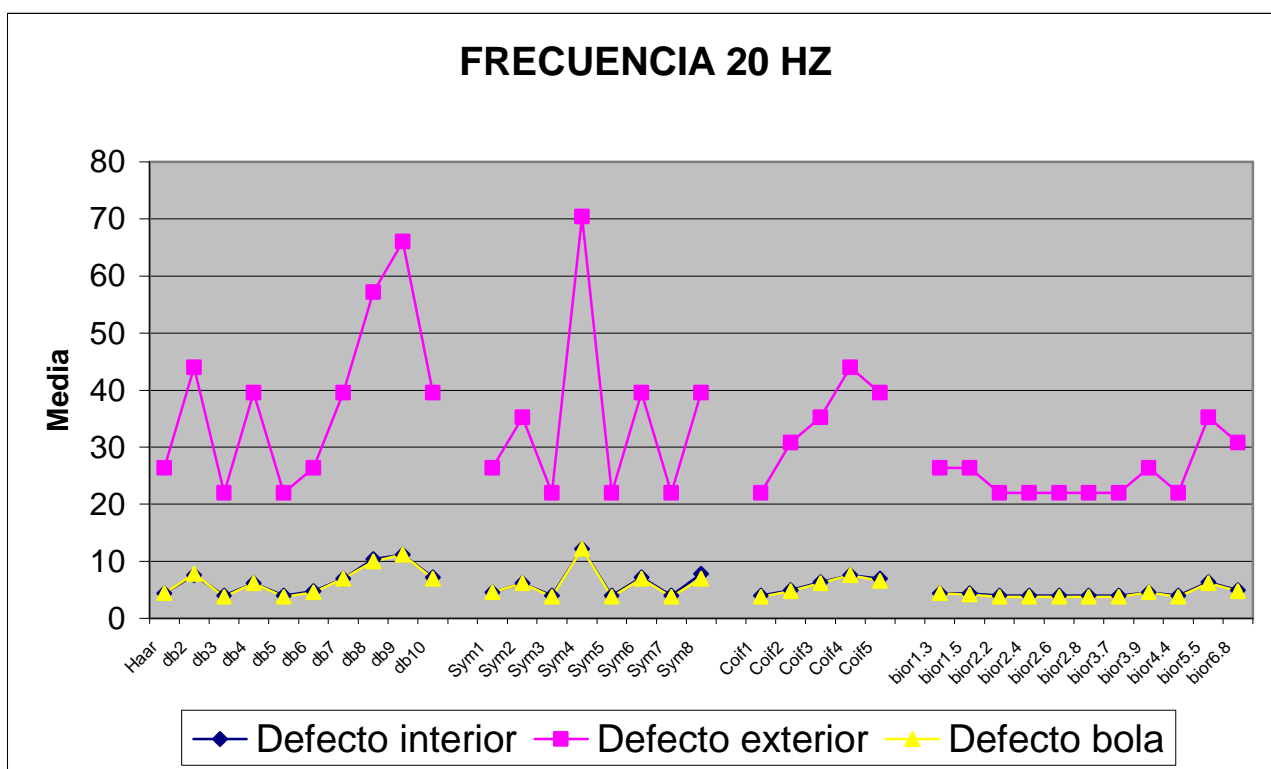


Figura 16.19.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 20Hz

**TABLA18.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 30 HZ. **DEFECTO DE ELEMENTO RODANTE**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	5	10	10	10	10	9	25
<i>Db2</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Db3</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Db4</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Db5</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Db6</i>	3	5	5	5	13	6,2	14,6
<i>Db7</i>	3	5	10	20	20	11,6	25
<i>Db8</i>	3	10	12	20	20	13	30,2
<i>Db9</i>	3	10	15	15	20	12,6	30
<i>Db10</i>	3	5	10	15	15	9,6	22
<i>Sym1</i>	3	5	5	10	10	6,6	16
<i>Sym2</i>	3	5	10	10	10	7,6	19
<i>Sym3</i>	3	8	19	20	20	14	32,8
<i>Sym4</i>	3	5	8	10	10	7,2	17,8
<i>Sym5</i>	3	5	5	10	15	7,6	17
<i>Sym6</i>	3	5	5	10	15	7,6	17
<i>Sym7</i>	3	5	5	15	20	9,6	20
<i>Sym8</i>	3	5	5	5	14	6,4	14,8
<i>Coif1</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Coif2</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Coif3</i>	3	5	5	5	5	4,6	13
<i>Coif4</i>	3	5	5	5	15	6,6	15
<i>Coif5</i>	3	5	5	5	15	6,6	15
1. Bior1.3	5	10	10	10	10	9	25
2. Bior1.5	6	10	10	10	10	9,2	26
3. Bior2.2	3	5	5	5	5	4,6	13
4. Bior2.4	3	5	5	5	5	4,6	13
5. Bior2.6	3	5	5	5	10	5,6	14
6. Bior2.8	3	5	5	5	10	5,6	14
7. Bior3.7	3	10	10	15	15	10,6	26
8 Bior3.9	3	8	15	15	20	12,2	28,4
9. Bior4.4	3	5	5	5	5	4,6	13
10. Bior5.5	3	5	5	5	10	5,6	14
11. Bior6.8	3	5	5	5	10	5,6	14

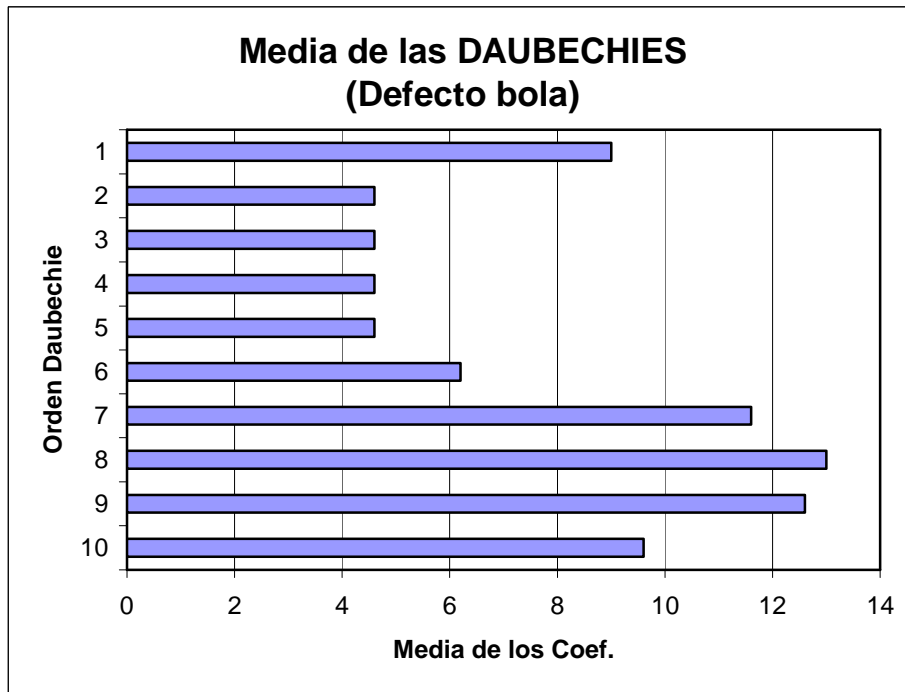


Figura 16.20.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 30 Hz en defecto de bola

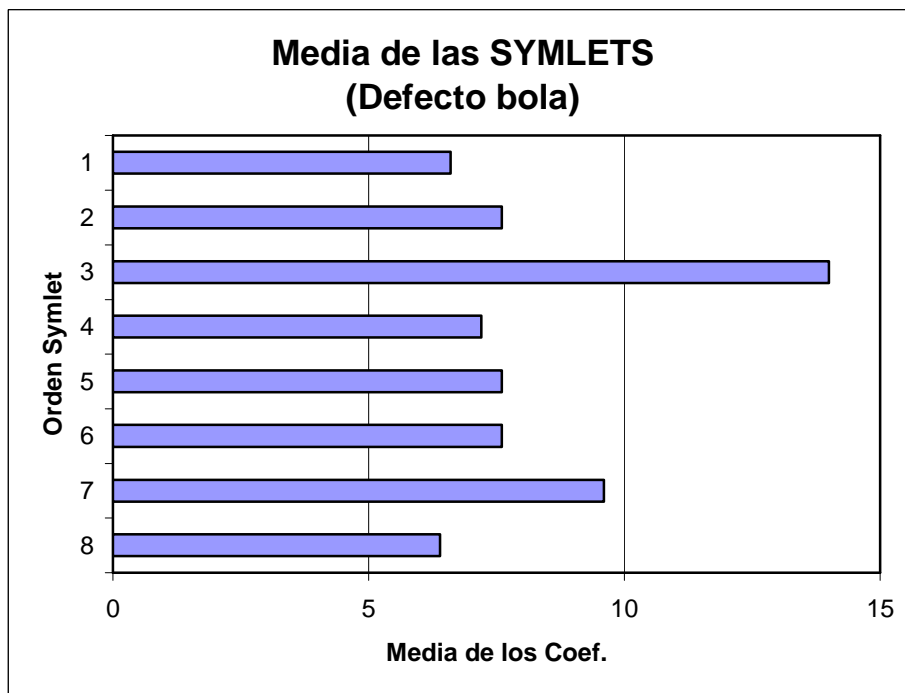


Figura 16.21.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 30 Hz en defecto de bola

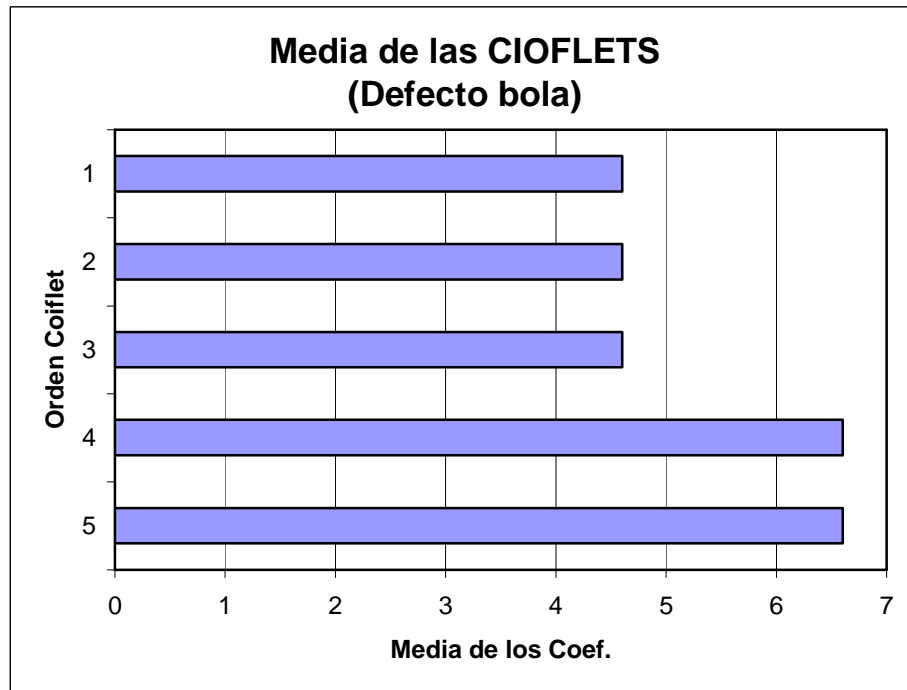


Figura 16.22.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 30 Hz en defecto de bola

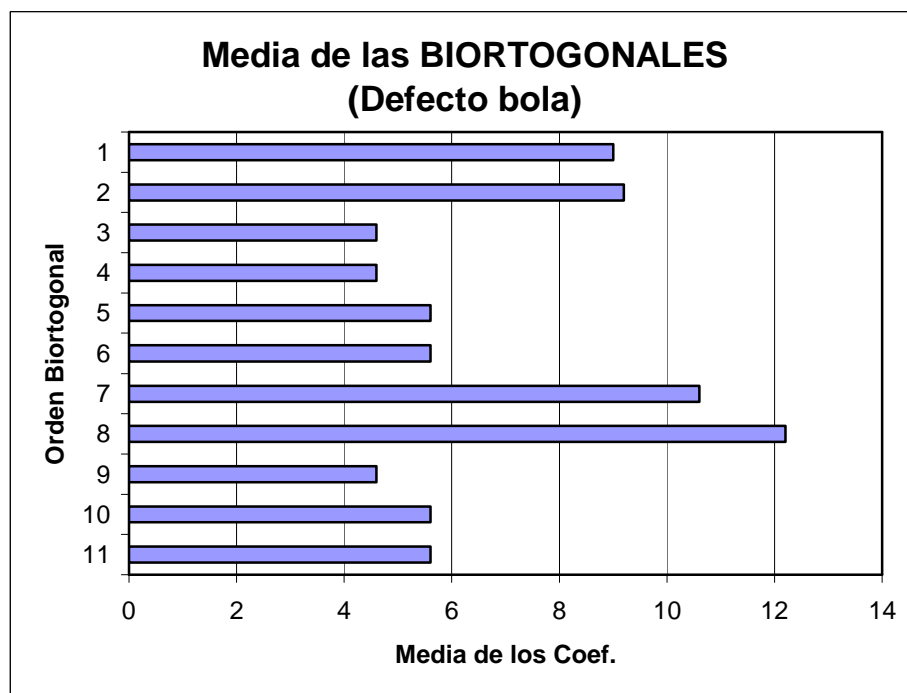


Figura 16.23.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 30 Hz en defecto de bola

También ocurre para el caso a 30 Hz, obtenemos los mismos resultados para todos los defectos

-Daubechies: db8 y db9

-Symlets: sym3, sym7

-Coiflets: coif4 y coif5

-Biortogonales: bior3.9, bior3.7, bior1.3 y bior1.5

Como hicimos anteriormente mostraremos la representación en los ejes cartesianos de los tres defectos y se ve que siguen teniendo la misma tendencia

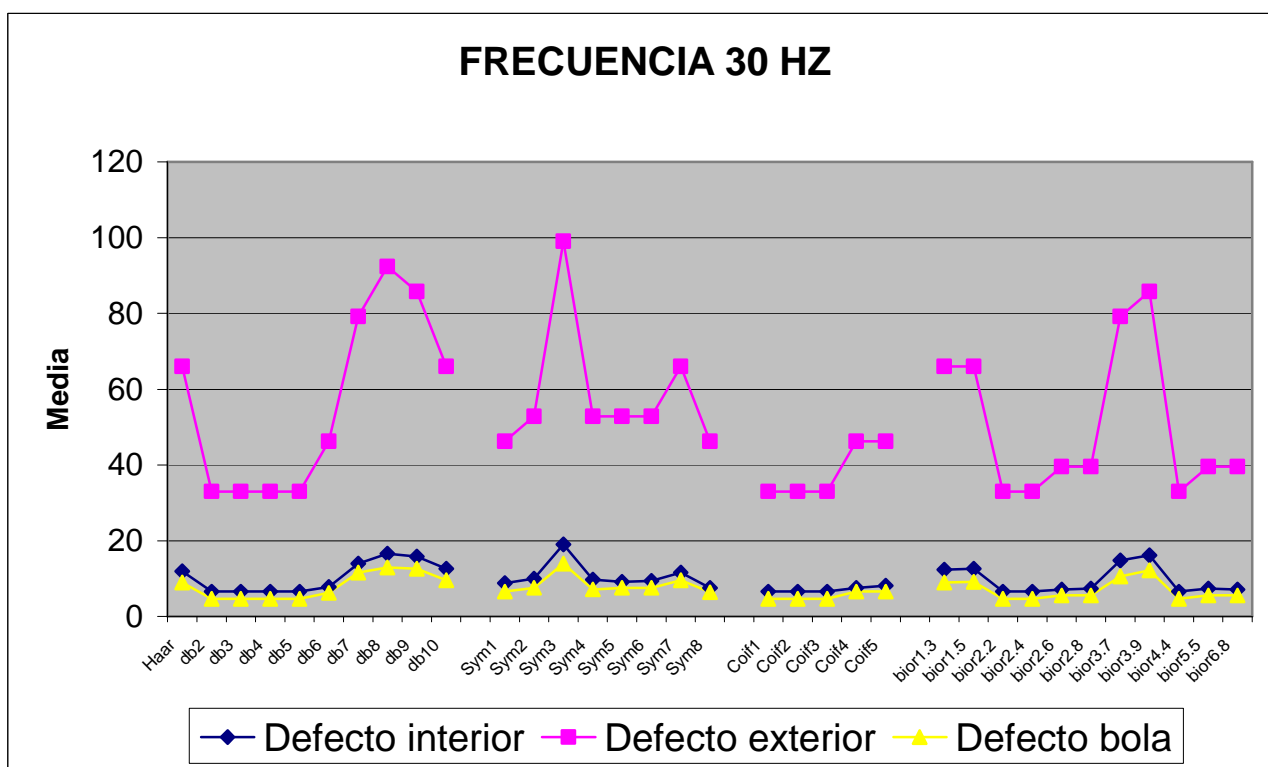


Figura 16.24.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 30Hz

**TABLA19.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE **40 HZ. DEFECTO DE ELEMENTO RODANTE**

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	2	6	6	18	18	10	21,2
<i>Db2</i>	2	6	6	6	12	6,4	15,2
<i>Db3</i>	2	12	12	12	20	11,6	27,6
<i>Db4</i>	2	8	12	12	12	9,2	22,8
<i>Db5</i>	2	6	12	12	12	8,8	21,2
<i>Db6</i>	2	6	6	6	12	6,4	15,2
<i>Db7</i>	2	11	19	24	24	16	36,6
<i>Db8</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Db9</i>	2	6	12	12	12	8,8	21,2
<i>Db10</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Sym1</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Sym2</i>	2	6	6	6	12	6,4	15,2
<i>Sym3</i>	2	6	6	6	8	5,6	14,4
<i>Sym4</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Sym5</i>	2	6	6	6	11	6,2	15
<i>Sym6</i>	2	6	12	16	18	10,8	24
<i>Sym7</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Sym8</i>	2	6	12	17	18	11	24,4
<i>Coif1</i>	2	6	6	6	6	5,2	14
<i>Coif2</i>	3	12	18	18	18	13,8	34,2
<i>Coif3</i>	2	6	12	18	18	11,2	24,8
<i>Coif4</i>	2	6	12	12	13	9	21,4
<i>Coif5</i>	2	6	12	12	12	8,8	21,2
1. Bior1.3	2	6	8	18	18	10,4	22,4
2. Bior1.5	2	6	6	18	18	10	21,2
3. Bior2.2	2	6	6	12	12	7,6	17,6
4. Bior2.4	2	6	7	12	12	7,8	18,2
5. Bior2.6	2	6	10	12	15	9	20,6
6. Bior2.8	2	6	13	18	24	12,6	26,6
7. Bior3.7	2	6	6	6	11	6,2	15
8 Bior3.9	2	6	6	6	11	6,2	15
9. Bior4.4	2	6	9	12	24	10,6	21,8
10. Bior5.5	2	6	6	13	18	9	19,2
11. Bior6.8	2	6	11	18	18	11	24,2

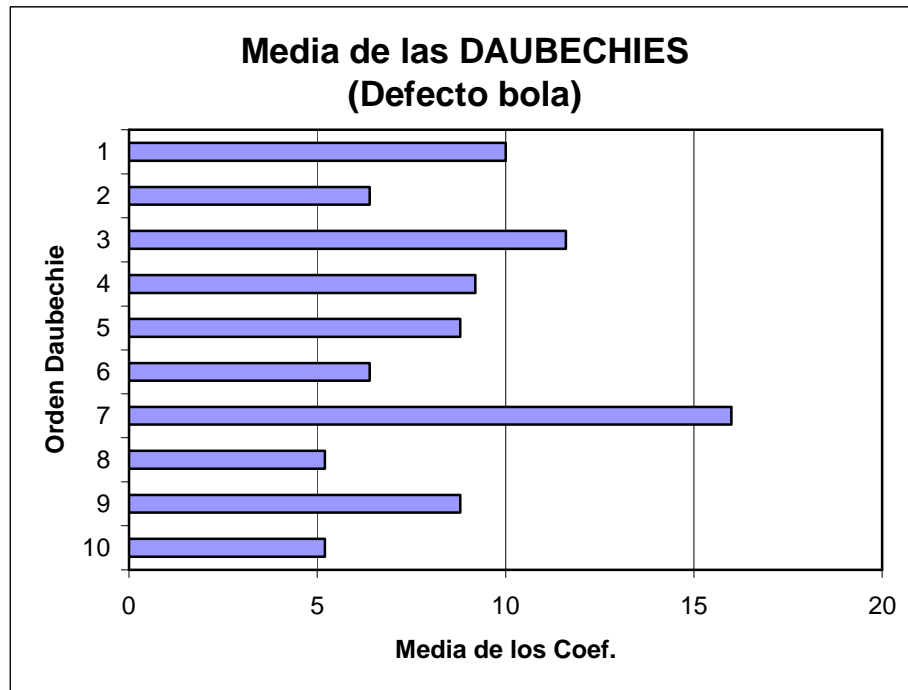


Figura 16.25.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 40 Hz en defecto de bola

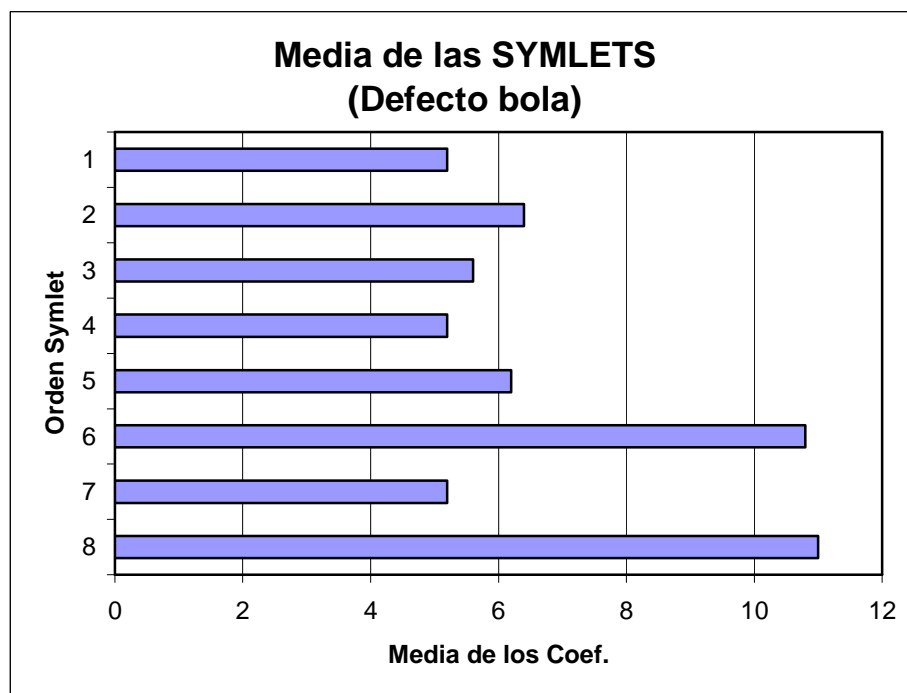


Figura 16.26.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 40 Hz en defecto de bola

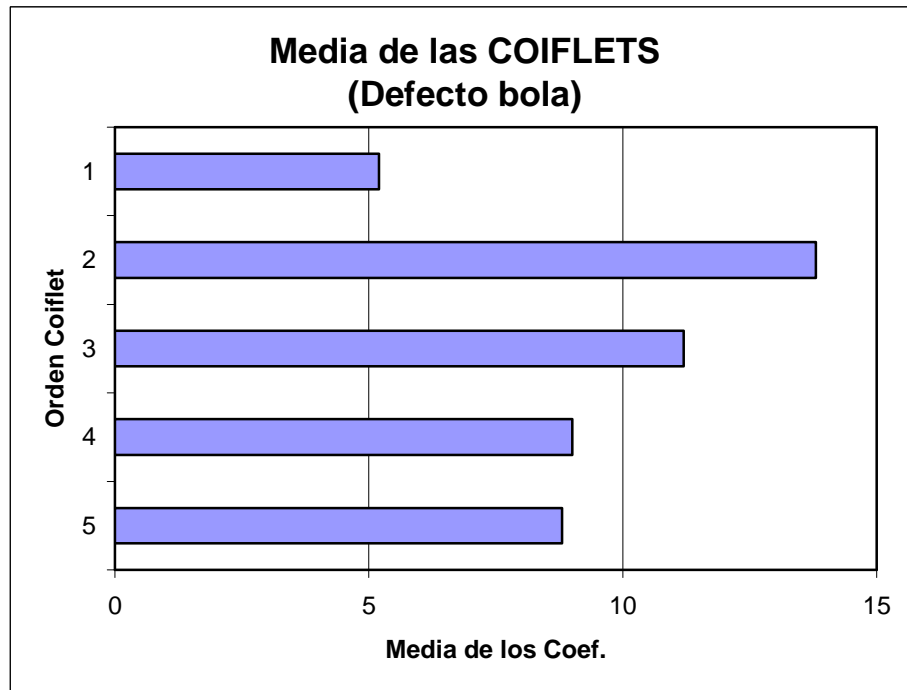


Figura 16.27.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 40 Hz en defecto de bola

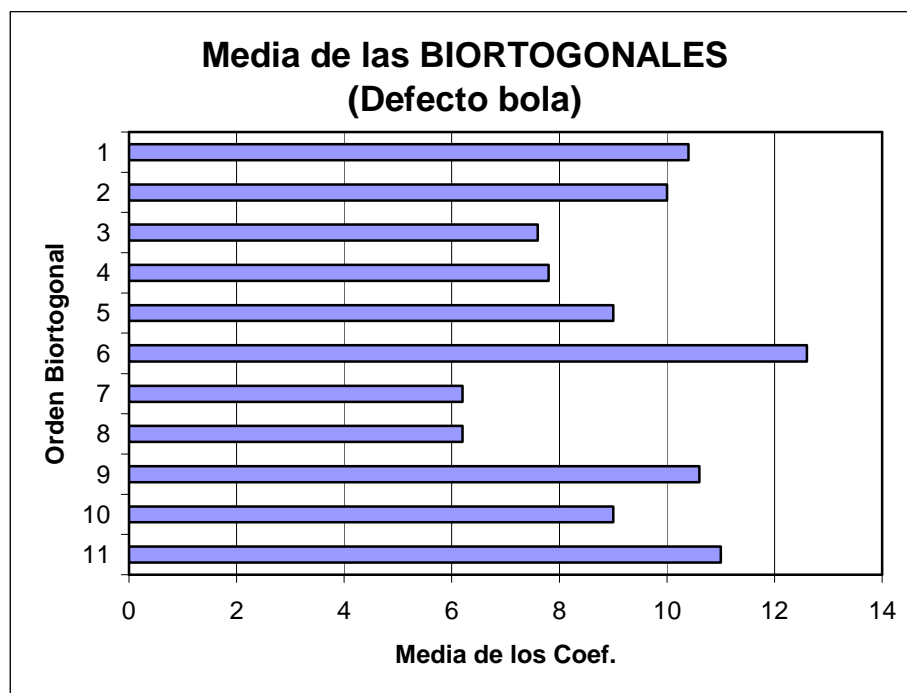


Figura 16.28.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 40 Hz en defecto de bola

También se cumple para el caso de 40 Hz

- Daubechies: db1, db3 y db7
- Symlets: sym6, sym8
- Coiflets: coif2 y coif3
- Biortogonales: bior2.8, bior4.4 y 6.8

La representación en los ejes cartesianos de los tres defectos se ve que siguen teniendo la misma tendencia.

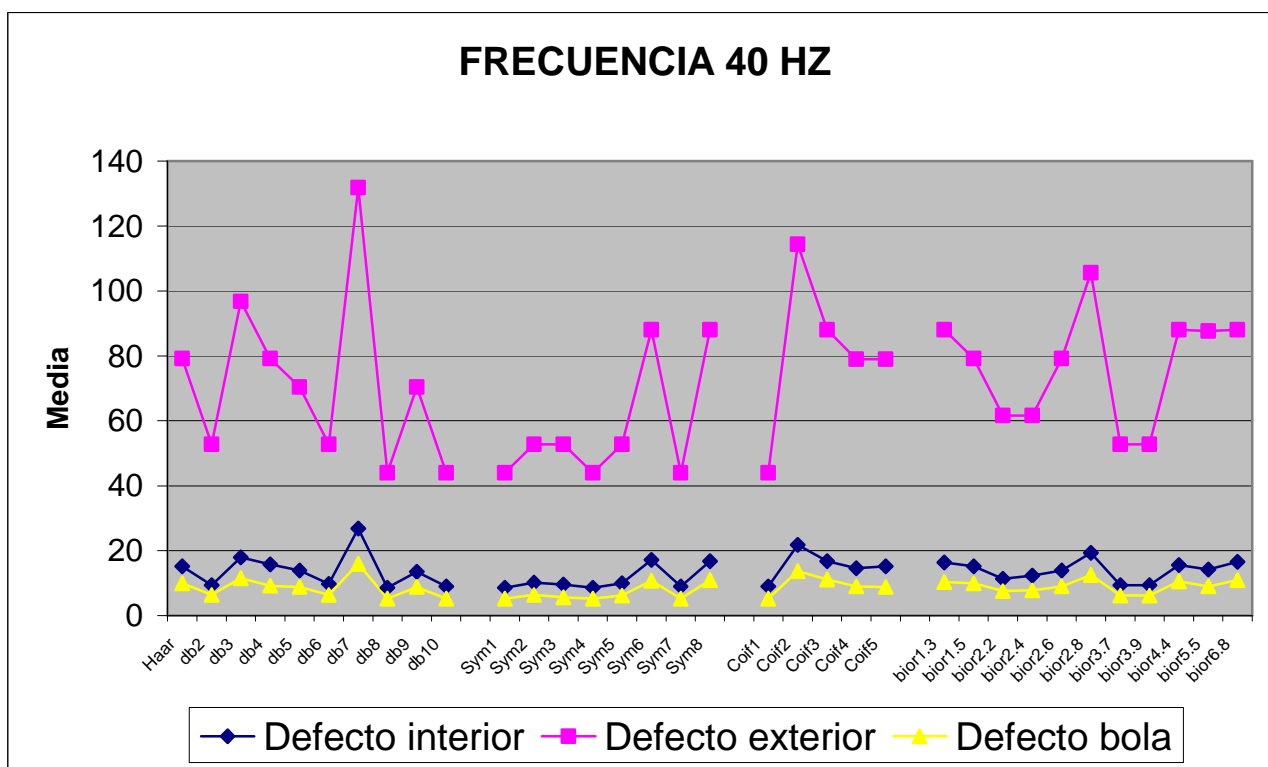


Figura 16.29.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 40Hz

**TABLA20.** NÚMERO DE COEFICIENTES QUE SUPERAN LOS PORCENTAJES PARA UNA FRECUENCIA DE 50 HZ. DEFECTO DE ELEMENTO RODANTE

WAVELET	99%	95%	90%	85%	80%	MEDIA	MEDIA PONDERADA
<i>Haar</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Db2</i>	2	8	15	16	17	11,6	27,2
<i>Db3</i>	2	7	14	16	29	13,6	28,2
<i>Db4</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Db5</i>	2	6	8	10	16	8,4	18,8
<i>Db6</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Db7</i>	2	5	13	20	24	12,8	26,6
<i>Db8</i>	2	6	8	10	15	8,2	18,6
<i>Db9</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Db10</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym1</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym2</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym3</i>	2	5	8	8	14	7,4	16,8
<i>Sym4</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym5</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym6</i>	2	5	8	8	14	7,4	16,8
<i>Sym7</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>Sym8</i>	2	5	11	25	33	15,2	29,2
<i>Coif1</i>	2	6	11	26	33	15,6	30,4
<i>Coif2</i>	2	6	22	31	33	18,8	39
<i>Coif3</i>	3	15	28	32	37	23	52
<i>Coif4</i>	2	10	25	31	33	20,2	44
<i>Coif5</i>	2	7	21	31	33	18,8	39,2
<i>1. Bior1.3</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>2. Bior1.5</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>3. Bior2.2</i>	2	6	8	13	17	9,2	20,2
<i>4. Bior2.4</i>	2	6	8	13	17	9,2	20,2
<i>5. Bior2.6</i>	2	6	13	16	17	10,8	24,4
<i>6. Bior2.8</i>	2	10	15	16	18	12,2	29
<i>7. Bior3.7</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>8 Bior3.9</i>	2	5	8	8	9	6,4	15,8
<i>9. Bior4.4</i>	2	6	8	10	16	8,4	18,8
<i>10. Bior5.5</i>	2	5	8	8	17	8	17,4
<i>11. Bior6.8</i>	2	6	13	16	22	11,8	25,4

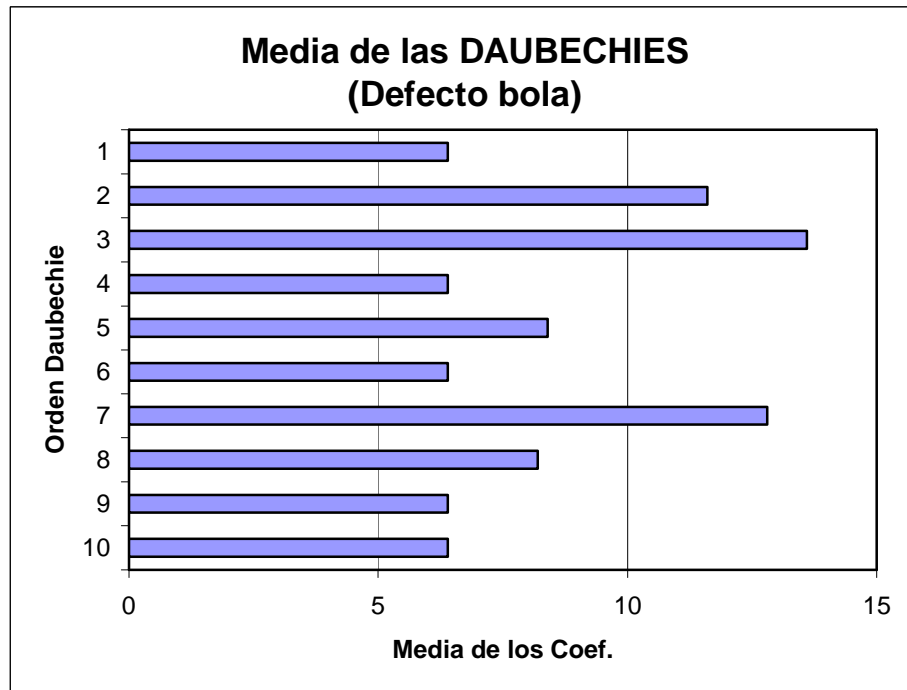


Figura 16.30.- Representación de la media de los coeficientes de las Daubechies para señal de 50 Hz en defecto de bola

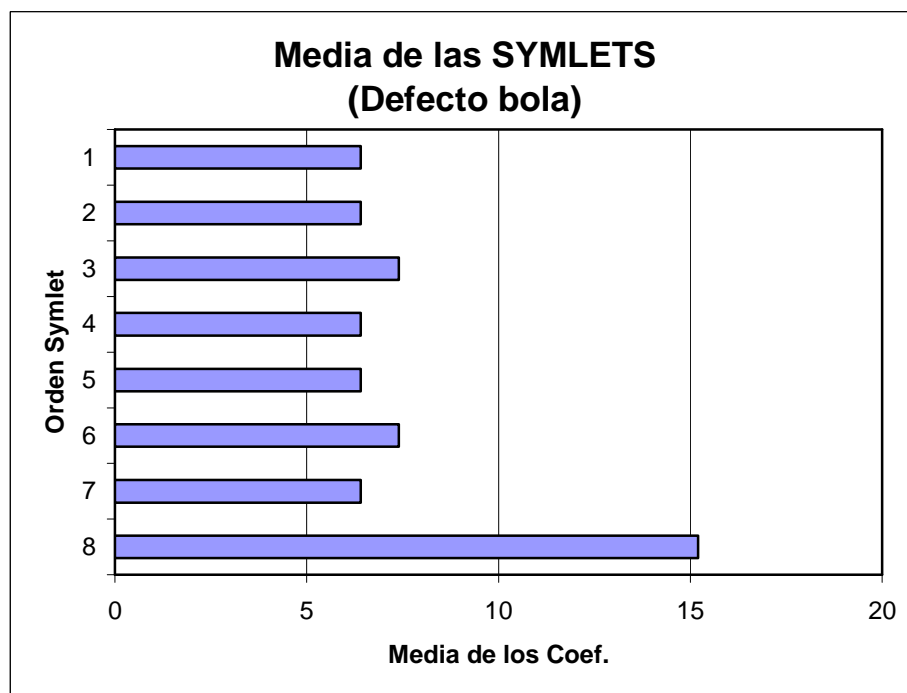


Figura 16.31.- Representación de la media de los coeficientes de las Symlets para señal de 50 Hz en defecto de bola

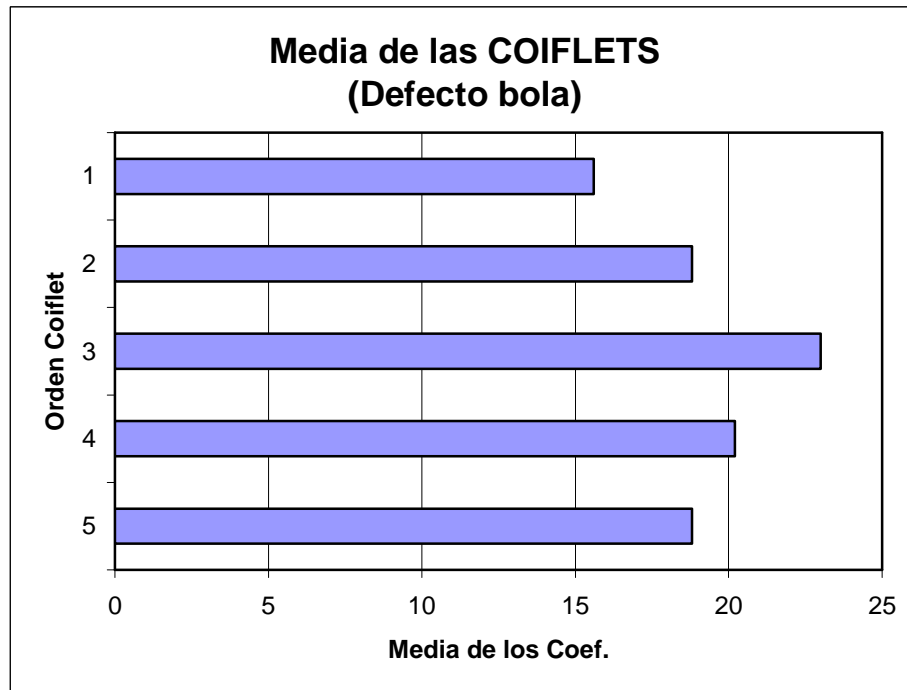


Figura 16.32.- Representación de la media de los coeficientes de las Coiflets para señal de 50 Hz en defecto de bola

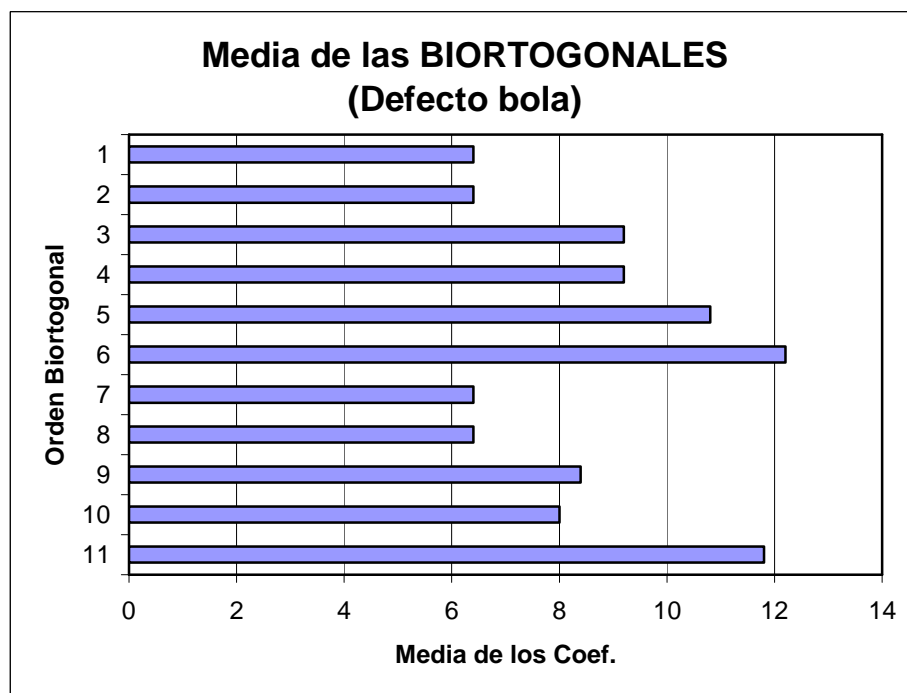


Figura 16.33.- Representación de la media de los coeficientes de las Biortogonales para señal de 50 Hz en defecto de bola

Por último también se cumple para el caso de alta frecuencia, 50 Hz

- Daubechies: db7, db2 y db3
- Symlet: sym8 y sym6
- Coiflets: coif4
- Biortogonales: bior2.8, bior2.8 y bior6.8

La representación en los ejes cartesianos de los tres defectos se ve que siguen teniendo la misma tendencia.

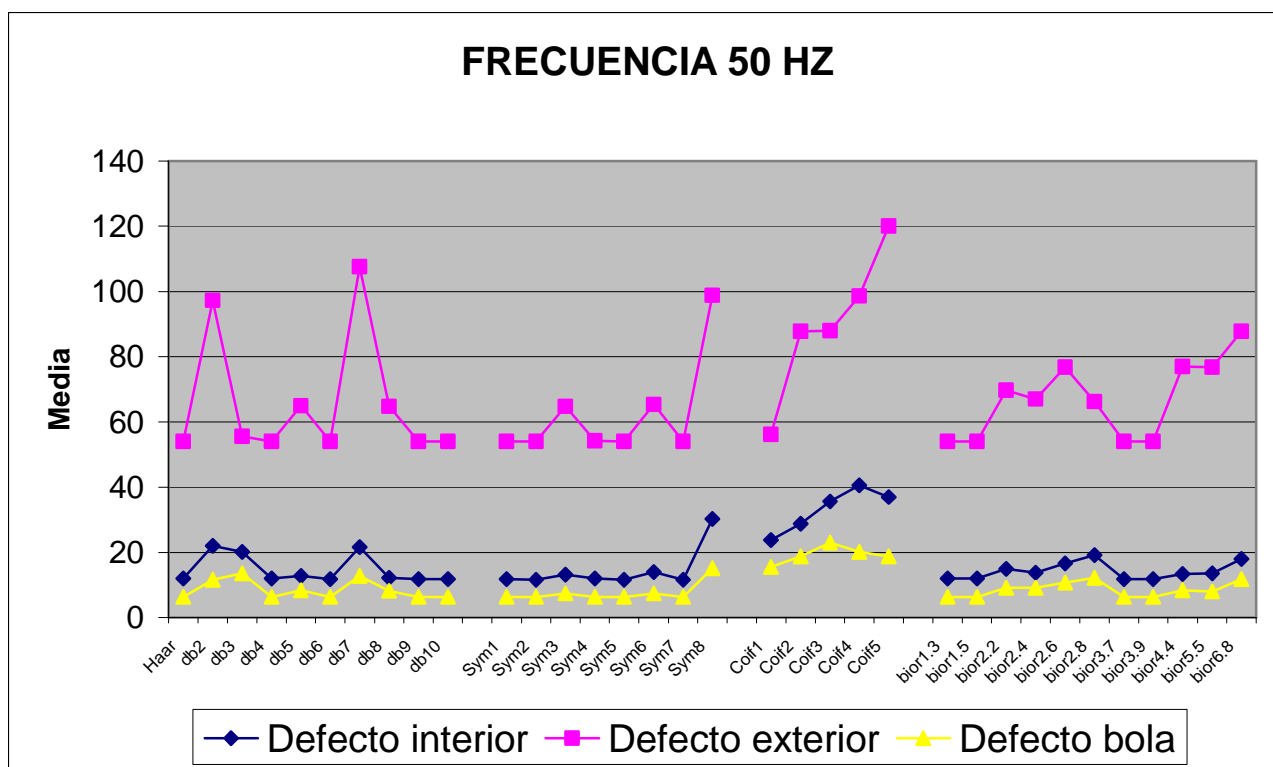


Figura 16.34.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 50Hz

Finalmente después del estudio realizado y de las conclusiones establecidas, las Wavelets que se comportan mejor en cada familia en el defecto de bola son las mismas que en los defectos anteriores:

FAMILIA	Tipo	MEDIA
Daubechies	Db7	7.8
Symlets	Sym6	6
Coiflets	Coif4	3.8
Biortogonales	Bior6.8	8.6

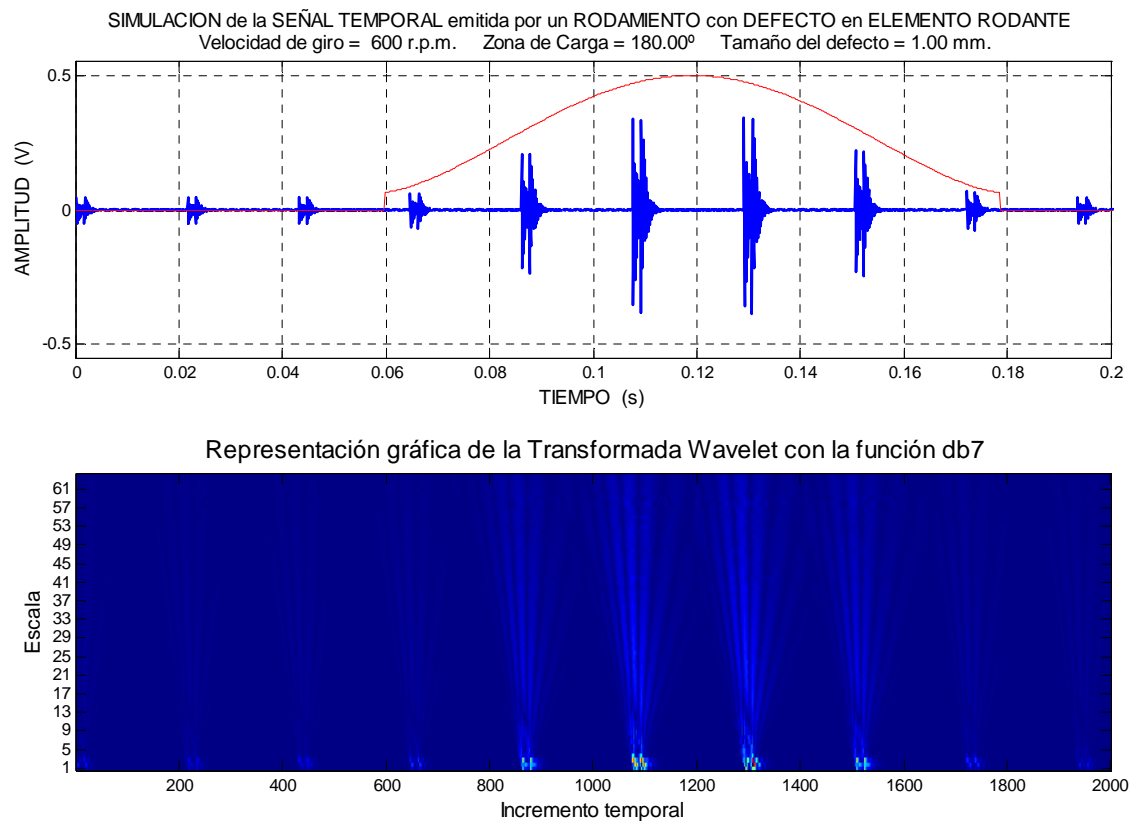


Figura 16.35.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Db7

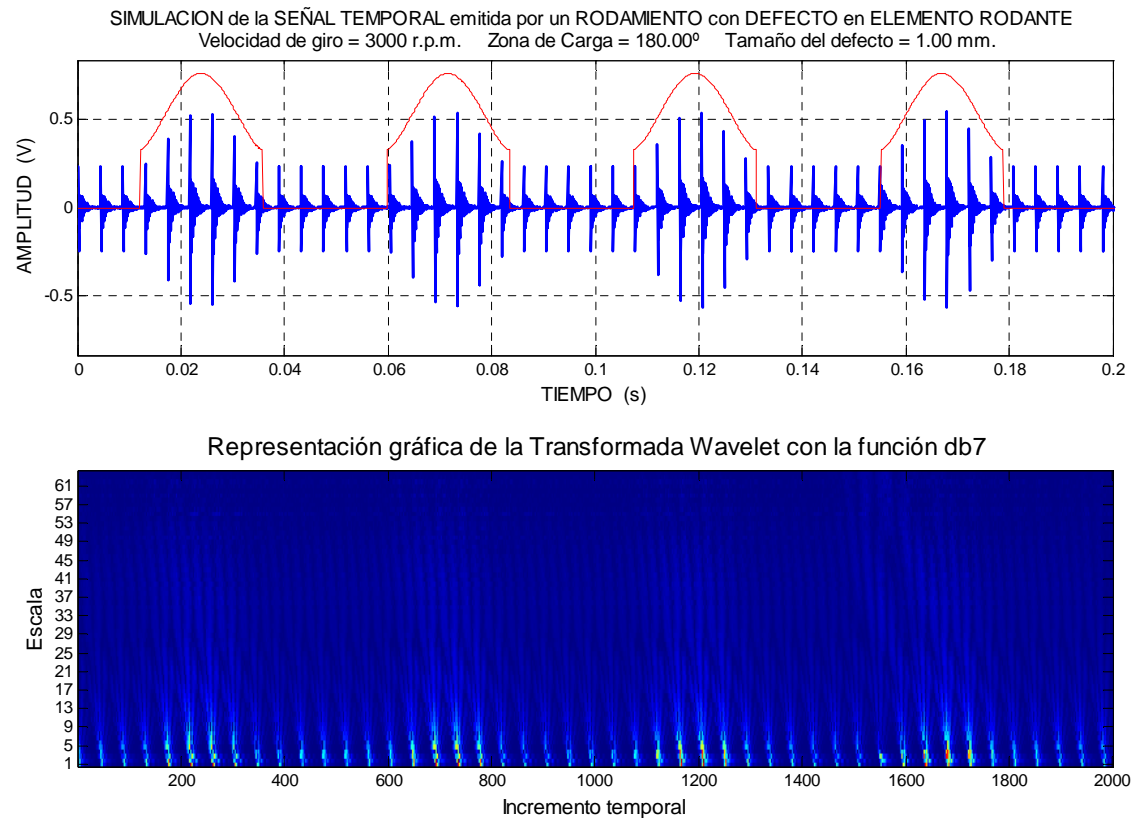


Figura 16.36.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Db7

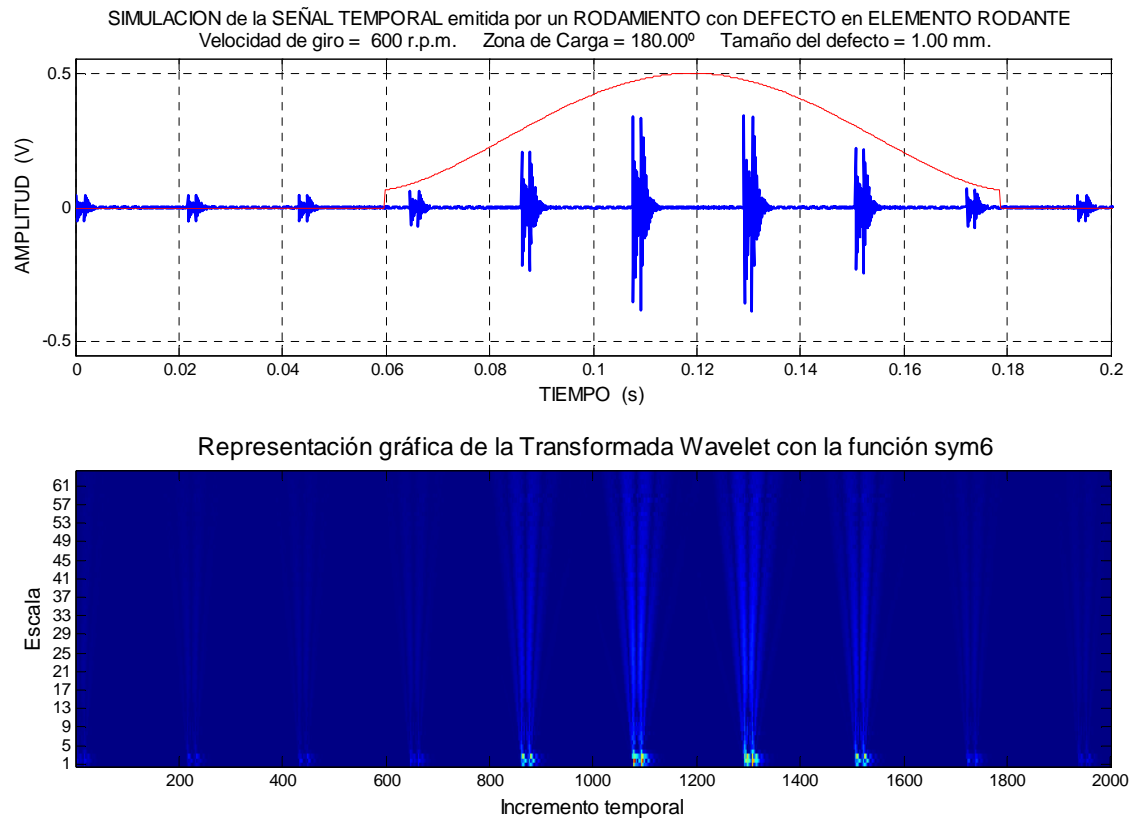


Figura 16.37.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Sym6

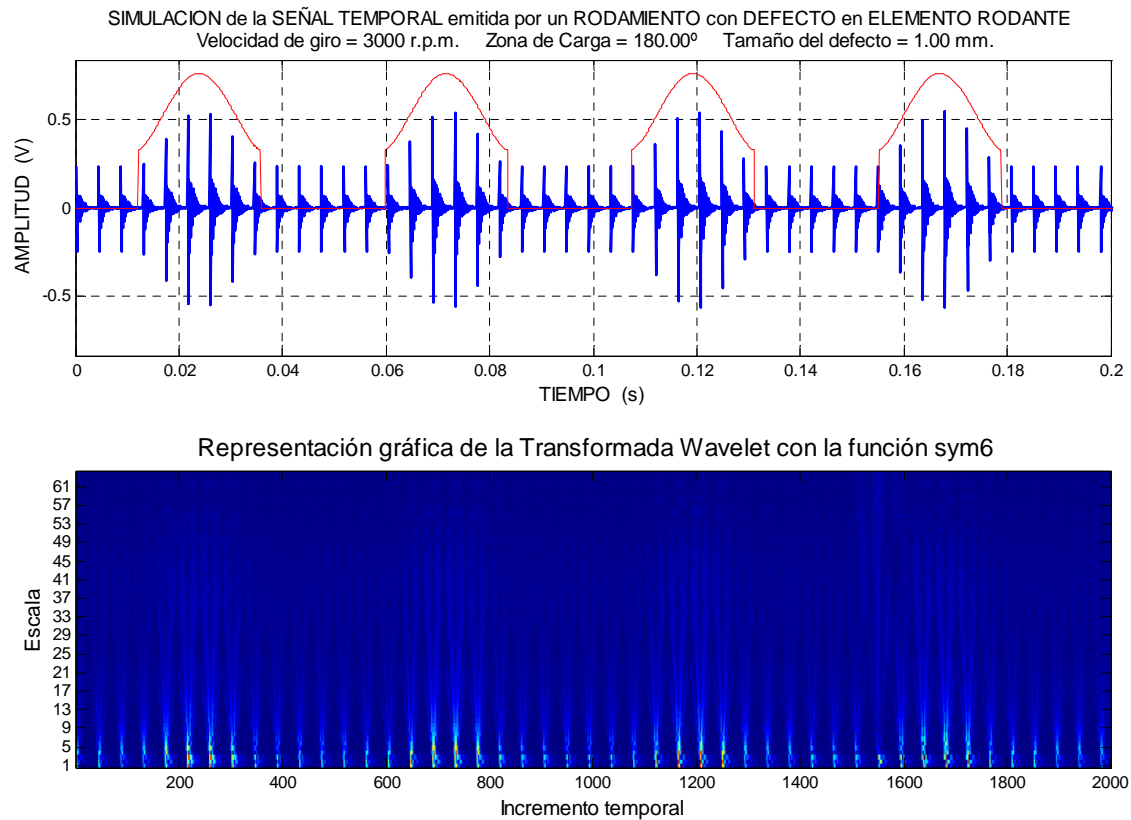


Figura 16.38.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Sym6

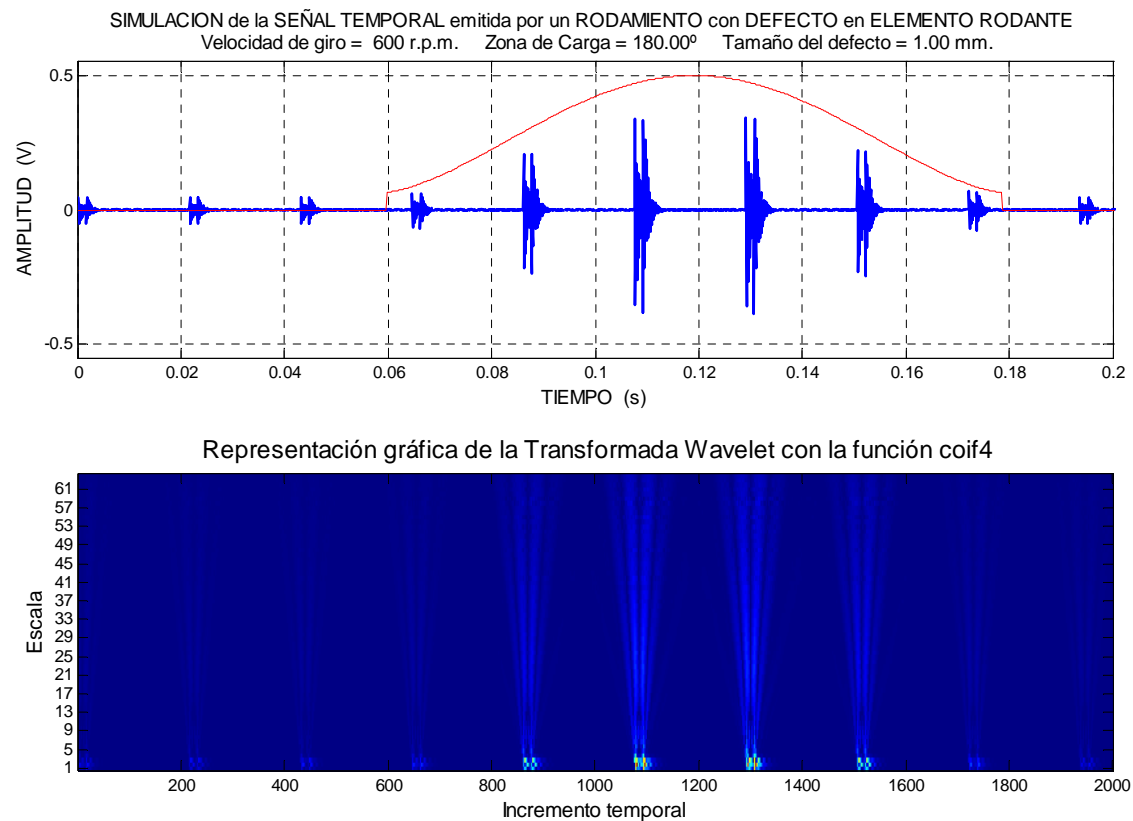


Figura 16.39.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Coif4

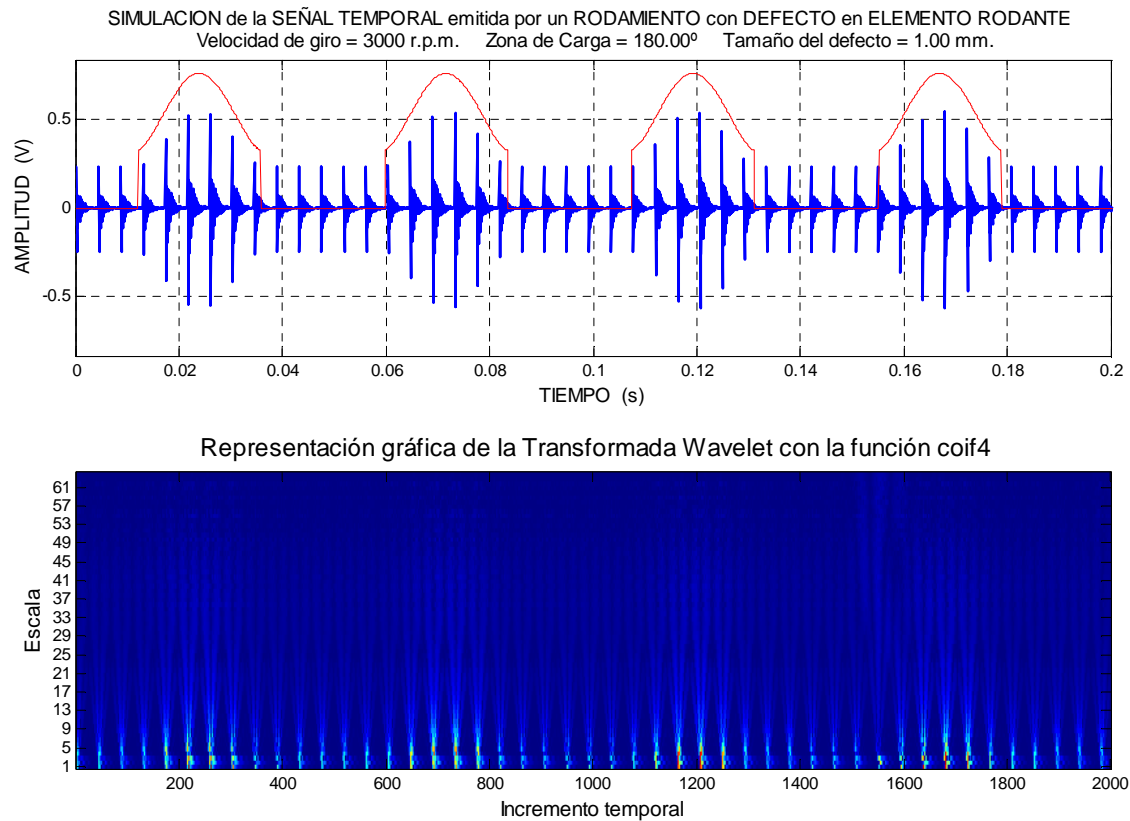


Figura 16.40.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Coif4

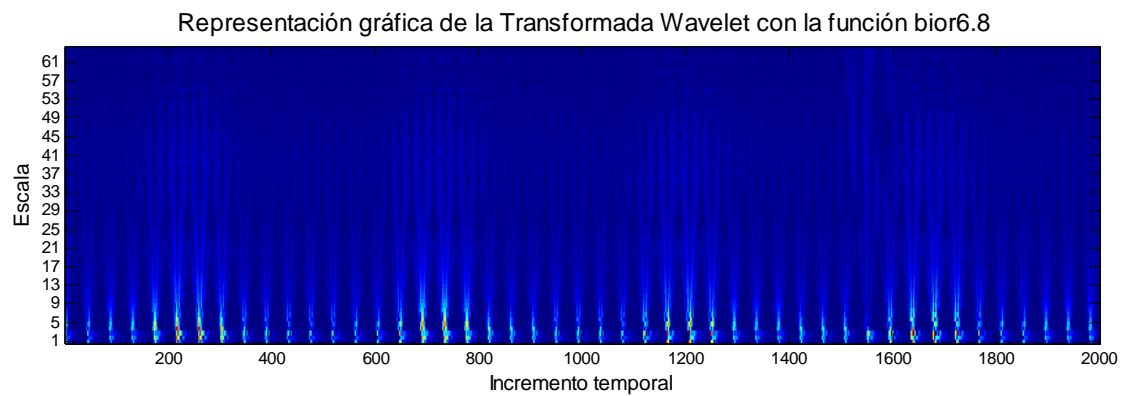
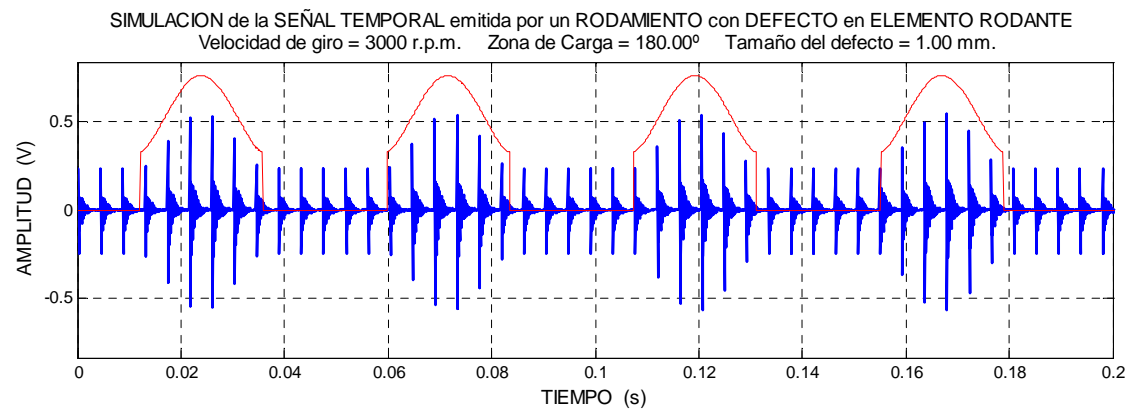


Figura 16.41.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8

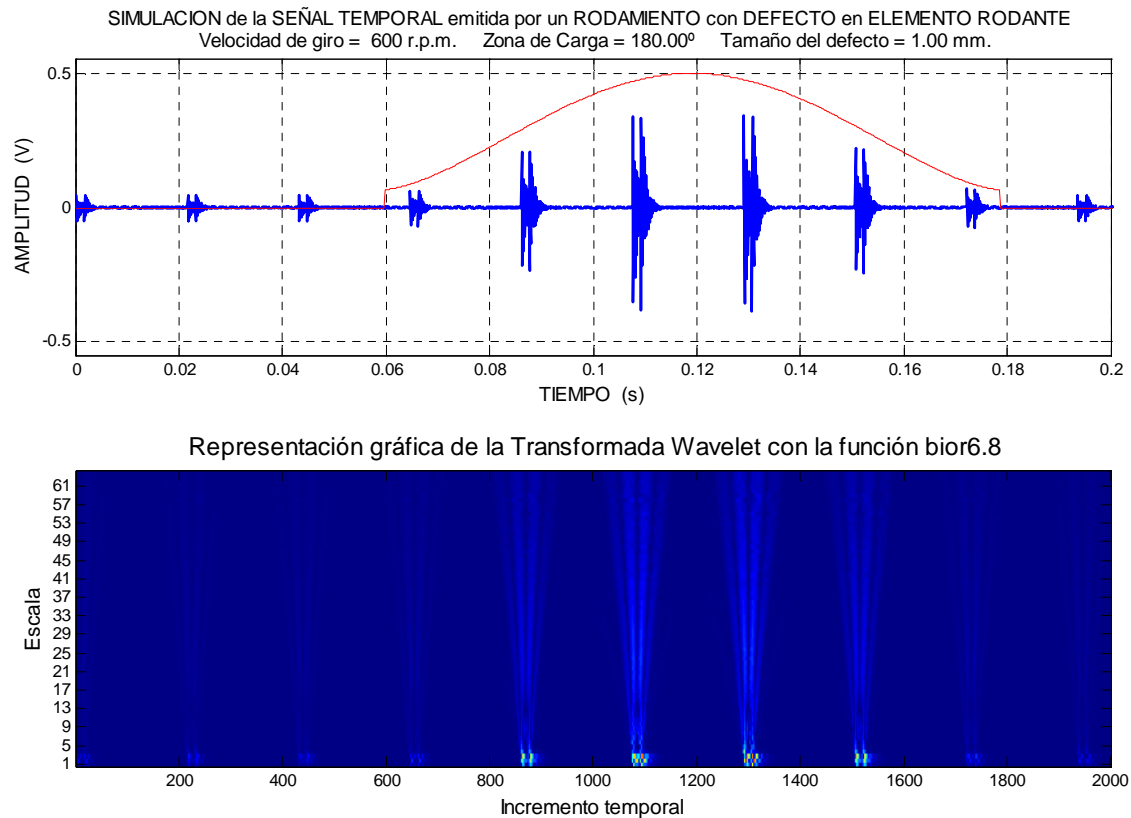


Figura 16.42.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en un elemento rodante a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Bior6.8





CAPITULO 17

CONCLUSIONES **Y TRABAJOS FUTUROS**



17. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

17.1 CONCLUSIONES DEL PROYECTO

Con la finalización del proyecto, podemos concluir que se han cumplido a plena satisfacción todos los objetivos que se planearon al comienzo del mismo.

Respecto al primer objetivo consistente en el análisis teórico profundo de las transformadas utilizadas, se hizo el estudio exhaustivo de las dos transformadas: la Transformada corta de Fourier (STFT) y la Transformada Wavelet, con su formulación analítica y sus características a la hora de aplicarlas para el estudio de señales.

El segundo objetivo abordaba el estudio de señales fundamentales y analizarlas con las técnicas de la STFT y Wavelet y compararlas entre sí y se ha hecho un estudio sencillo de la STFT y la CWT, concluyendo cual de los dos métodos es más conveniente en cada caso para las diferentes señales fundamentales analizadas. Se ha analizado todo tipos de señales desde señales con altas frecuencias, con bajas frecuencias, suma de señales, señales con diferentes amplitudes a lo largo del tiempo, estacionarias, no estacionarias, con picos de frecuencia en determinados puntos, etc.

Tras el estudio anterior, se llegó a la conclusión que para señales estacionarias en el tiempo, la STFT se comporta de una manera muy positiva, siendo preferible esta técnica sobre las Wavelets, que no aportan ningún beneficio suplementario en el análisis de señales estacionarias. Los dos métodos son válidos para dichos análisis, pero la STFT nos aporta una mejor visualización ya que podemos utilizar el ancho de ventana tan grande como queramos y así obtener una magnífica resolución frecuencial, ya que la resolución temporal no es un problema debido a que la señal es estacionaria.

Se llevó a cabo un estudio de la utilización de las diferentes tipos de ventanas y de anchuras de las mismas en la STFT, y se llegó a la conclusión, como ya hemos dicho, de que para señales estacionarias es preciso utilizar ancho de ventanas elevados para poder obtener buena resolución frecuencial.

La finalidad última del estudio detallado de la STFT y de la Transformada Wavelet era analizar señales no estacionarias en el tiempo ya que si la señal es estacionaria bastaría con un estudio de la FFT únicamente en el que se observaría el espectro de frecuencias.

Para señales no estacionarias simples, como puede ser la señal de la *[figura 17.1]* se ha concluido que tanto la utilización de la STFT y la Wavelet son dos métodos que nos proporcionan correctamente lo que queremos saber de la señal, nos dan una información conjunta de las frecuencias de la señal y del instante de tiempo en el que se da dicha frecuencia.

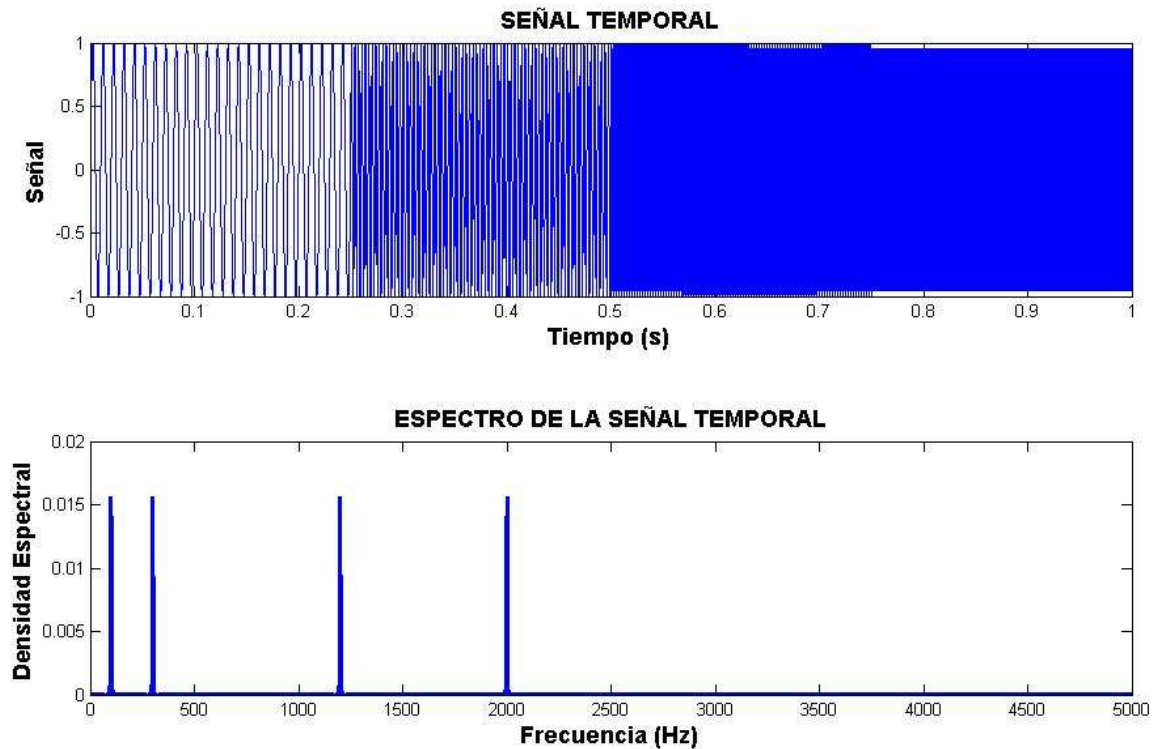


Figura 17.1.- Señal temporal no estacionaria y FFT de una señal de 100, 300, 1200, 2000 Hz*

Para este caso las frecuencias se encuentran muy separadas entre si, es decir el orden de magnitud entre ellas es muy diferente.

El mejor estudio se ha conseguido con la realización de la STFT, y utilizando diferentes tipos de ventanas y anchos de las mismas podemos obtener mejor precisión temporal o frecuencial, según nos interese. Para este caso se ha concluido que la utilización de la transformada Wavelet se puede aplicar, pero tendremos que utilizar escalas muy elevadas para poder ser capaces de observar las frecuencias bajas que hubiese en la señal, por esta razón decimos que no es un estudio adecuado para este tipo de señales.

En cambio para señales con frecuencias más a menos constantes a lo largo del tiempo, es decir con un orden de magnitud parecido, en las que puntualmente se observan picos de muy alta frecuencia, como se puede ver en la [figura 17.2], se llega a la conclusión que el mejor método para estudiar estas señales es la Transformada Wavelet, ya que esta transformada están especialmente indicadas para identificar altas frecuencias de corta duración, por esta razón podemos decir que la transformada Wavelet es un método que se comportará muy bien a la hora del análisis de defectos.

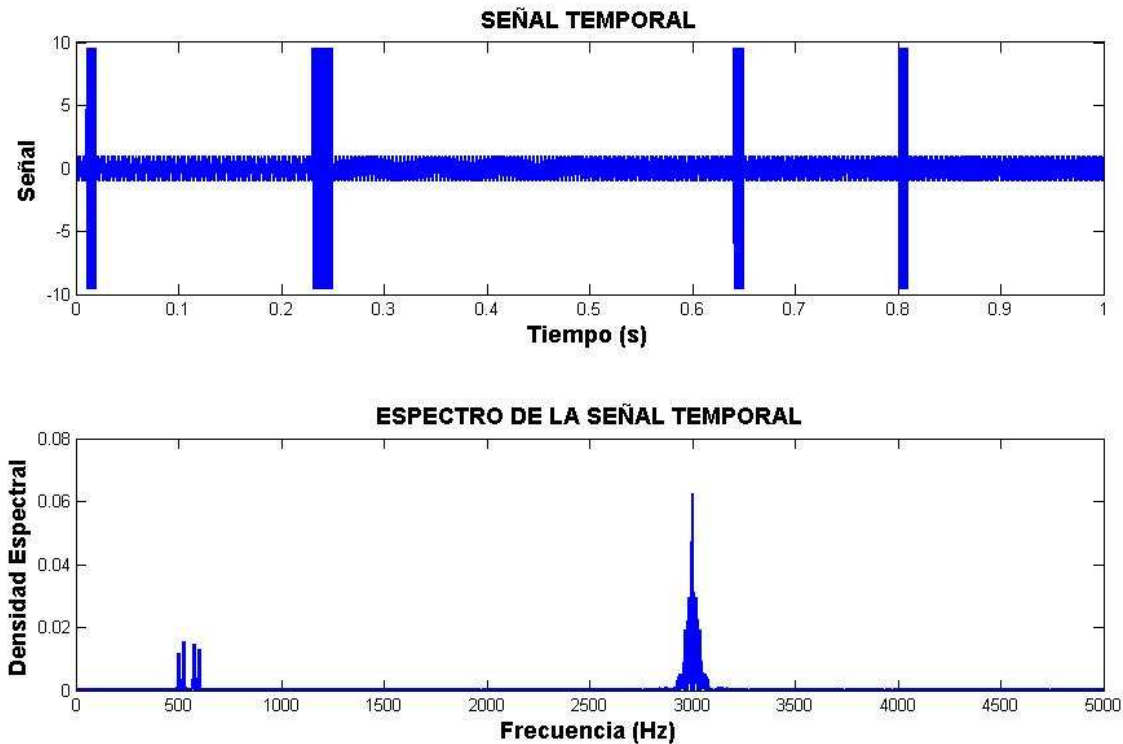


Figura 17.2.- Señal temporal no estacionaria con picos de alta frecuencia y FFT de una señal de 500, 525, 575, 600 Hz

Para este tipo de señales hemos concluido que el mejor método es la Transformada Wavelet, pero tampoco se obtiene mal resultado con la STFT, el único problema es cómo ya es sabido el principio de incertidumbre y la resolución temporal-frecuencial, y por lo tanto debemos ir jugando con las diferentes tipos de ventanas y sobre todo con los diferentes anchos de las mismas para obtener una mejor visualización temporal o frecuencial, ya que como ya sabemos obtener buena resolución temporal y frecuencial a la vez es imposible, es una de las desventajas de la STFT.

Como resumen y para una mejor visualización realizaremos una tabla [TABLA21] donde se pueden ver las conclusiones establecidas en el análisis de las señales fundamentales y que tipo de transformada es más conveniente en cada caso.

Los análisis que se han llevado a cabo son:

- ANALISIS 1: Señal senoidal de 100 Hz.
- ANALISIS 2: Señal senoidal de baja frecuencia y baja amplitud.
- ANALISIS 3: Señal senoidal de alta frecuencia y alta amplitud.
- ANALISIS 4: Señal senoidal estacionaria de frecuencias diferentes.

Análisis 4.1. Frecuencias muy separadas [50Hz, 550Hz y 1250Hz]

Análisis 4.2. Frecuencias muy juntas [550Hz, 600Hz y 650Hz]



- ANALISIS 5: Señal senoidal no estacionaria de amplitud diferente y misma frecuencia

- ANALISIS 6: Señal senoidal no estacionaria de frecuencias diferentes.

Análisis 6.1. Frecuencias muy separadas [100Hz, 300Hz, 1200Hz y 2000Hz]

Análisis 6.2. Frecuencias muy juntas [500Hz, 525Hz, 575Hz y 600 Hz.]

-. ANALISIS 7: Señal senoidal no estacionaria con picos de alta frecuencia

TIPO de SEÑAL	TIPO de ANÁLISIS	FFT	STFT	WAVELET
ESTACIONARIA	ANÁLISIS 1	✓	✓	✓
	ANÁLISIS 2	✓	✓	✗
	ANÁLISIS 3	✓	✓	✗
	ANÁLISIS 4.1	✓	✓	✗
	ANÁLISIS 4.2	✗	✓	✗
NO ESTACIONARIA	ANÁLISIS 5	✗	?	✓
	ANÁLISIS 6.1	✗	?	✓
	ANÁLISIS 6.2	✗	✗	✓
	ANÁLISIS 7	✗	?	✓

TABLA21. Resultados obtenidos en los diferentes análisis de las señales fundamentales

Como se puede observar en la tabla los análisis de señales estacionarias como no influye la variable tiempo, la transformada de Fourier (FFT) y la STFT se comportan de excelente manera, pudiendo utilizar como se ha dicho, en el caso de la STFT, tamaños de ventana tan grande como queramos para poder visualizar perfectamente el espectro frecuencial, pero para el análisis de señales no estacionarias el único método perfectamente correcto es el de la Transformada Wavelet, ya que la FFT queda totalmente descartado y en el caso de la STFT también es un método válido cuando tengamos frecuencias muy separadas en la señal y deberemos establecer un criterio de resolución en el análisis, sacrificar resolución temporal o resolución frecuencial, según nos interese, por esta razón se marca con una interrogación en los análisis en los que se deja establecer el criterio que el analista proponga, si valorar más la resolución temporal o la resolución frecuencial..

Una vez establecidas dichas conclusiones para señales simuladas fundamentales senoidales, posteriormente obtuvimos las conclusiones correspondientes a la hora del análisis de defectos en rodamientos.

Un tercer objetivo consistía en realizar los mismos análisis anteriores, pero ahora utilizando señales simuladas con defectos en rodamientos, y se obtuvieron los siguientes resultados:

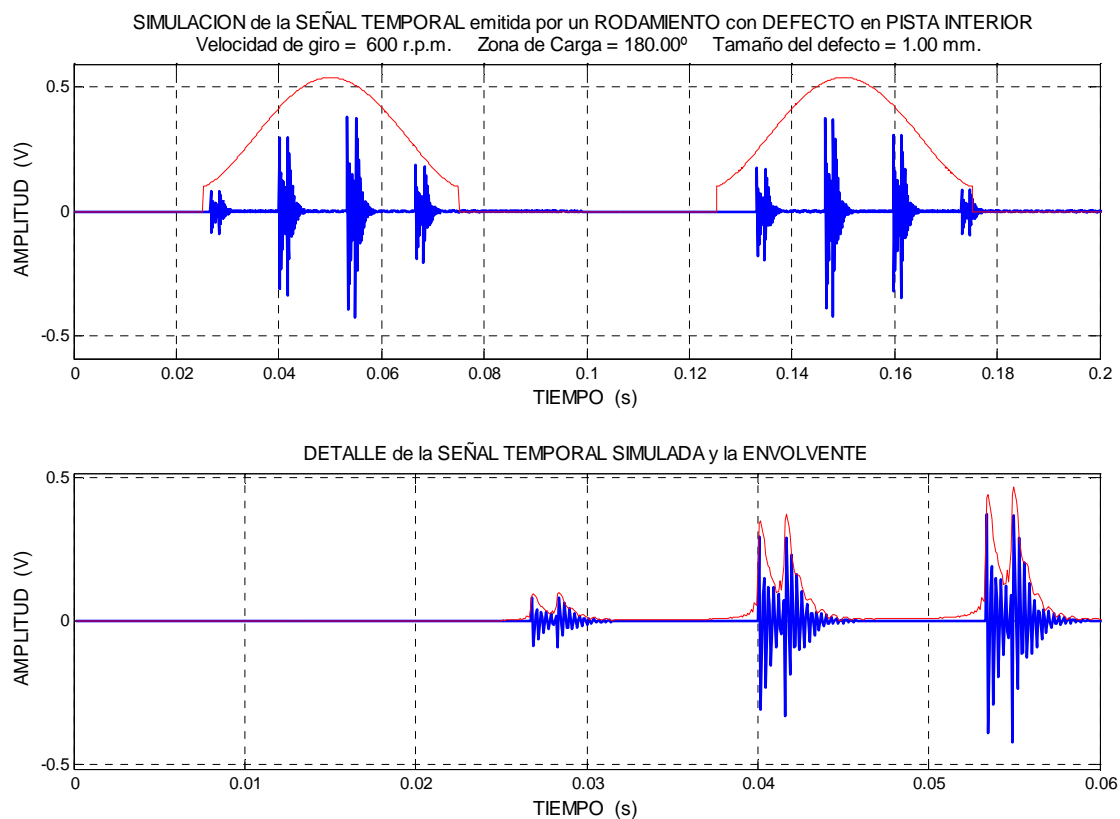


Figura 17.3.-Señal temporal y detallada de un rodamiento con defecto en pista interior a 10 Hz



Como se ha mencionado antes, las Wavelets están indicadas especialmente para detectar espectros de alta frecuencia en intervalos cortos de tiempo ver [figura 17.3], y esto es lo que sucede en los tres tipos de defectos que hemos analizado en el proyecto, defecto de pista interna, defecto de pista externa y defecto de un elemento rodante, por lo tanto establecemos la conclusión de que prevalece el estudio de la transformada Wavelet sobre la STFT para el estudio de defectos y podemos concluir en el proyecto que el mejor método para el análisis de los defectos en rodamientos por las características de las señales es la aplicación de la Transformada Wavelet.

Aunque el mejor estudio se consiga con la Transformada Wavelet la STFT tampoco obtiene malos resultados a la hora de evaluar los defectos en el rodamiento, y la ventana en la que hemos obtenido unos mejores resultados para cualquier tipo de defecto y velocidad (frecuencia) es la ventana Flat Top, seguida muy de cerca por la familia de las ventana Blackman, es decir la Blackman-harris, la Blackman sencilla y la Blackman-nuttall; todas ellas a un ancho de ventana de 128 o 256.

Cabe mencionar que hemos obtenido resultados diferentes para altas frecuencias, es decir para 40 y 50 Hz, ya que la velocidad es tan grande que el defecto pasa muchas veces por el mismo intervalo de tiempo y con escalas de 128 o 256 es imposible visualizar correctamente la resolución temporal, por esta razón se opta por disminuir el ancho de ventana a valores de 64 para conseguir mejorar dicha resolución, perdiendo de esta forma la resolución frecuencial.

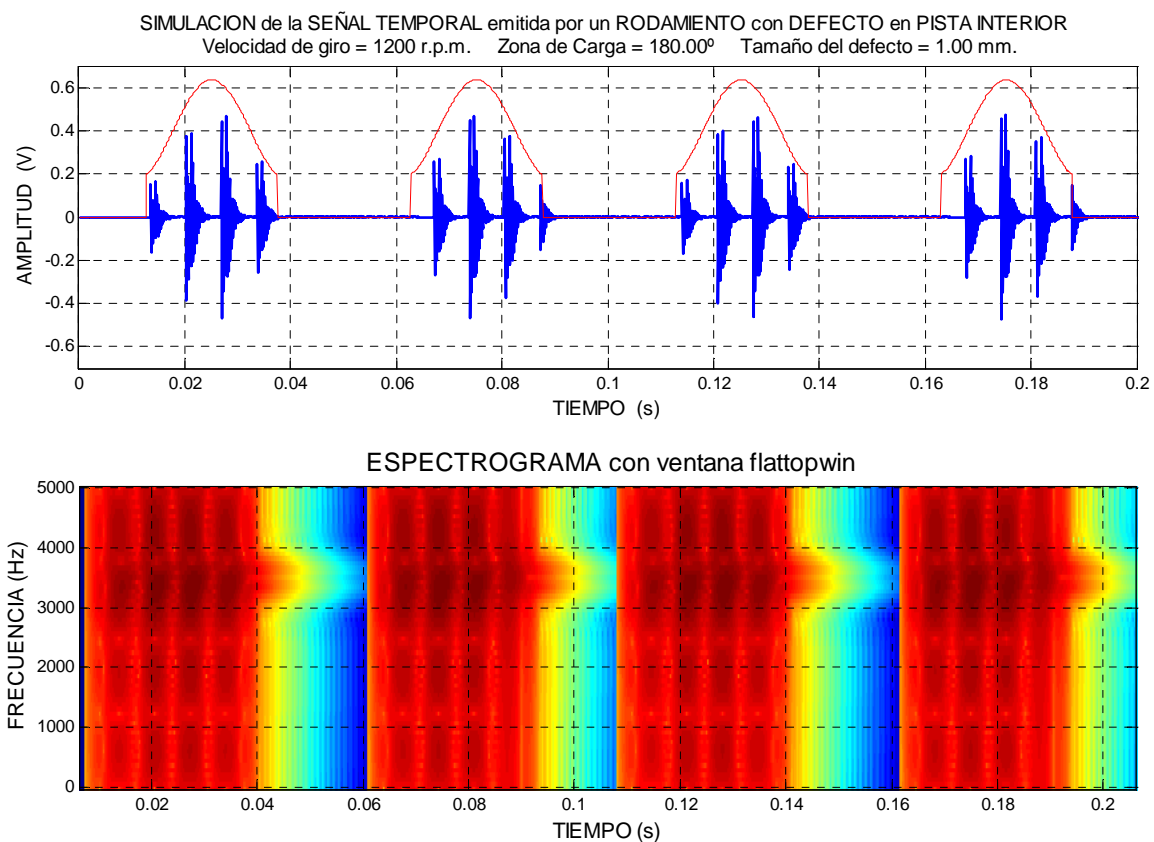


Figura 17.4.- Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 20Hz y espectrograma con ventana Flat top con ancho de ventana 128

Como se ha visto en el espectrograma anterior, obtenido de una señal de 20Hz de defecto interno con la mejor visualización que se consigue con la ventana Flat Top con ancho de 128 [figura 17.4]

Por último el objetivo final era realizar un estudio exhaustivo de la Transformada Wavelet y establecer el criterio de selección de la mejor Wavelet en cada familia. Para ellos las conclusiones establecidas son las siguientes:

Dentro del estudio de la Transformada Wavelets, se han descartado la utilización de las Wavelets simples (Morlet, Mexican Hat y Meyer), ya que se ha visto que son sensibles al cambio de escala, cosa que no sucede en las demás, y también hemos descartado algunas Wavelets Biortogonales como son la Bior 3.1, Bior 3.3 y Bior 3.5 ya que la representación de dichas Wavelets presentan mucho ruido, y a la hora del análisis obtenemos resultados erróneos, ya que se obtienen unos coeficientes muy buenos en el estudio, pero la visualización en la gráfica no es la correcta.

Descartando dichas Wavelets madre y estableciendo el criterio que se ha descrito en el proyecto para saber que Wavelet madre se comporta mejor a la hora de identificar dichos defectos para cualquier frecuencia, la conclusión que hemos llegado es que en los tres tipos de defectos obtenemos los mismos resultados, es decir para cualquier tipo de defecto las Wavelet madre que mejor se ajustan son las mismas para los tres casos. Para ello vamos a visualizar por ejemplo los resultados de las medias obtenidas de los coeficientes para los tres defectos a una velocidad por ejemplo de 50 Hz. [figura 17.5]

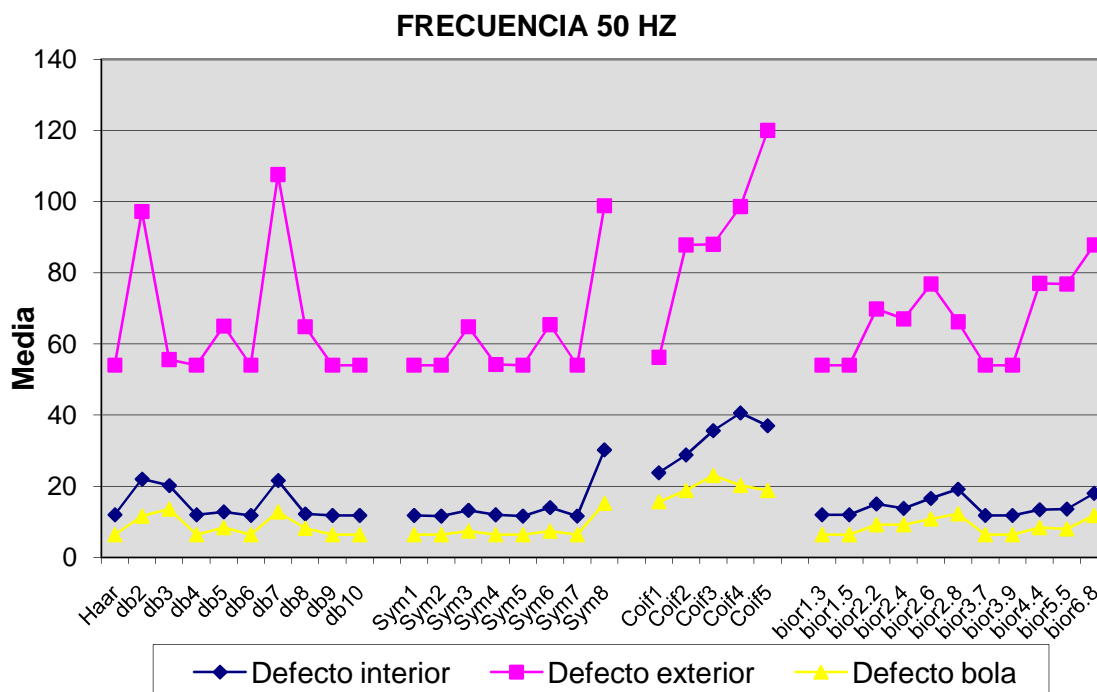


Figura 17.5.- Representación conjunta de las medias de los coeficientes en defecto interno, externo y bola para 50Hz

En el gráfico se muestran las diferentes medias obtenidas de los coeficientes de las diferentes Wavelets madre para una frecuencia de giro de 50 Hz, y para los tres tipos de defectos que se han analizado. Se puede ver como los tres defectos aunque poseen medias diferentes en los tres casos, la tendencia de los resultados es la misma, y por ello podemos concluir que la elección de la Wavelet madre no depende del defecto que se analice, vamos a obtener los mismos resultados para un defecto de pista interna, externa o de bola.

Una vez establecido dicha conclusión finalmente nos queda decir que Wavelet madre se comportan mejor para todos los tipos de frecuencias, para ello se estableció un criterio en el que se fue dando valores de mayor a menor valor a las Wavelets según se obtengan mejores o peores coeficientes, como ejemplo vamos a ver lo que se ha obtenido en el caso de un defecto interno en la familia de las Wavelet Daubechies: observar la [TABLA22].

WAVELET	10Hz	20Hz	30Hz	40Hz	50Hz	MEDIA
Haar	1	3	6	7	5	4,4
Db2	8	8	4	3	10	6,6
Db3	4	2	3	9	8	5,2
Db4	9	5	2	8	4	5,6
Db5	6	1	1	6	7	4,2
Db6	10	4	5	4	3	5,2
Db7	5	6	8	10	9	7,6
Db8	3	9	10	1	6	5,8
Db9	2	10	9	5	2	5,6
Db10	7	7	7	2	1	4,8

TABLA 22. Valoración de las diferentes Wavelets madre a diferentes frecuencias

Se observa que se obtiene el valor más alto para a Daubechie 7 y por lo tanto elegiremos dicha Wavelet como la Wavelet que mejor se comporta en un espectro amplio de frecuencias.

Para visualizar dichos resultados se muestra la gráfica de Transformada Wavelet correspondiente a dicha conclusión [figura 17.6] y [figura 17.7]

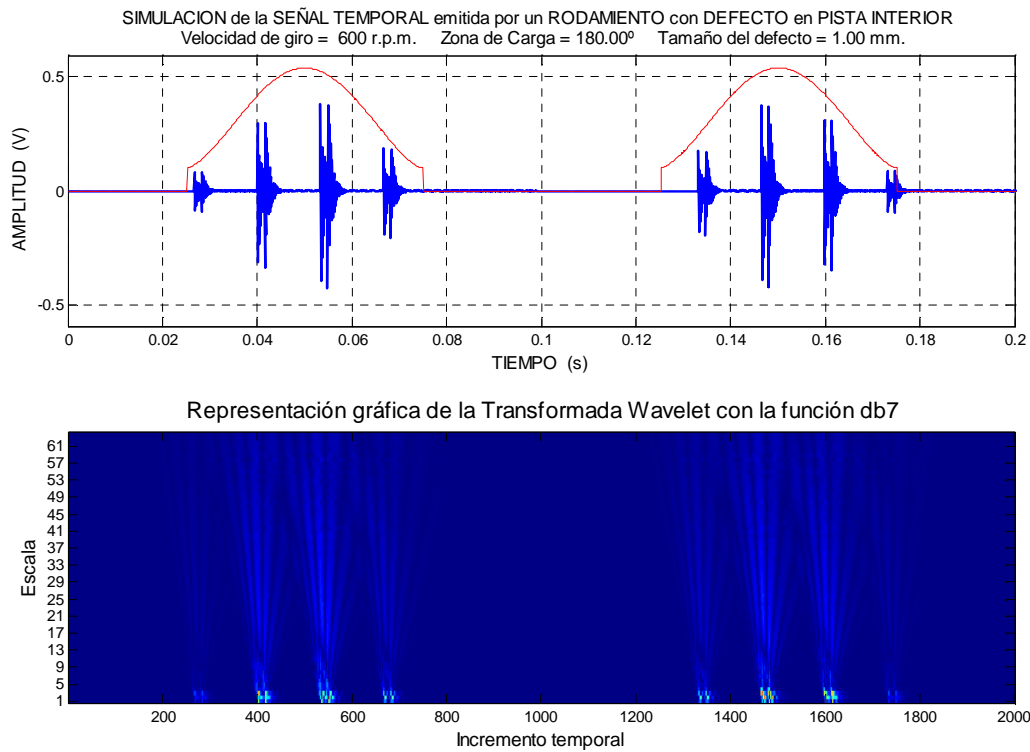


Figura 17.6.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 10 Hz y su transformada Wavelet con Db7

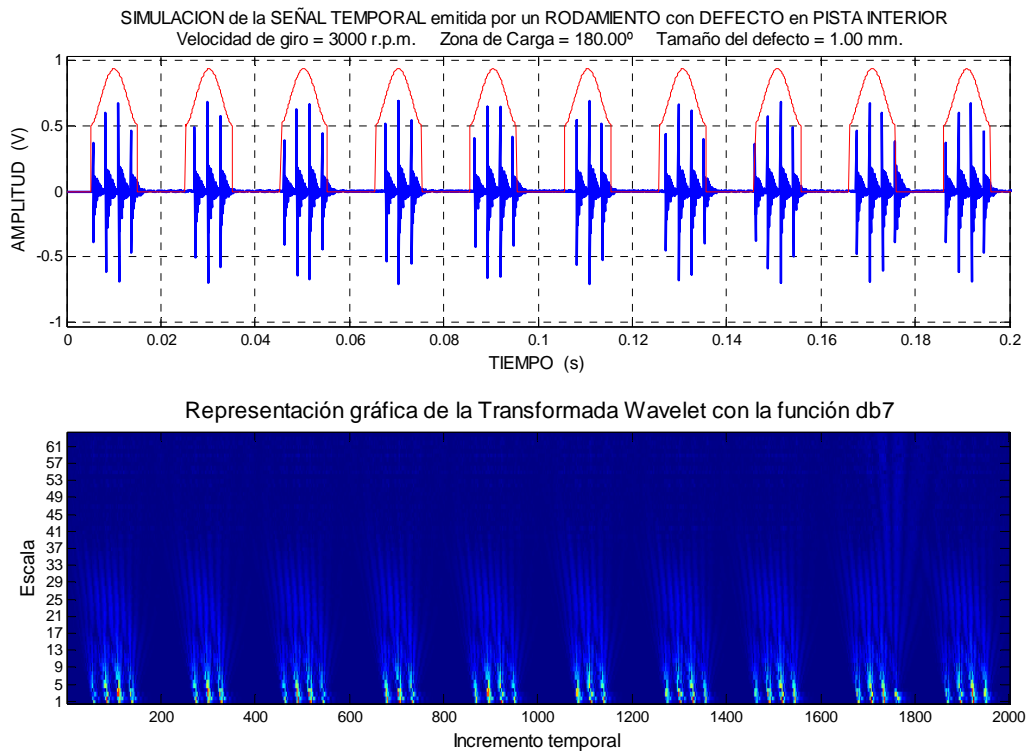


Figura 17.7.-Señal temporal emitida por un rodamiento con defecto en pista interior a una frecuencia de 50 Hz y su transformada Wavelet con Db7



Finalmente, el resultado obtenido en las diferentes familias de Wavelets está resumido en la [TABLA23]. Cabe mencionar que dichas medias son relativas a cada familia de las Wavelets ya que en el caso por ejemplo de las Coiflets, tenemos sólo 5 tipos de Coiflets, por lo tanto los valores simbólicos que se les dio a las diferentes Wavelets son 5, 4, 3, 2, 1 respectivamente.

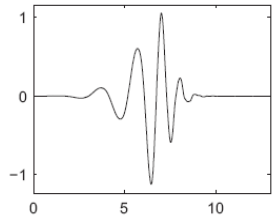
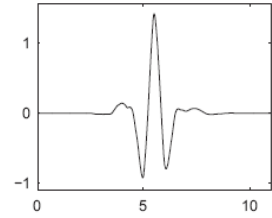
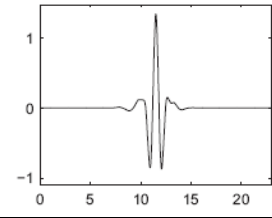
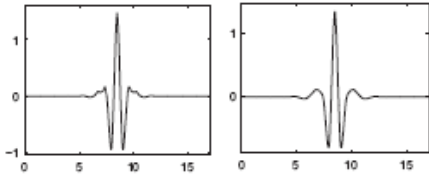
FAMILIA	TIPO DE WAVELET MADRE		MEDIA
Daubechies	Db7		7.8
Symlets	Sym6		6
Coiflets	Coif4		3.8
Biortogonales	Bior6.8		8.6

TABLA 23.Wavelets Madre con mejor resultado experimental

Además de haber cumplido todos los objetivos principales que se expusieron al comienzo del proyecto, también se consiguieron otros objetivos secundarios que nos han hecho falta para la elaboración correcta del Proyecto fin de carrera. Se ha comprendido correctamente la diferenciación del estudio en frecuencia y del estudio en tiempo-frecuencia, y se ha conseguido clarificar cuales son las limitaciones de estos dos estudios a la hora del análisis de las señales. También hemos sido capaces de poder interpretar tanto el espectrograma como las gráficas de la Transformada Wavelet e identificar lo que se está viendo en cada caso en el análisis de las diferentes señales, y por último y no menos importante se ha llevado a cabo el aprendizaje autodidacta del manejo del interfaz en Matlab del GUIDE y de la reprogramación de un programa previo (ADEVI), para obtener un estudio más interesante y preciso en el caso de las señales de rodamientos.



17.2 TRABAJOS FUTUROS

Por último, y para finalizar la memoria del Proyecto fin de carrera, sólo queda detallar algunas líneas de investigación futuras que sería interesante continuar:

- En el presente documento se han dado las pautas necesarias para el análisis de todo tipo de señales vibratorias y se ha llegado a ciertas conclusiones, aplicando novedosos criterios, pero todos los análisis se han elaborado sobre señales simuladas y, por lo tanto, se propone como trabajo futuro el estudio de señales reales captadas mediante la sensorización de máquinas rotatorias, en palnate o en el laboratorio, y comprobar que los resultados teóricos obtenidos para señales simuladas son también concluyentes a la hora de analizar señales experimentales.
- Otro trabajo futuro consistirá en investigar y analizar dichas señales simuladas de rodamientos con defectos, pero variando diferentes parámetros, no sólo la frecuencia de giro, si no ir cambiando otros parámetros del defecto, ya sea el tamaño del mismo, el angulo de carga, etc.
- Por último decir que dicho proyecto aporta un estudio del análisis de señales mediante técnicas que todavía están en experimentación, ya que el análisis de señales aplicando la Transformada Wavelet, es una herramienta relativamente nueva en la defectología de señales, y dicho proyecto da las pautas necesarias, para nuevas líneas de investigación de esta técnica.



BIBLIOGRAFÍA



BIBLIOGRAFÍA

A continuación se muestra una lista de libros, artículos, conferencias, etc. que se han consultado para la realización del proyecto fin de carrera

- [1] ALEXANDER CORTÉS, J.; CANO GARZÓN, H. B.; CHAVES, J. A. *Del análisis de Fourier a las Wavelets- Transformada continua Wavelet (CWT)*. Scientia et Technica, diciembre, año/vol.XII, número 037. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia (2007)
- [2] CÁCERES, J. P. *Análisis Espectral 1: Transformada Corta de Fourier y Ventanas* CCRMA Stanford University, 2007
- [3] CARRANZA-ATHÓ, F. *Implementación de FFT, STFT, filtro de pre-énfasis y visualización del espectrograma en señales del habla*. Universidad Nacional de Trujillo. 2008
- [4] CHU, E.; GEORGE, A. *Inside the FFT Black Box Serial and Parallel Fast Fourier Transform Algorithms*. CRC Press Boca Raton London. 2000
- [5] CORRALES FERNANDEZ, E. *Aplicación informática para el análisis y simulación de señales vibratorias generadas por elementos mecánicos*. Leganés: M.E.CORRALES 2003. Proyecto fin de carrera (Ingeniería Técnica en Mecánica) presentado en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid
- [6] DE CASTRO, R.; LÓPEZ, M.; MARTÍNEZ, J.; DIAZ, H.; MARTINEZ, M. *Introducción a la Transformada Wavelet para Ingenieros: un enfoque didáctico*. 2do Congreso Internacional en Innovación y Desarrollo Tecnológico CIINDET. Universidad Politécnica de Aguascalientes. MEXICO. 2004
- [7] FAUNDEZ, P.; FUENTES, A. *Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets*. Instituto de Matemáticas UACH.
- [8] FERNANDEZ, L. *Espacios de Hilbert*. Matemática Aplicada E.T.S.I. Navales. Universidad Politécnica de Madrid (Curso 2002-2003)
- [9] GADE, S. and HERLUFSEN, H. *Uso del análisis DFT/FFT de funciones ponderadas (Parte 1)*.1994
- [10] GÓMEZ GUTIERREZ, E. *Representación de señales de audio*. Síntesi i Processament del So I Departament de Sonologia Escola Superior de Musica de Catalunya. Barcelona (Curso 2009-2010)
- [11] GONZALEZ, R. and WOODS, R. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, 2002



- [12] GROVER ZURITA, D. *El estado del arte del análisis vibracional para el diagnóstico de máquinas*. Universidad Privada Boliviana (Cochabamba-Bolivia). 2009
- [13] GUAUS, E.; ORDOYO, F. *Reductor de ruido mediante la transformada Wavelet*. Departamento de Acústica. Ingeniería La Salle (Universidad Ramón Llull). Barcelona. 1999
- [14] RUBIO ALONSO, H. Caracterización de defectos localizados en sistemas mecánicos rotativos mediante análisis de vibraciones. Leganés: Universidad Carlos III de Madrid, departamento de Ingeniería Mecánica, junio de 2003. Tesis Doctoral.
- [15] HOLSCHNEIDER, M.; KRONLAD-MARTINET, R.; MORLET, J.; and GROSSMAN, A. *A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform. Time-Frequency Methods and Phase Space*, pages 286--297. Springer-Verlag, 1989.
- [16] JAMES LI, C. Wavelet Decomposition of Vibrations for Detection of Bearing Localized Defects*. Department of Mechanical Engineering. Rensselaer Polytechnic Institute. New York 1997
- [17] JIMÉNEZ PERZ, J. Análisis y simulación de vibraciones en engranajes: ADEVI 4.5. Leganés: 2009. Proyecto fin de carrera (Ingeniería Técnica Mecánica) presentado en la escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid
- [18] LARA CASTRO, O. J. *Nuevas Metodologías no Invasivas de Diagnosis de Defectos Incipientes en Rodamientos de Bola*. Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid TESIS DOCTORAL año 2007
- [19] LUQUE MARÍN, J. A. Análisis de los ciclos en el contenido en materia orgánica del sedimento del Lago de Sanabria Instituto de Ciencias de la Tierra 'Jaume Almera' (Barcelona). Tesis Doctoral año 2003
- [20] MAHER, R. C. *FFT-based filtering and the Short-Time Fourier Transform (STFT)*. ECEN4002/5002 DSP Laboratory. 2003
- [21] PASAMONTES GARCÍA, M. *La transformada Wavelet en el análisis de señales. Aplicación a vibraciones en sistemas rotativos*. Leganés: M. Pasamontes. 2005. Proyecto fin de carrera (Ingeniería Técnica en Mecánica) presentado en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- [22] MILONE, D. *Introducción al Diseño de Filtros Digitales. Muestreo y Procesamiento Digital*. Ingeniería Informática. Mayo de 2009



- [23] RÖBEL, A. *Analysis/resynthesis with the short time Fourier transform*. Summer 2006 lecture on analysis, modeling and transformation of audio signals Institute of communication science TU-Berlin IRCAM Analysis/Synthesis Team, 2006
- [24] SANZ CORRETGE, F. J. *Diagnosis de modos de fallo en máquinas rotativas mediante técnicas basadas en redes neuronales artificiales y en la transformación con ondículas*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. TESIS DOCTORAL Año 2007.
- [25] SERRANO, E. P. *Introducción a la transformada Wavelet y sus aplicaciones al procesamiento de señales de emisión acústica*. Escuela de Ciencia y Tecnología - Universidad Nacional de General San Mart. Argentina 2001
- [26] TUKEY, J. W. and COOLEY, J. W. *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. Mathematics of computation Vol.19: 297-301. 1965
- [27] VICARO TOMASELLI, D. *Evolución de una aplicación informática para el análisis y simulación de vibraciones. ADEVI 3.1*. Leganés: D.Vicario, 2007. Proyecto fin de carrera (Ingeniería Técnica Mecánica) presentado en la escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid
- [28] VIDAL CASTAÑEDA, A. *Desarrollo de una aplicación informática para el análisis y simulación de señales mecánicas*. Leganés: A. Vidal. 2005. Proyecto fin de carrera (Ingeniería Técnica en Mecánica) presentado en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- [29] ZAPPA, E. *Analisi di segnali nonstazionari: STFT e WAVELET*. 2004
- [30] YU, F. T. S. and LU, G. *Short-time Fourier transform and wavelet transform with Fourier-domain processing*. Artículo 5270 APPLIED OPTICS / Vol. 33, No. 23 / 10 August 1994
- [31] *Beginner's Guide to Machine Vibration*. Revisión 28/06/06. COPYRIGHT © 1999, 2006 Commtest Instruments Ltd



REFERENCIAS EN INTERNET Y APLICACIONES

- http://www.ceidis.ula.ve/cursos/humanidades/fonetica/tutorial_de_linguistica/espectograma5.html
- <http://www.ebolix.org/tag/espectrograma/>
- Programa Matlab 2008 y Manual de la toolbox de MATLAB Signal Processing Toolbox
- Aplicación GUIDE de Matlab 2008